

فصل ۷

طراحی مقاطع فشاری-خمشی

طراحی کاربردی سازه های فولادی (جلد یک)-محسن گرامی

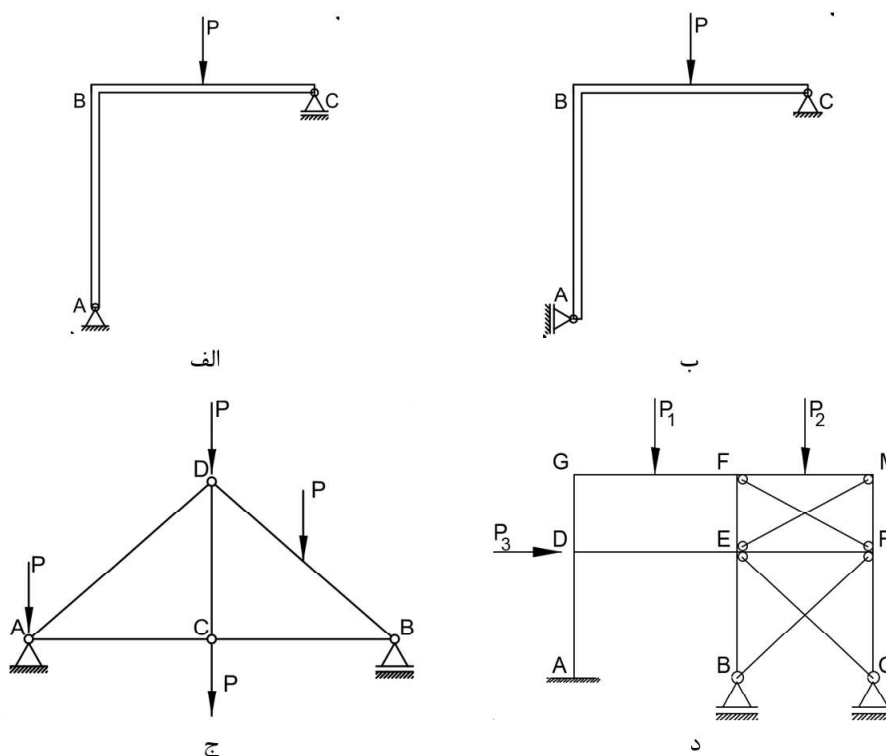
فهرست:

۲	پیشگفتار	۷-۱
۸	روشهای تحلیل (محاسبه مقاومت مورد نیاز)	۷-۲
۱۵	تیرستون با مهار جانبی	۷-۳
۲۰	مراحل کنترل تیرستون با مهار جانبی	۷-۴
۲۷	تیرستون بدون مهار جانبی	۷-۵
۳۰	مراحل کنترل تیرستون بدون مهار جانبی	۷-۶
۳۶	طراحی تیرستون	۷-۷
۳۷	مقطع بحرانی در تیرستون	۷-۸
۴۵	مسائل فصل هفتم	۷-۹

۷-۱ پیشگفتار

در سازه های فولادی به ندرت اعضایی یافت می شوند که فقط تحت تأثیر یکی از مؤلفه های نیروی مثل نیروی فشاری یا لنگر خمشی قرار داشته باشند. هنگامی که طراحی اعضای یک قاب فولادی که سیستم باربر یک ساختمان چند طبقه مسکونی است مورد نظر باشد، به دلیل وجود بارهای ثقلی شامل بارهای زنده و مرده و نیز نیروهای جانبی نظیر باد و زلزله، اعضای این قاب علاوه بر نیروی محوری تحت تأثیر لنگرهای خمشی نیز قرار دارند. اعضای قابهای صنعتی نظیر سوله ها نیز عموماً تحت تأثیر توأم نیروی محوری و لنگر خمشی هستند. همچنین عضوهای بالایی خرپای سقف و پل معمولاً عضوهای فشاری با انتهای مفصلی هستند ولی تحت اثر وزن خود تحت خمش قرار می گیرند. به این اعضاء که تحت تاثیر همزمان لنگر خمشی و نیروی فشاری قرار دارند، اصطلاحاً تیرستون گفته می شود.

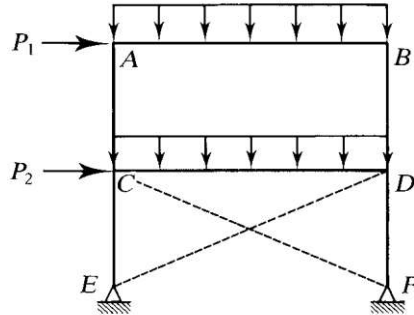
در شکل ۷-۱ الف عضو BC به دلیل نداشتن نیروی محوری، تیر و عضو AB ستون می باشد. در شکل ۷-۱ ب عضو BC به دلیل وجود نیروی محوری و لنگر، تیرستون و عضو AB به دلیل نداشتن نیروی محوری، تیر می باشد. در شکل ۷-۱ ج تمام اعضاء بجز عضو BD ستون و عضو BD به دلیل داشتن خمش ناشی از بار وسط دهانه، تیرستون می باشد. در شکل ۷-۱ د اعضای BF، HF، EM، EF و EC که دو سر مفصل بوده و به آنها بار میانی وارد نمی شود، همگی ستون بوده و سایر اعضا تیرستون می باشند.



شکل ۷-۱ تیرستون

به عنوان نمونه دیگر، قاب خمشی شکل زیر بررسی می شود. در وضعیت بارگذاری نشان داده شده، عضو AB نه تنها تحت بار ثقلی قرار دارد، بلکه همراه با ستونها در تحمل بار جانبی P_1 سهیم است. وضعیت تیر CD بحرانی تر است زیرا بدون کمک ستونها، بار جانبی به اندازه $P_1 + P_2$ را تحمل می کند. دلیل این امر، آنست که مهاربند طبقه پایین از تغییر شکل طبقه جلوگیری می نماید. با بار P_2 نشان داده شده، عضو ED تحت کشش و عضو CF تحت فشار خواهد بود. چنانچه اعضای مهاربند تنها برای تحمل کشش طراحی

شده باشند، عضو فشاری از باربری خارج شده و برای ایجاد کشش در عضو ED لازم است تیر CD نیروی $P_1 + P_2$ را در راستای محور خود تحمل کرده و به گره D انتقال دهد. به دلایل مشابه، ستونهای طبقه فوقانی نیز رفتار تیرستون خواهند داشت.



شکل ۷-۲ تیرستونها در قاب خمشی

همچنین ممکن است که خمش در عضوهای کششی نیز به وجود آید. عضوهای پایینی خرابای پلها که تیرهای کف روی آنها قرار دارند نمونه‌ای از مقاطعات خمشی هستند که نیروی محوری کششی در آنها موجود است. در اکثر وضعیتهای مخصوصاً در اعضای خرابایی از تنش خمشی صرف‌نظر می‌شود. این روش در اعضای کششی مسئله جدی به وجود نمی‌آورد، زیرا کشش تمایل به کاهش خیز دارد در صورتی که نیروی فشاری باعث افزایش آن می‌شود و پتانسیل کماتش‌های موضعی و پیچشی-جانبی را در عضو افزایش می‌دهد.

توجه: تاکنون و در فصلهای قبل، اندیس u به مفهوم بار ضریب‌دار و ناشی از ترکیب بار مورد نظر استفاده شده است. به عنوان مثال P_u به مفهوم بار محوری ضریب‌دار و ناشی از ترکیب بار مورد نظر، یعنی **مقاومت محوری مورد نیاز** می‌باشد. در این فصل، نیروهای مورد نیاز یا مقاومت مورد نیاز اعضا، تعریف دیگری دارند. این نیروها، بارهای ضریب‌دار ناشی از ترکیب بار نبوده و به روش دیگری محاسبه می‌شوند، لذا از علامت «کلاه» برای نمایش آنها استفاده می‌شود و به آنها، **بارهای مرتبه دوم یا بارهای تشدید یافته** گفته می‌شود. بدین ترتیب $\hat{P}_u$ به معنای **مقاومت محوری مرتبه دوم مورد نیاز یا نیروی محوری تشدید یافته** است. همین موضوع در مورد نمادهای M_u و $\hat{M}_u$ نیز صادق خواهد بود. مفهوم بارهای تشدید یافته و نحوه محاسبه آنها در بخشهای آتی همین فصل ارائه می‌شود.

۷-۱-۱ رابطه اندرکنش

رابطه کلی نیاز و ظرفیت در اعضای باربر، به صورت کلی بر اساس **نسبت نیاز به ظرفیت** ارائه می‌شود. به عنوان نمونه برای نیروی محوری ستون رابطه نیاز و ظرفیت، قبلاً به صورت $\frac{P_u}{\phi_c P_n} \leq 1$ ارائه می‌شود. همین ساختار برای لنگر خمشی تیر به صورت $\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} \leq 1$ استفاده شده است. چنانچه نیروی محوری و لنگر خمشی به صورت همزمان بر عضو اثر نمایند، رابطه کلی نیاز و ظرفیت به صورت مجموع نسبتهای فوق خواهد بود که روابط آیین‌نامه بر همین اساس تنظیم گردیده‌اند.

آیین‌نامه بر حسب مقدار نیروی محوری $\hat{P}_u$ (تشدید یافته یا مرتبه دوم)، دو رابطه زیر را ارائه می‌کند. چنانچه نیروی محوری کم باشد $\left(\frac{\hat{P}_u}{\phi_c P_n} < 0.2\right)$ سهم آن در رابطه اندرکنش کاهش یافته و چنانچه نیروی محوری زیاد باشد $\left(\frac{\hat{P}_u}{\phi_c P_n} \geq 0.2\right)$ سهم لنگرهای خمشی $\hat{M}_{ux}$ و $\hat{M}_{uy}$ (تشدید یافته یا مرتبه دوم) را اندکی کاهش می‌دهد.

$$\begin{cases} \frac{\bar{P}_u}{\phi_c P_n} \geq 0.2 \rightarrow \frac{\bar{P}_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{\bar{M}_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{\bar{M}_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1.0 \\ \frac{\bar{P}_u}{\phi_c P_n} < 0.2 \rightarrow \frac{1}{2} \frac{\bar{P}_u}{\phi_c P_n} + \left(\frac{\bar{M}_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{\bar{M}_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1.0 \end{cases} \quad I-V$$

ϕ_c	ضریب کاهش مقاومت در فشاری مساوی 0.9	ϕ_b	ضریب کاهش مقاومت برای خمشی مساوی 0.9
$\bar{P}_u$	مقاومت فشاری مرتبه دوم مورد نیاز	$\phi_c P_n$	مقاومت فشاری طراحی
$\bar{M}_{ux}$	مقاومت خمشی مرتبه دوم مورد نیاز نسبت به محور x	$\bar{M}_{uy}$	مقاومت خمشی مرتبه دوم مورد نیاز نسبت به محور y
$\phi_b M_{nx}$	مقاومت خمشی طراحی نسبت به محور x	$\phi_b M_{ny}$	مقاومت خمشی طراحی نسبت به محور y

جهت استفاده از رابطه اندرکنش، نیاز به محاسبه ظرفیت محوری و خمشی تیرستون است که جهت یادآوری، تعدادی از روابط مرتبط با آنها در این بخش ارائه می گردد.

۷-۱-۲ محاسبه ظرفیت محوری $\phi_c P_n$

ظرفیت محوری (فشاری) تیرستون، با توجه به ضوابط ستونها محاسبه می گردد که برخی از روابط پر کاربرد آن به شرح زیر است.

$$\lambda = \max \left(\lambda_x = \frac{K_x L_x}{r_x}, \lambda_y = \frac{K_y L_y}{r_y} \right)$$

$$f_e = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \lambda_{cr} = 4.71 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$$f_{cr} = \begin{cases} f_y \times 0.658^{\frac{f_y}{f_e}} & \leftarrow \lambda \leq \lambda_{cr} \text{ کماتش غیرارجاعی} \\ 0.877 f_e & \leftarrow \lambda > \lambda_{cr} \text{ کماتش ارجاعی} \end{cases}$$

$$\phi_c P_n = \phi_c f_{cr} A_g$$

۷-۱-۳ محاسبه ظرفیت خمشی $\phi_b M_n$

ظرفیت خمشی تیرستون، با توجه به ضوابط تیرها و با فرض استفاده از مقطع I شکل دارای دو محور تقارن، محاسبه می گردد که برخی از روابط پر کاربرد آن به شرح زیر است.

$$M_{nx} = \begin{cases} M_{nx}^{(Y)} = M_{px} = Z_x \cdot f_y & \leftarrow (L_b \leq L_p) \\ \min(M_{nx}^{(Y)}, M_{nx}^{(LTB)}) & \leftarrow (L_b > L_p) \end{cases}$$

$$M_{nx}^{(LTB)} = \begin{cases} C_b \left[M_{px} - (M_{px} - 0.7 f_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_{px} & \leftarrow (L_p < L_b \leq L_r) \\ f_{cr} S_x \leq M_{px} & \leftarrow (L_b > L_r) \end{cases}$$

$$M_{ny}^{(Y)} = M_{py} = Z_y \cdot f_y$$

$$C_b = \min \left\{ \frac{12.5 M_{max}}{2.5 M_{max} + 3 M_1 + 4 M_2 + 3 M_3}, 3.0 \right\}$$

در این بخش نحوه کاربرد رابطه اندرکنش، با ارائه چند مثال مرور می گردد.

مثال ۷-۱

تیرستون به ارتفاع $3.5m$ عضوی از قاب دارای مهار جانبی (بدون امکان جابجایی) است و تحت بارهای تشدید یافته زیر قرار دارد. این عضو را برای مقطع $IPB28$ کنترل نمایید.

$$\hat{P}_u = 100 \text{ ton}$$

$$\hat{M}_{ux} = 10 \text{ ton.m}$$

$$\hat{M}_{uy} = 5 \text{ ton.m}$$

حل:

$$IPB28 \rightarrow A = 131 \text{ cm}^2, r_x = 12.1 \text{ cm}, r_y = 7.09 \text{ cm}, Z_x = 1477 \text{ cm}^3, Z_y = 712.3 \text{ cm}^3$$

گام ۱- محاسبه ظرفیت محوری $\phi_c P_n$

$$\lambda_x = \left(\frac{KL}{r} \right)_x = \frac{1 \times 350}{12.1} = 28.90$$

$$\lambda_y = \left(\frac{KL}{r} \right)_y = \frac{1 \times 350}{7.09} = 49.4$$

$$\lambda_{cr} = 4.71 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 4.71 \sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 137.3$$

$$\lambda_{max} = 49.4 \leq \lambda_{cr} = 137.3$$

کمانش ستون غیرارتجاعی است.

$$f_e = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{\pi^2 \times 2040}{49.4^2} = 8.25 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{cr} = 0.658^{\frac{f_y}{f_e}} f_y = 0.658^{\frac{2.4}{8.25}} \times 2.4 = 2.12 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2}$$

$$\phi_c P_n = \phi_c f_{cr} A_g = 0.9 \times 2.12 \times 131 = 250.0 \text{ ton}$$

گام ۲- محاسبه ظرفیت خمشی $\phi_b M_{nx}, \phi_b M_{ny}$ برای محاسبه M_{nx} و M_{ny} با فرض اینکه مقطع فشرده باشد. با کنترل فواصل مهار جانبی نتیجه می شود:

$$L_p = 1.76 r_y \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 1.76 \times 7.09 \times \sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 363.8 \text{ cm}$$

$$L_b = 350 \text{ cm} < L_p = 363.8 \text{ cm}$$

$$\phi_b M_{nx} = \phi_b Z_x f_y = 0.9 \times 1477 \times 2.4 = 3190.3 \text{ ton.cm}$$

$$\phi_b M_{ny} = \phi_b Z_y f_y = 0.9 \times 712.3 \times 2.4 = 1538.6 \text{ ton.cm}$$

گام ۳- کنترل رابطه اندرکنش

$$\hat{P}_u = 100 \text{ ton}, \hat{M}_{ux} = 1000 \text{ ton.cm}, \hat{M}_{uy} = 500 \text{ ton.cm}$$

$$\frac{\hat{P}_u}{\phi_c P_n} = \frac{100}{250} = 0.4 \geq 0.2$$

$$\frac{\hat{P}_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{\hat{M}_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{\hat{M}_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) = \frac{100}{250} + \frac{8}{9} \left(\frac{1000}{3190.3} + \frac{500}{1538.6} \right) = 0.97 < 1.0$$

نیمرخ IPB28 برای ستون مورد نظر مناسب است.

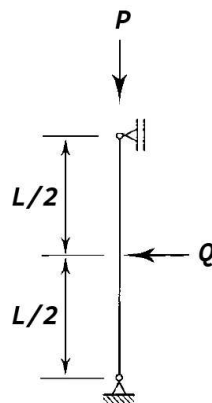
مثال ۷-۲

تیرستون شکل زیر از مقطع IPB24 دارای دو تکیه‌گاه مفصلی بوده و خمشی حول محور قوی صورت می‌گیرد. ضابطه اندرکنش را برای آن کنترل نمایید. فرض بر آن است که نیروهای تشدید یافته برابر نیروهای نهایی ضریب‌دار می‌باشند.

$$P_D = 17 \text{ ton}, P_L = 45 \text{ ton}$$

$$Q_D = 3 \text{ ton}, Q_L = 6 \text{ ton}$$

$$L = 5 \text{ m}$$



حل:

$$IPB24 \rightarrow A = 106 \text{ cm}^2, r_x = 10.3 \text{ cm}, r_y = 6.08 \text{ cm}, S_x = 938 \text{ cm}^3, Z_x = 1016 \text{ cm}^3, L_p = 312 \text{ cm}, L_r = 1507 \text{ cm}$$

گام ۱- محاسبه نیاز محوری P_u و نیاز خمشی M_u

$$P_u = 1.2P_D + 1.6P_L = 1.2 \times 12 + 1.6 \times 30 = 62.4 \text{ ton}$$

$$Q_u = 1.2Q_D + 1.6Q_L = 1.2 \times 3 + 1.6 \times 5 = 11.6 \text{ ton}$$

بیشترین لنگر در وسط دهانه رخ می‌دهد و برابر است با:

$$M_{ux} = \frac{11.6 \times 5}{4} = 14.5 \text{ ton.m} = 1450 \text{ ton.cm}$$

توجه: این مثال جهت آشنایی با نحوه کنترل رابطه اندرکنش تنظیم گردیده است. نیازهای محوری و خمشی در تیرستون، تفاوتی با تعاریف فصول قبل دارند که در بخشهای آتی به آنها پرداخته خواهد شد.

گام ۲- محاسبه ظرفیت محوری $\phi_c P_n$

$$K_x = K_y = 1$$

$$L = 500 \text{ cm}$$

$$\lambda_{max} = \lambda_y = \frac{1 \times 500}{6.08} = 82.2 < \lambda_{cr} = 4.71 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 4.71 \sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 137.3$$

$$f_e = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{\pi^2 \times 2040}{82.2^2} = 2.98 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2} \rightarrow f_{cr} = 2.4 \times 0.658^{\frac{2.4}{2.98}} = 1.71 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2}$$

$$\phi_c P_n = \phi_c f_{cr} A_g = 0.9 \times 1.71 \times 106 = 163.1 \text{ ton}$$

گام ۳- محاسبه ظرفیت خمشی $\phi_b M_n$

$$L_p = 312 \text{ cm} < L_b = 500 \text{ cm} < L_r = 1507 \text{ cm}$$

$$M_{px} = Z_x f_y = 1016 \times 2.4 = 2438.4 \text{ ton.cm}$$

$$C_b = \frac{12.5 \times 1}{2.5 \times 1 + 3 \times \frac{1}{2} + 4 \times 1 + 3 \times \frac{1}{2}} \times 1 = 1.316$$

$$C_b \left[M_{px} - (M_{px} - 0.7 f_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \\ = 1.316 \times \left[2438.4 - (2438.4 - 0.7 \times 2.4 \times 938) \frac{500 - 312}{1507 - 312} \right] = 3030.3 \text{ ton.cm}$$

$$M_{nx} \\ = \min \left\{ C_b \left[M_{px} - (M_{px} - 0.7 f_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right], M_{px} \right\} = \min \{ 3030.3, 2438.4 \} \\ = 2438.4 \text{ ton.cm}$$

$$\phi_b M_{nx} = 0.9 \times 2438.4 = 2194.6 \text{ ton.cm}$$

گام ۴- کنترل رابطه اندرکنش

در این مثال، نیروهای تشدید یافته برابر مقادیر نیاز محاسبه شده فرض شده اند.

$$\hat{P}_u = P_u, \hat{M}_{ux} = M_{ux}, \hat{M}_{uy} = M_{uy}$$

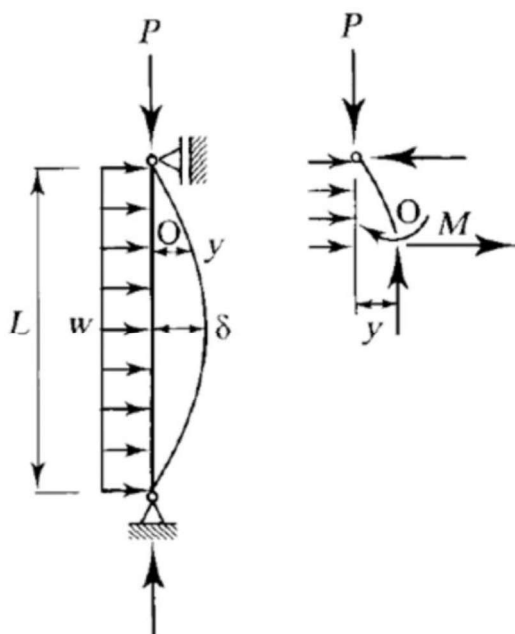
$$\frac{\hat{P}_u}{\phi_c P_n} = \frac{62.4}{163.1} = 0.38 > 0.2$$

$$\frac{\hat{P}_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{\hat{M}_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{\hat{M}_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) = \frac{62.4}{163.1} + \frac{8}{9} \left(\frac{1450}{2194.6} + 0 \right) = 0.97 \leq 1 \rightarrow OK$$

بدین ترتیب مقطع جوابگوی نیاز تیرستون می باشد.

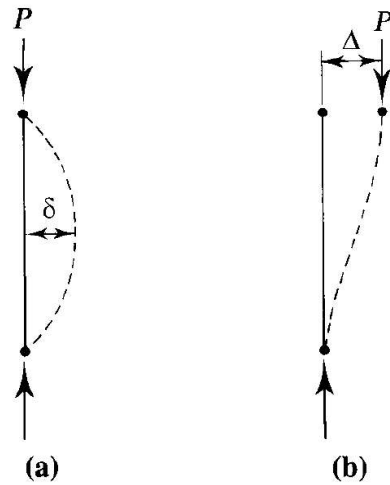
۷-۲ روشهای تحلیل (محاسبه مقاومت مورد نیاز)

چنانچه نیروی محوری عضو کم و قابل چشم‌پوشی باشد، رابطه اندرکنش ارائه شده جوابگوی تحلیل خواهد بود. حضور نیروی محوری باعث ایجاد لنگرهای ثانویه می‌شود که باید مورد توجه قرار گیرند. به عنوان نمونه تیرستون شکل زیر دارای نیروی محوری و بار جانبی گسترده است. در نقطه O لنگری توسط بار جانبی و لنگر دیگری با نام **لنگر ثانویه** به مقدار $P\gamma$ توسط نیروی محوری با خروج از مرکزیت نسبت به محور طولی عضو ایجاد می‌شود. خروج از مرکزیت بیشتر ستون منجر به لنگر ثانویه بیشتری خواهد شد که در این تیرستون، بیشترین خروج از مرکزیت در وسط آن ایجاد می‌شود. لنگر ایجاد شده در وسط تیرستون به مقدار $\frac{wL^2}{8} + P\delta$ خواهد بود. لنگر ثانویه باعث ایجاد تغییرشکل بیشتر می‌شود. از آنجا که میزان تغییرشکل ایجاد شده در تیرستون به روش مستقیم قابل محاسبه نیست، تیرستون دارای رفتار غیرخطی هندسی بوده و بدون تعیین تغییرشکل، لنگر ایجاد شده قابل محاسبه نخواهد بود.



شکل ۷-۳ تیرستون بدون امکان جابجایی و لنگر $P-\delta$

علاوه بر لنگر ثانویه ایجاد شده توسط تغییرشکل عضو که به آنها لنگر $P-\delta$ گفته می‌شود، در وضعیتی که یک انتهای ستون نسبت به انتهای دیگر جابجایی داشته باشد، لنگر ثانویه دیگری با نام لنگر $P-\Delta$ نیز به وجود می‌آید. این دو لنگر ثانویه در شکل زیر نشان داده شده‌اند. در قابهای مهار شده، جابجایی نسبی دو انتهای ستون رخ نداده و تنها لنگر $P-\delta$ حضور دارد. در قاب مهار نشده، لنگر $P-\Delta$ وجود داشته و می‌تواند باعث افزایش لنگر انتهای تیرستون شود. در این وضعیت توزیع لنگر در طول عضو، ترکیبی از لنگر اولیه و دو نوع **لنگر ثانویه** یعنی لنگر $P-\delta$ و لنگر $P-\Delta$ خواهد بود. لنگر $P-\delta$ بر اثر تغییرشکل عضو و لنگر $P-\Delta$ بر اثر جابجایی جانبی دو انتهای عضو نیست به یکدیگر، در قاب خمشی مهار نشده ایجاد می‌شود. در شکل زیر در وضعیت مهار شده، بیشترین لنگر ثانویه به مقدار $P\delta$ بوده که به مقدار لنگر ماکزیمم عضو (در وسط) اضافه می‌شود. در حالت مهاربندی نشده، لنگر ثانویه دیگری توسط تغییرمکان جانبی و به مقدار ماکزیمم $P\Delta$ ایجاد شده که لنگر انتهای عضو را تشدید می‌نماید.



شکل ۷-۴ دو نوع لنگر ثانویه $P-\Delta$ و $P-\delta$

یک قاب مهار نشده جهت پایداری، به انتقال لنگر میان گره‌های خود وابسته است و به همین دلیل، معمولاً به آنها قاب خمشی اطلاق می‌شود. ساختمانهای متداول چند طبقه می‌توانند ترکیبی از قابهای مهار شده و قابهای خمشی باشند. تقریباً در کلیه سازه‌ها (بجز در سازه‌های ساده) تعیین تلاشهای محوری و خمشی اعضاء، نیازمند انجام تحلیل با استفاده از ابزارهای محاسباتی رایانه‌ای است. نتیجه تحلیل فوق، مقاومت مورد نیاز یا نیاز مقاومت^۱ اعضاء است. از طرف دیگر، مقاومت موجود^۲، مقاومت اسمی یا ظرفیت اعضاء با توجه به ضوابط آیین‌نامه‌ای تعیین می‌شود. در اعضای فشاری عواملی مانند وضعیت هندسی تغییرشکل یافته، ناشاقولی و رفتار غیرالاستیک، در تعیین ظرفیت عضو تاثیرگذار هستند که باید در محاسبات تحلیل سازه جهت تعیین نیاز مقاومت، در نظر گرفته شوند.

روشهای ساده‌تر تحلیل که تغییرشکل هندسی اعضاء در محاسبات آنها تاثیرگذار نیست، روشهای تحلیل مرتبه اول^۳ و روشهایی که اثر تغییرشکل هندسی را به صورت گامهای تکرار شونده در نظر می‌گیرند، روشهای تحلیل مرتبه دوم^۴ نامیده می‌شوند. آیین‌نامه جهت تعیین مقاومت مورد نیاز خمشی و محوری سه روش تحلیل مستقیم، روش طول موثر و روش تحلیل مرتبه اول را ارائه نموده است.

a- روش تحلیل مستقیم^۵

روش تحلیل مستقیم، نوعی روش تحلیل مرتبه دو است که اثر هر دو لنگر $P-\delta$ و $P-\Delta$ را در نظر می‌گیرد. روش دیگری نیز با تغییر بارگذاری خمشی و محوری تحلیل مرتبه اول، ارائه شده است که با نامهای تحلیل تقریبی مرتبه دوم یا تحلیل مرتبه اول تشدید یافته یا روش تشدید لنگر شناخته شده و نوعی تحلیل مستقیم (مرتبه دوم) محسوب می‌شود. در این روش، سختی خمشی

^۴ second-order methods

^۵ direct analysis method

^۱ required strength

^۲ available strength

^۳ first-order methods

اعضاء کاهش می یابد و ضریب طول موثر $K = 1$ هم در تحلیل و هم در تعیین ظرفیت مقاومت به کار می رود. جزئیات این روش در بخش آتی ارائه می شود.

b- روش طول موثر

این روش مشابه روش مستقیم بوده با این تفاوت که سختی اعضاء کاهش نیافته و ضریب طول موثر در اعضاء به نحوی تعیین می شود که اثرات مرتبه دوم در تحلیل اعمال شود.

c- روش تحلیل مرتبه اول

در برخی شرایط، می توان از این روش استفاده نمود که به نوعی، روش مستقیم ساده شده محسوب می شود. جهت تعیین ظرفیت در این روش، سختی اعضاء کاهش نیافته و ضریب طول موثر در اعضاء برابر واحد در نظر گرفته می شود. کلیه ستونها در سازه های واقعی، در معرض خروج از محوریت اولیه ناشی از ناریسمانی و ناشاقولی قرار دارند. در هر سه روش فوق، اثر ناشاقولی در ستونها توسط بارهای جانبی اضافی اعمال می گردد که **بارهای فرضی^۱** نام داشته و در ترکیبات بارگذاری نیز ظاهر می شوند.

روش تحلیل مستقیم روش منتخب آیین نامه است. چنانچه نرم افزار مناسب در اختیار باشد، روش تحلیل مرتبه دوم و در صورت عدم امکان تحلیل مرتبه دوم، روش تقریبی یا تشدید یافته انتخاب مناسبی محسوب می شود. در این کتاب، نتیجه تحلیل سازه در مثالها و مسائل انتهای فصول ارائه شده و خواننده نیازی به انجام تحلیل ندارد. چنانچه نیاز لنگر خمشی و نیروی محوری از تحلیل مرتبه دوم ارائه شود، ادامه حل توسط رابطه اندرکنش امکان پذیر است ولی اگر نیاز خمشی و محوری از تحلیل مرتبه اول ارائه شود، لازم است با استفاده از روش تشدید لنگر، اثرات مرتبه دوم در سازه لحاظ شود.

۷-۲-۲ روش تشدید لنگر^۲

در روش تشدید لنگر که نوعی تحلیل مستقیم (مرتبه دوم) محسوب می شود، با استفاده از لنگر ماکزیمم ناشی از بارگذاری و تحلیل مرتبه اول و افزایش آن با ضرایب تشدید، اثرات مرتبه دوم اعمال می گردد. لازم به ذکر است مطابق ضوابط آیین نامه، اثرات تشدید بر روی لنگر و نیروی محوری اعمال می شوند ولی از آنجا که در بیشتر موارد تشدید لنگر بیش از تشدید نیروی محوری تاثیرگذار است، این روش با نام تشدید لنگر شناخته می شود.

۷-۲-۳ رابطه ساده تشدید لنگر

در این بخش، معادله لنگر تشدید یافته برای تیر ساده دارای مهار جانبی محاسبه می شود. چنانچه تیر ساده ای تحت اثر نیروی محوری و ناریسمانی اولیه در نظر گرفته شود، منحنی شکل اولیه تیر با رابطه زیر قابل ارائه است.

² moment amplification method

¹ notional loads

$$y_0 = e \sin \frac{\pi x}{L}$$

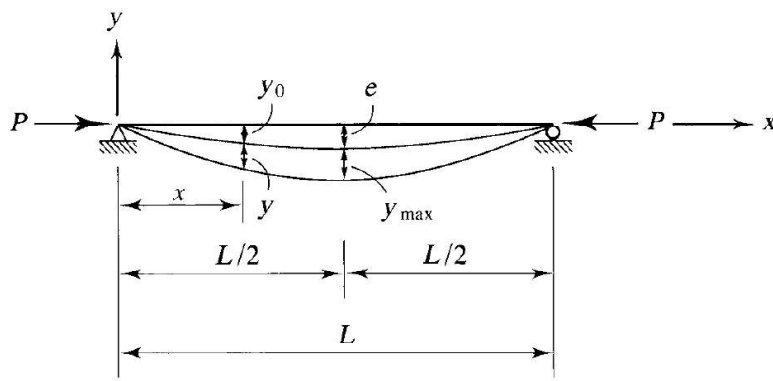
که در آن e بیشترین فاصله از محور اصلی تیر بوده و در میان تیر ایجاد شده است. رابطه لنگر-انحناء تیر به صورت زیر می‌باشد.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{\hat{M}}{EI}$$

لنگر $\hat{M}$ به دلیل خروج از محوریت بار محوری P نسبت به محور اصلی تیر، ایجاد شده است. این خروج از محوریت ناشی از مجموع ناريسمانی اولیه y_0 و تغییر شکل ایجاد شده y ناشی از خمش است. لنگر هر نقطه از تیر با رابطه زیر قابل دستیابی خواهد بود.

$$\hat{M} = P(y + y_0)$$

شکل زیر نمای کلی تیرستون را نمایش می‌دهد.



شکل ۵-۷ تیر دارای نیروی محوری و تغییر شکل خمشی

با جایگذاری روابط در معادله دیفرانسیل لنگر-انحناء، رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{P}{EI} \left(e \sin \frac{\pi x}{L} + y \right)$$

که به صورت زیر قابل بازنویسی است.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{P}{EI} y = -\frac{P.e}{EI} \sin \frac{\pi x}{L}$$

که یک معادله دیفرانسیل غیر همگن است. برای حل این معادله مرتبه دو، نیاز به دو شرط تکیه‌گاهی است که با توجه به هندسه

تیر، به صورت زیر قابل بیان هستند.

$$x = 0 \rightarrow y = 0$$

$$x = L \rightarrow y = 0$$

تابعی که در معادله دیفرانسیل و هر دو شرط تکیه‌گاهی صدق کند، تابع زیر است.

$$y = B \sin \frac{\pi x}{L}$$

که در آن B ثابت است. با جایگذاری تابع در معادله اصلی رابطه زیر بدست می‌آید.

$$-\frac{\pi^2}{L^2} B \sin \frac{\pi x}{L} + \frac{P}{EI} B \sin \frac{\pi x}{L} = -\frac{P.e}{EI} \sin \frac{\pi x}{L}$$

که با حل این معادله و نمایش بار کمانش اولر به صورت $P_e = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$ ثابت B به صورت زیر بدست می آید.

$$B = \frac{\frac{P_e e}{EI}}{\frac{P}{EI} \frac{\pi^2}{L^2}} = \frac{-e}{1 - \frac{\pi^2 EI}{PL^2}} = \frac{e}{\frac{P_e}{P} - 1}$$

با جایگذاری مقدار بدست آمده روابط زیر بدست می آید.

$$y = B \sin \frac{\pi x}{L} = \frac{e}{\frac{P_e}{P} - 1} \sin \frac{\pi x}{L}$$

$$\hat{M} = P(y_0 + y) = P \left[e \sin \frac{\pi x}{L} + \frac{e}{\frac{P_e}{P} - 1} \sin \frac{\pi x}{L} \right]$$

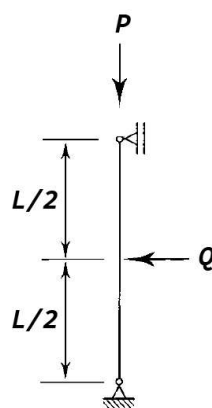
بیشترین لنگر در نقطه $x = \frac{L}{2}$ واقع می شود.

$$\hat{M}_{max} = P \left[e + \frac{e}{\frac{P_e}{P} - 1} \right] = P e \left[\frac{\frac{P_e}{P} - 1 + 1}{\frac{P_e}{P} - 1} \right] = M_0 \left[\frac{1}{1 - \frac{P}{P_e}} \right]$$

که در آن لنگر $\hat{M}_{max}$ لنگر ماکزیمم تشدید یافته و M_0 لنگر ماکزیمم تشدید نیافته است که در تیر بررسی شده، این لنگر ناشی از ناریسمانی اولیه است ولی در حالت کلی، می تواند ناشی از بارگذاری تیر نیز باشد. بدین ترتیب عبارتی برای تشدید لنگر اولیه بدست آمده است که اثرات ثانویه را اعمال نماید. از آنجا که تغییر شکل تیر معادل با حالت کمانش بررسی گردیده است، نیروی محوری تیر معادل با بار نهایی متناظر با خرابی تیرستون است. در روش LRFD نیروی محوری به صورت نهایی یا ضریبدار P_u (تشدید نیافته) ارائه شده و لذا ضریب تشدید به شکل رابطه $\frac{1}{1 - \frac{P_u}{P_e}}$ حاصل می شود. لازم به ذکر است رابطه دقیق آیین نامه، اندکی با رابطه فوق متفاوت است.

مثال ۷-۳

با استفاده از رابطه فوق، لنگر تشدید یافته مثال قبل را محاسبه نمایید.



حل:

$$IPB24 \rightarrow A = 106 \text{ cm}^2, r_x = 10.3 \text{ cm}, r_y = 6.08 \text{ cm}, I_x = 11260 \text{ cm}^4, S_x = 938 \text{ cm}^3, Z_x = 1016 \text{ cm}^3, L_p = 312 \text{ cm}, L_r = 1507 \text{ cm}$$

گام ۱- محاسبه ضریب تشدید

$$P_e = \frac{\pi^2 EI_x}{(KL_x)^2} = \frac{\pi^2 \times 2040 \times 11260}{(1 \times 500)^2} = 906.8 \text{ ton}$$

$$P_u = 62.4 \text{ ton}$$

$$\frac{1}{1 - \frac{P_u}{P_e}} = \frac{1}{1 - \frac{62.4}{906.8}} = 1.07$$

نشان دهنده ۷ درصد افزایش در خمشی

گام ۲- محاسبه نیاز محوری $\hat{P}_u$ و نیاز خمشی $\hat{M}_u$ تشدید یافته

$$\hat{M}_{ux} = 1.07 \times M_{ux} = 1.07 \times 1450 = 1551.5 \text{ ton.cm}$$

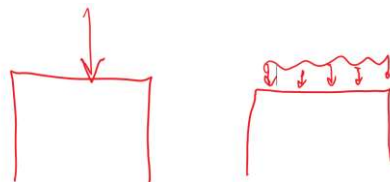
$$\frac{\hat{P}_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{\hat{M}_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{\hat{M}_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) = \frac{62.4}{163.1} + \frac{8}{9} \left(\frac{1551.5}{2194.6} + 0 \right) = 1.01 \leq 1 \rightarrow \text{Say OK}$$

ملاحظه می شود که با اعمال اثر تشدید لنگر، مقطع جوابگوی نیاز تیرستون خواهد بود.

توجه: این مثال جهت آشنایی با رابطه تشدید لنگر تنظیم گردیده است. روابط آیین نامه ای با رابطه ارائه شده اندکی تفاوت دارند که در بخشهای آتی به آنها پرداخته خواهد شد.

۷-۲-۴ انواع بارگذاری وارد بر اعضای سازه

بارگذاری که در عضو، جابجایی جانبی ایجاد نمی کند. مانند سازه متقارن با بارگذاری متقارن در شکل زیر:

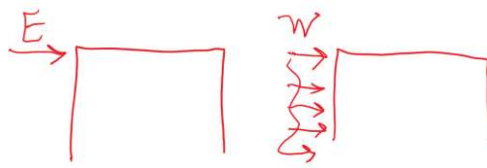


در عضو AB فوق، نتایج تحلیل لنگر در گره A با M_{nt} و نیروی محوری با P_{nt} نامیده می شوند.

چنانچه سازه و بارهای ثقلی متقارن باشند، تحلیل ناشی از بارهای ثقلی (مرده و زنده) ایجاد جابجایی در عضو نمی نمایند.

بارگذاری که در عضو، جابجایی جانبی ایجاد می کند. بخشی از بارگذاری که پس از اعمال به سازه، در عضو جابجایی جانبی ایجاد

می کند. مانند سازه نامتقارن یا بارگذاری نامتقارن ثقلی و یا سازه با بارگذاری جانبی در شکل زیر:



در سازه های دارای بارگذاری جانبی مانند باد و زلزله، بار سبب ایجاد جابجایی جانبی می شود. در این حالت نتایج تحلیل عضو AB در گره A با M_{lt} و نیروی محوری با P_{lt} نامیده می شوند.

چنانچه سازه نامتقارن یا بارگذاری نامتقارن ثقلی باشد، تحلیل ناشی از بارهای ثقلی (مرده و زنده) نیز ایجاد جابجایی در عضو می نمایند.

۷-۲-۵ روابط آیین نامه ای تشدید لنگر

برای محاسبه اثر لنگرهای ثانویه، با تعریف دو ضریب تشدید B_1 و B_2 مقاومت خمشی تشدید یافته مورد نیاز $(\hat{M}_u)$ به شرح زیر توسط آیین نامه ارائه می گردد.

$$\hat{M}_u = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt} \quad ۲-۷$$

$\hat{M}_u$	مقاومت خمشی مرتبه دوم مورد نیاز	B_1	ضریب تشدید $P-\delta$
M_{nt}	لنگر ماکزیمم نهایی با فرض وجود مهار جانبی	B_2	ضریب تشدید $P-\Delta$
M_{lt}	لنگر ماکزیمم نهایی ایجاد شده توسط تغییر مکان جانبی		

در استفاده از رابطه فوق، M_{nt} لنگر ماکزیمم تحت بارهای ضربیدار است که با فرض مهار جانبی محاسبه می شود.^۱ این لنگر در هر دو نوع قاب مهار شده و مهار نشده، به صورت مشابه محاسبه شده و مهار جانبی واقعی قاب، اهمیتی ندارد. M_{lt} لنگر ماکزیمم ایجاد شده توسط بارهای ضربیدار مرتبط با تغییر مکان جانبی است^۲ که می تواند توسط اعمال بار جانبی، عدم تقارن در بارهای ثقلی (حتی در سازه متقارن) و یا عدم تقارن سازه (حتی در بارگذاری ثقلی متقارن) ایجاد شود. در صورت وجود مهار جانبی مقدار لنگر M_{lt} برابر صفر خواهد بود. لازم به یادآوری است که هر دو لنگرهای M_{nt} و M_{lt} نیاز خمشی یا مقاومت خمشی مورد نیاز (تشدید نیافته) اعضاء هستند که در روش LRFD به صورت نهایی و بار ضرایب ترکیب بار محاسبه می شوند. ضریب تشدید B_1 برای لنگرهای $P-\delta$ است که در صورت وجود مهار جانبی قاب، در اعضاء ایجاد می شوند. ضریب تشدید B_2 برای لنگرهای $P-\Delta$ است که به دلیل تغییر مکان جانبی قاب، در اعضاء ایجاد می شوند.

علاوه بر تشدید نیازهای خمشی، مقاومت محوری مورد نیاز اعضاء نیز تحت اثرات مرتبه دوم، به دلیل تغییر مکان نقاط در حین بارگذاری تغییر می یابند. تغییر شکل اعضاء (δ) در نیاز محوری تاثیری نداشته ولی تغییر مکان جانبی (Δ) در آن تاثیرگذار است. بدین ترتیب ضریب تشدید B_2 به شرح زیر در محاسبه مقاومت محوری مرتبه دوم مورد نیاز $(\hat{P}_u)$ نیز استفاده می گردد.

$$\hat{P}_u = P_{nt} + B_2 P_{lt} \quad ۳-۷$$

^۱ No translation moment

^۲ Lateral translation moment

^۳ مبحث دهم رابطه پ-۲-۲

$\hat{P}_u$	مقاومت محوری مرتبه دوم مورد نیاز	P_{nt}	نیروی محوری ماکزیمم نهایی با فرض وجود مهار جانبی
B_2	ضریب تشدید $P-\Delta$	P_{lt}	نیروی محوری ماکزیمم نهایی ایجاد شده توسط تغییر مکان جانبی

در ادامه ضوابط مرتبط با دو ضریب تشدید B_1 و B_2 در دو بخش اعضای با و بدون مهار جانبی ارائه خواهند گردید.

۷-۳ تیرستون با مهار جانبی

در اعضای متعلق به قاب دارای مهار جانبی یا اعضای با مهار جانبی، تغییر مکان انتهای عضو نسبت به انتهای دیگر آن امکان پذیر نیست. چنانچه ذکر گردید در صورت وجود مهار جانبی، در روابط تشدید لنگر مقادیر $M_{lt} = P_{lt} = 0$ خواهد بود و تعیین مقدار تشدید (لنگر و نیروی محوری) در تیرستون با مهار جانبی، با محاسبه ضریب تشدید B_1 میسر خواهد بود.

۷-۳-۱ ضریب تشدید B_1

در بخشهای قبلی شکل کلی رابطه تشدید لنگر برای تیر ساده بدست آمد. بر اساس ساختار مذکور و با تعریف چند پارامتر، ضریب تشدید B_1 توسط آیین نامه مطابق رابطه زیر ارائه شده است.

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{P_{e1}}} \geq 1 \quad '۴-۷$$

B_1	ضریب تشدید $P-\delta$	P_{e1}	بار کمانش اولر با سختی کاهش یافته
P_u	مقاومت محوری مورد نیاز تشدید نیافته	C_m	ضریب الگوی انحنا

در رابطه فوق P_u مقاومت محوری مورد نیاز تشدید نیافته معادل $P_{nt} + P_{lt}$ است. بار کمانش اولر P_{e1} مربوط به تیرستون با سختی کاهش یافته بوده و از رابطه زیر محاسبه می شود.

$$P_{e1} = \frac{\pi^2 EI^*}{(K_1 L)^2} \quad '۵-۷$$

P_{e1}	بار کمانش اولر با سختی کاهش یافته	EI^*	سختی خمشی کاهش یافته
K_1	ضریب طول موثر که برای اعضای کلیه سیستمهای سازه ای برابر یک است ($K_1 = 1$)		

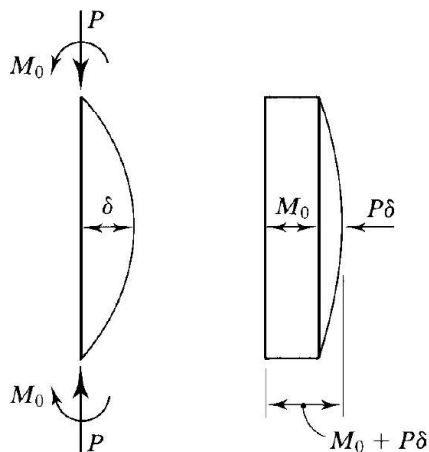
۷-۳-۲ ضریب الگوی انحنا C_m

شکل زیر یک عضو با مهار جانبی را نمایش می دهد که تحت دو لنگر متمرکز در دو انتها، لنگر ثابتی در طول آن ایجاد شده است. از آنجا که در سراسر عضو، لنگر تغییر علامت نداده است، نواحی فشاری و کششی مقطع عضو جابجا نشده و عضو تغییر شکل یافته، دارای انحنا ساده^۲ خواهد بود. در این وضعیت بیشترین لنگر ثانویه ($P\delta$) در وسط عضو ایجاد می شود. بیشترین تغییر شکل نیز در وسط خواهد بود و از آنجا که لنگر اولیه ایجاد شده تحت بارگذاری، در سراسر عضو ثابت است، می توان اظهار داشت که وسط عضو دارای بیشترین لنگر اولیه نیز می باشد. لذا در این وضعیت، لنگرهای اولیه و ثانویه قابل جمع کردن خواهند بود. حتی اگر لنگرهای متمرکز

^۱ مبحث دهم بند پ-۲-۱

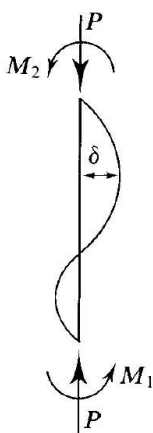
^۲ single-curvature

بارگذاری اعمال شده برابر نباشند، تا زمانی که یک لنگر ساعتگرد و لنگر دیگر پاد ساعتگرد باشد، انحنا ایجاد شده از نوع ساده بوده و لنگرهای ماکزیمم اولیه و ثانویه، نزدیک به یکدیگر ایجاد خواهند گردید.



شکل ۶-۷ انحنا ساده در عضو با مهار جانبی

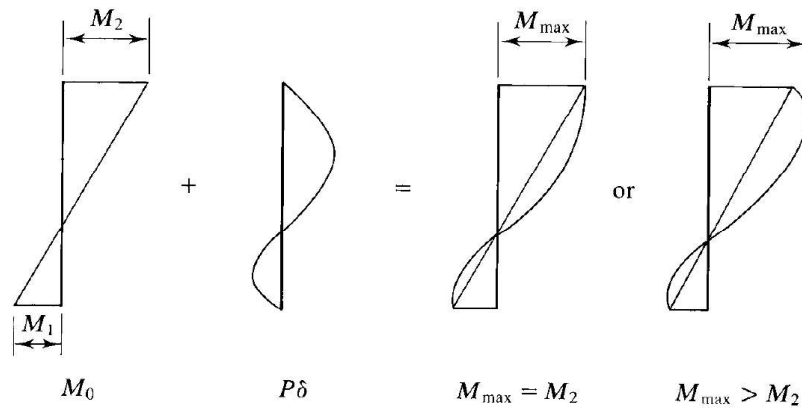
از سوی دیگر، چنانچه لنگرهای بارگذاری دارای جهت (علامت) یکسان باشند، عضو تغییرشکل یافته، مطابق شکل زیر دارای انحنا مضاعف^۱ خواهد بود.



شکل ۷-۷ انحنا مضاعف در عضو با مهار جانبی

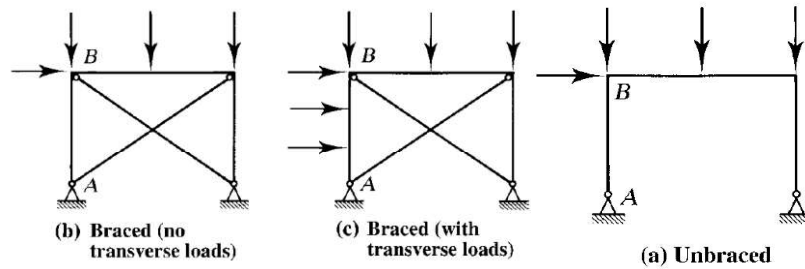
در این وضعیت بیشترین لنگر اولیه در یکی از دو انتها بوده ولی بیشترین لنگر ثانویه در میان عضو خواهد بود. با توجه به مقدار نیروی محوری P اعمال شده، لنگر ثانویه ایجاد شده ممکن است کمتر یا بیشتر از لنگر اولیه عضو باشد. لذا بیشترین لنگر ایجاد شده با توجه به نحوه توزیع لنگر در طول عضو تعیین خواهد گردید.

^۱ reverse-curvature



شکل ۷-۸ لنگرهای ایجاد شده توسط انحناء مضاعف در عضو با مهار جانبی

اثر توزیع لنگر بر بیشترین لنگر ایجاد شده در عضو با ضریب الگوی انحناء C_m بیان می‌گردد که در ضریب تشدید قبلی ضرب می‌شود. وضعیت بررسی شده قبلی دارای انحناء ساده بوده و لنگرهای اولیه و ثانویه، هر دو در یک موقعیت ایجاد می‌گردند، که معادل با بحرانی‌ترین وضعیت ممکن است. لذا در بحرانی‌ترین وضعیت $C_m = 1$ در سایر حالتها $C_m < 1$ خواهد بود. ضریب الگوی انحناء C_m تنها در وضعیت قاب دارای مهار جانبی استفاده می‌شود. جهت تعیین این ضریب، اعضاء قاب از دیدگاه بارگذاری جانبی مستقیم بر روی عضو (در میان دو انتها) به دو دسته تقسیم‌بندی می‌شوند. دسته اول شامل اعضایی است که دارای بارگذاری جانبی مستقیم بر روی عضو (در میان دو انتهای آن) هستند و دسته دوم، شامل اعضای بدون بارگذاری جانبی مستقیم است که در آنها، بار فقط در دو انتهای عضو به آن اعمال می‌شود. شکل زیر این دو وضعیت را برای عضو AB نمایش می‌دهد.



الف) عضو بدون مهار جانبی ب) عضو بدون بارگذاری جانبی مستقیم ج) عضو با بارگذاری جانبی مستقیم

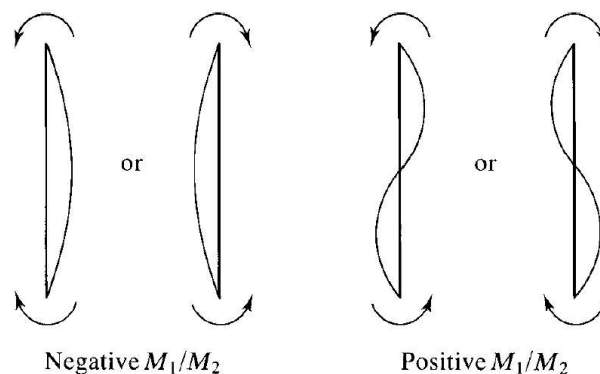
شکل ۷-۹ وضعیتهای مختلف بارگذاری جانبی مستقیم برای عضو AB

در اعضای با بارگذاری جانبی مستقیم و یا در وضعیت قاب بدون مهار جانبی، ضریب الگوی انحناء C_m دارای مقدار واحد بوده و در اعضای بدون بارگذاری جانبی مستقیم و در وضعیت قاب با مهار جانبی، از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$C_m = 0.6 - 0.4 \frac{M_1}{M_2} \quad ۷-۶'$$

C_m	ضریب الگوی انحناء
M_1	لنگر کوچکتر انتهای عضو (تشدید نیافته) از لنگرهای ناشی از بارهای بدون جابجایی M_{nt}
M_2	لنگر بزرگتر انتهای عضو (تشدید نیافته) از لنگرهای ناشی از بارهای بدون جابجایی M_{nt}

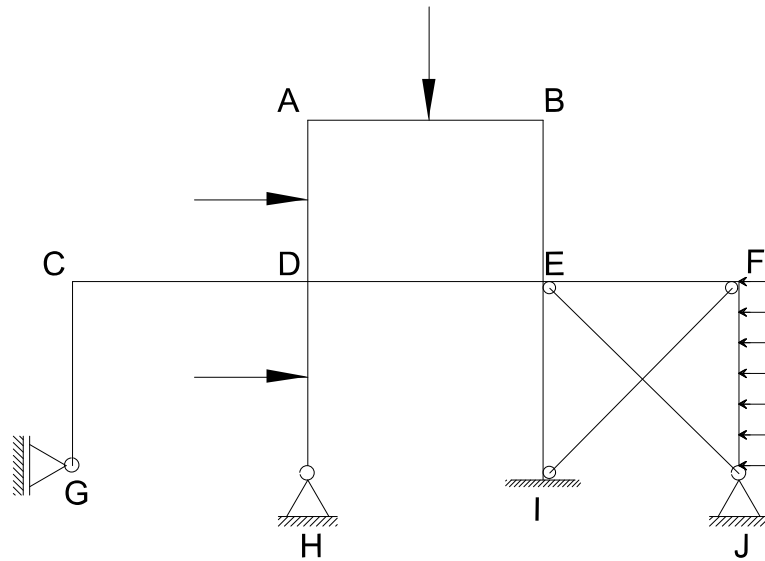
لنگرهای دو انتهای عضو از جنس لنگرهای ناشی از بارهای بدون جابجایی M_{nt} در دو انتهای عضو هستند. این دو لنگر به نحوی تعیین می‌شوند که لنگر کوچکتر با نماد M_1 و لنگر بزرگتر با نماد M_2 نشان داده شود به نحوی که $|M_1| \leq |M_2|$ برقرار باشد. چنانچه لنگرهای دو انتهای عضو دارای علامتهای یکسان نباشند، انحناء ساده ایجاد شده و نسبت $\frac{M_1}{M_2}$ دارای علامت منفی خواهد بود. انحناء مضاعف در وضعیتی ایجاد می‌شود که لنگرهای M_1 و M_2 دارای جهت یکسان باشند (هر دو ساعتگرد یا هر دو پاد ساعتگرد). در این صورت لنگرهای دو انتهای عضو دارای علامتهای یکسان بوده و نسبت $\frac{M_1}{M_2}$ دارای علامت مثبت خواهد بود. در اعضای دارای بارگذاری جانبی مستقیم، روند محاسبه ضریب الگوی انحناء C_m ارائه شده ولی استفاده از مقدار محافظه کارانه $C_m = 1$ نیز توسط آیین نامه، مجاز دانسته شده است.



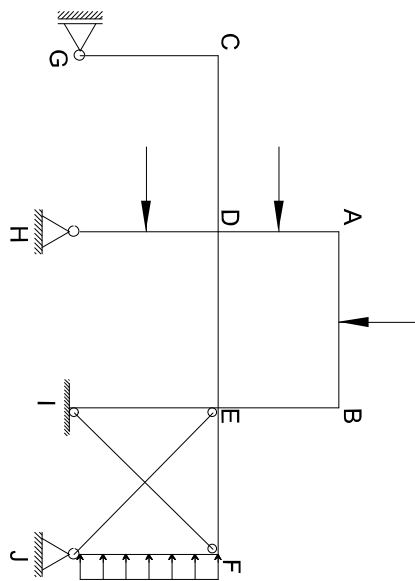
شکل ۷-۱۰ علامت $\frac{M_1}{M_2}$ در انحناء ساده و مضاعف

مثال ۷-۴

مطلوب است تعیین ضریب C_m در کلیه اعضای قاب شکل زیر.



حل مثال به دانشجویان واگذار می‌شود. وضعیت چرخیده قاب در شکل زیر نشان داده شده است.



جهت بررسی تیرها، توجه به وضعیت چرخیده قاب توصیه می‌شود

۷-۳-۳ سختی خمشی کاهش یافته

سختی خمشی کاهش یافته دارای نماد EI^* است. در روش طول موثر و روش مرتبه اول، سختی خمشی کاهش نمی‌یابد ($EI^* = EI$) ولی در روش تحلیل مستقیم، سختی خمشی کاهش یافته از رابطه زیر محاسبه می‌گردد.

$$EI^* = 0.8 \tau_b EI$$

۷-۷

سختی خمشی کاهش نیافته

EI

سختی خمشی کاهش یافته

EI^*

ضریب کاهش اضافی سختی خمشی

τ_b

در رابطه فوق τ_b ضریب کاهش اضافی سختی خمشی^۱ بوده که از رابطه زیر محاسبه می گردد.

$$\tau_b = \begin{cases} 1.0 & \leftarrow \left\{ \frac{P_u}{P_y} \leq 0.5 \right\} \\ 4 \frac{P_u}{P_y} \left(1 - \frac{P_u}{P_y} \right) & \leftarrow \left\{ \frac{P_u}{P_y} > 0.5 \right\} \end{cases} \quad 'A-7$$

τ_b ضریب کاهش اضافی سختی خمشی
 P_u مقاومت محوری نهایی مورد نیاز (تشدید نیافته)
 P_y مقاومت تسلیم محوری

ضریب τ_b پیش از این در بخش رفتار غیرالاستیک ستونها نیز مورد اشاره بوده است. تحت برخی شرایط خاص، حتی در وضعیت $\frac{P_u}{P_y} > 0.5$ آیین نامه اجازه می دهد $\tau_b = 1$ در نظر گرفته شود. چنانچه در بخشهای قبلی ذکر شد، در روشهای تحلیل مورد تایید آیین نامه، از جمله روش تحلیل مستقیم، برای اعمال تاثیر ناشاقولی و نارسمانی ستونها، لازم است بارهای جانبی فرضی تعریف و به سازه وارد شوند. در صورت افزایش جزئی مقادیر بار فرضی، آیین نامه اجازه می دهد $\tau_b = 1$ در نظر گرفته شود. یادآوری می گردد که در مسائل این کتاب، محاسبات تحلیل سازه ارائه نشده و تنها از نتایج تحلیل استفاده می شود.

توجه: در مسائل کتاب حاضر روش طول موثر و مرتبه اول، مد نظر سوالات است که در آن سختی خمشی کاهش نمی یابد ($EI^* = EI$) مگر آنکه روش دیگری در مسئله تصریح شود.

۷-۴ مراحل کنترل تیرستون با مهار جانبی

چنانچه ذکر شد در اعضای متعلق به قاب دارای مهار جانبی یا اعضای با مهار جانبی، دو انتهای عضو نسبت به یکدیگر تغییر مکان جانبی ندارند. بدین ترتیب چنانچه مثلاً دو ترکیب بار $1.2D + L + E$ و $1.2D + 1.6L$ مد نظر بررسی باشند، به دلیل وجود مهار جانبی، بار جانبی E در قاب ایجاد نیرو و لنگر نمی نماید و لذا ترکیب بار فاقد بار جانبی (ترکیب بار دوم) تعیین کننده خواهد بود. فرض بر آن است که مقطع و جهت قرارگیری تیرستون مشخص بوده و نتایج تحلیل قاب، برای دو انتهای تیرستون مورد نظر موجود باشد.

a- تعیین نیازهای تشدید نیافته P_{nt}, M_{nt}, P_u

با ترسیم دیاگرام نیروی محوری و لنگر خمشی برای تیرستون ناشی از بارهای بدون جابجایی، M_{nt} و P_{nt} تعیین می شود. با تعیین ترکیب بار مورد نظر، نیازهای تشدید نیافته ناشی از ترکیب بار محاسبه می گردند. به عنوان مثال برای ترکیب بار $1.2D + 1.6L$ خواهیم داشت:

$$P_{nt} = P_u = 1.2P_D + 1.6P_L$$

$$M_{nt} = 1.2M_D + 1.6M_L$$

^۲ مبحث دهم بند ۲-۱۰-۱-۵-۱-۲

^۱ stiffness reduction factor

b- محاسبه سختی خمشی کاهش یافته EI^*

سختی خمشی کاهش یافته با توجه به روش تحلیل انجام شده، تعیین می‌شود. در روش تحلیل مرتبه اول و روش طول موثر سختی خمشی کاهش نیافته و $EI^* = EI$ برقرار است. در روش تحلیل مستقیم سختی خمشی با رابطه $EI^* = 0.8\tau_b EI$ کاهش می‌یابد.

c- محاسبه ضریب تشدید B_1

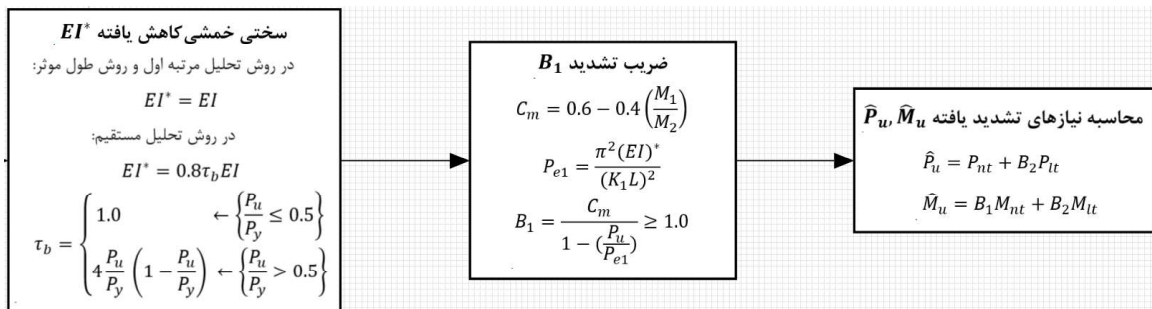
در تیرستون متعلق به قاب مهار شده، لازم است ابتدا ضریب الگوی انحناء C_m با توجه به انحناء عضو، محاسبه شده و سپس ضریب تشدید B_1 محاسبه شود.

d- محاسبه نیازهای تشدید یافته $\hat{P}_u, \hat{M}_u$

پس از محاسبه نیازهای تشدید یافته و ضرایب تشدید آنها، نیازهای تشدید یافته با استفاده از ضرایب تشدید B_1 محاسبه شده و $B_2 = 0$ محاسبه می‌گردند. در تیرستونهای دارای خمش دو محوره، لازم است روابط مربوط به نیاز لنگر تشدید یافته برای دو محور به صورت جداگانه نوشته شوند. در این صورت لنگرهای تشدید یافته در قالب دو رابطه $\hat{M}_{ux} = B_{1x}M_{ntx} + B_{2x}M_{ltx}$ و $\hat{M}_{uy} = B_{1y}M_{nty} + B_{2y}M_{lty}$ قابل محاسبه هستند.

توجه: در اعضای مهار شده، نیاز نیروی محوری تشدید نمی‌یابد و لذا $\hat{P}_u = P_u$ خواهد بود.

فلوچارت محاسبه نیاز لنگر و نیروی محوری تشدید یافته در عضو دارای مهار جانبی، مطابق شکل زیر خواهد بود.



شکل ۷-۱۱ فلوچارت محاسبه نیاز تشدید یافته تیرستون دارای مهار جانبی

در مسائل این کتاب، چنانچه نوع تحلیل مشخص نشده باشد، روش تحلیل مرتبه اول مد نظر است.

e- محاسبه ظرفیت محوری $\phi_c P_n$ و ظرفیت خمشی $\phi_b M_n$

چنانچه ذکر شد ظرفیت محوری و ظرفیت خمشی تیرستون، با توجه به ضوابط ستونها و تیرها و با فرض استفاده از مقطع I شکل دارای دو محور تقارن، محاسبه می‌گردد. فلوچارت روند محاسبه کلی ظرفیت محوری و خمشی در شکل زیر ارائه شده است.

محاسبه ظرفیت محوری $\phi_c P_n$

$$\lambda = \max \left(\lambda_x = \frac{K_x L_x}{r_x}, \lambda_y = \frac{K_y L_y}{r_y} \right)$$

$$f_e = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \lambda_{cr} = 4.71 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$$f_{cr} = \begin{cases} f_y * 0.658^{f_y/f_e} & \leftarrow \lambda \leq \lambda_{cr} \text{ کماتش غیرارتجاعی} \\ 0.877 f_e & \leftarrow \lambda > \lambda_{cr} \text{ کماتش ارتجاعی} \end{cases}$$

$$\phi_c P_n = \phi_c f_{cr} A_g$$

محاسبه ظرفیت خمشی $\phi_b M_n$

$$M_{nx} = \begin{cases} M_{nx}^{(Y)} = M_{px} = Z_x \cdot f_y & \leftarrow (L_b \leq L_p) \\ \min(M_{nx}^{(Y)}, M_{nx}^{(LTB)}) & \leftarrow (L_b > L_p) \end{cases}$$

$$M_{nx}^{(LTB)} = \begin{cases} C_b [M_{px} - (M_{px} - 0.7 f_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right)] \leq M_{px} & \leftarrow (L_p < L_b \leq L_r) \\ f_{cr} S_x \leq M_{px} & \leftarrow (L_b > L_r) \end{cases}$$

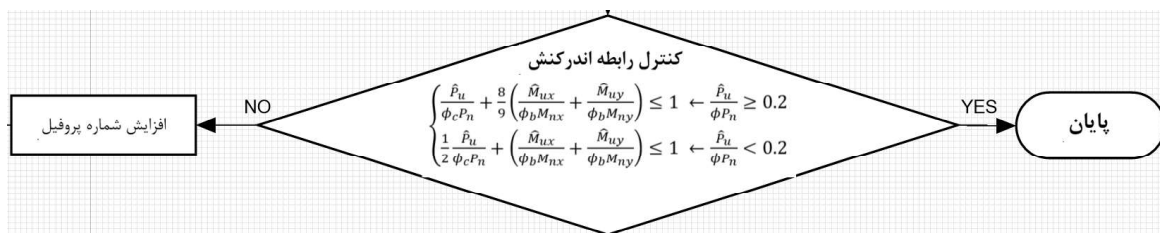
$$M_{ny}^{(Y)} = M_{py} = Z_y \cdot f_y$$

$$C_b = \min \left\{ \frac{12.5 M_{max}}{2.5 M_{max} + 3 M_1 + 4 M_2 + 3 M_3}, 3.0 \right\}$$

شکل ۷-۱۲ فلوجارت محاسبه ظرفیت محوری و خمشی تیرستون

f- کنترل رابطه اندرکنش

پس از محاسبه نیاز تشدید یافته و ظرفیت محوری و خمشی، لازم است رابطه اندرکنش کنترل گردد. در صورت برقرار نبودن نامساوی، نمره پروفیل افزایش یافته و کنترل از ابتدا انجام می شود. فلوجارت این مرحله در شکل زیر ارائه شده است.

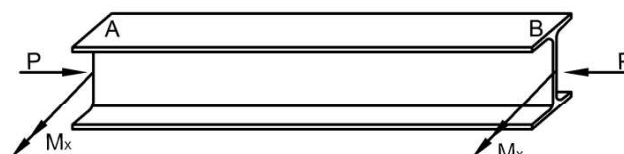


شکل ۷-۱۳ فلوجارت محاسبه نیاز تشدید یافته تیرستون دارای مهار جانبی

در این بحث با ارائه چند مثال، روند کنترل تیرستون دارای مهار جانبی مرور می گردد.

مثال ۵-۷

تیرستون به طول 4.2m در خمش حول محور y مهار شده و دارای اتصالات مفصلی در دو سر (لنگر صفر) و در خمش حول محور x متعلق به قاب خمشی دارای مهار جانبی و $K_x = 1$ است. نیروهای ناشی از تحلیل مرتبه اول ارائه شده است. کفایت آن را از مقطع IPB28 بررسی نمایید.



$$P_D = 30 \text{ ton}, P_L = 90 \text{ ton}$$

$$M_{xD}(A) = -150 \text{ ton.cm}, M_{xL}(A) = -500 \text{ ton.cm}$$

$$M_{xD}(B) = +200 \text{ ton.cm}, M_{xL}(B) = +550 \text{ ton.cm}$$

$$M_y = 0$$

توجه: تیرستون دارای نیروی محوری و خمش فقط حول یک محور است.

(حل)

$$IPB28 \rightarrow A = 131cm^2, r_x = 12.1cm, r_y = 7.09cm, S_x = 1380cm^3$$

$$Z_x = 1477cm^3, Z_y = 712.3cm^3, I_x = 19270cm^4, L_p = 363.8cm, L_r = 1587.1cm$$

گام ۱- محاسبه نیاز محوری P_{nt}, P_{lt} و نیاز خمشی M_{nt}, M_{lt}

$$Combo: 1.2D + 1.6L$$

$$P_u = 1.2P_D + 1.6P_L = 1.2 \times 30 + 1.6 \times 90 = 180.0 \text{ ton}$$

$$M_{ux} = 1.2M_{xD} + 1.6M_{xL}$$

$$M_{ux}(A) = 1.2 \times (-150) + 1.6 \times (-500) = -980.0 \text{ ton.cm}$$

$$M_{ux}(B) = 1.2 \times 200 + 1.6 \times 550 = 1120.0 \text{ ton.cm}$$

$$M_{uy} = 0$$

در قاب مهار شده $P_{lt} = M_{lt} = 0$ است و ضریب تشدید B_2 در محاسبات تاثیری ندارد. در این حالت $P_{nt} = M_{nt} = P_u$ و $P_{nt} = P_u$ خواهد بود.

$$P_{nt} = P_u = 180 \text{ ton}$$

$$P_{lt} = 0$$

$$M_{ntx} = M_{ux} = \max(M_{ux}(A), M_{ux}(B)) = 1120.0 \text{ ton.cm}$$

$$M_{ltx} = 0$$

$$M_{nty} = M_{uy} = 0$$

$$M_{lty} = 0$$

گام ۲- محاسبه ضریب تشدید B_1

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{P_{e1}}} \geq 1.0$$

$$P_{e1} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}, C_m = 0.6 - 0.4 \frac{M_1}{M_2}$$

توجه: مقادیر C_m, P_{e1}, B_1 در دو جهت (خمش حول دو محور) دارای مقادیر متفاوت است. در این مثال، از آنجا که $M_y = 0$ نیازی به محاسبه B_{1y} نبوده و لذا تنها B_{1x} محاسبه می شود.

از آنجا که تحلیل مرتبه اول انجام شده است، کاهش سختی صورت نمی گیرد.

$$EI^* = EI$$

$$P_{e1,x} = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_x L_x)^2} = \frac{\pi^2 \times 2040 \times 19270}{(1 \times 420)^2} = 2199.4 \text{ ton}$$

نسبت $\frac{M_1}{M_2}$ دارای علامت منفی و تیرستون دارای انحنای ساده است.

$$C_{mx} = 0.6 - 0.4 \frac{M_{ux}(A)}{M_{ux}(B)} = 0.6 - 0.4 \left(\frac{-980}{1120} \right) = 0.95$$

چنانچه قبلا ذکر شد، مقدار بدست آمده در تیرستون مهار شده بسیار نزدیک به واحد است.

$$B_{1x} = \frac{C_{mx}}{1 - \frac{P_u}{P_{e1x}}} = \frac{0.95}{1 - \frac{180}{2199.4}} = 1.035 > 1$$

گام ۳- محاسبه نیاز محوری $\hat{P}_u$ و نیاز خمشی $\hat{M}_u$ تشدید یافته

$$\hat{P}_u = P_{nt} + B_2 P_{lt} = 180 + 0 = 180.0 \text{ ton}$$

$$\hat{M}_u = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt}$$

$$\hat{M}_{ux} = B_{1x} M_{ntx} + B_{2x} M_{ltx} = 1.035 \times 1120 + B_{2x} \times 0 = 1159.2 \text{ ton}$$

$$\hat{M}_{uy} = B_{1y} M_{nty} + B_{2y} M_{lty} = B_{1y} \times 0 + B_{2y} \times 0 = 0$$

چنانچه مشاهده می شود مقادیر B_{2x}, B_{1y}, B_{2y} در محاسبات حذف می گردند.

گام ۴- محاسبه ظرفیت فشاری $\phi_c P_n$

$$K_x = K_y = 1$$

$$\lambda_{max} = \lambda_y = \frac{KL}{r_y} = \frac{1 \times 420}{7.09} = 59.2 < \lambda_{cr} = 4.71 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 4.71 \sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 137.3$$

$$f_e = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{\pi^2 \times 2040}{59.2^2} = 5.74 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2} \rightarrow f_{cr} = 2.4 \times 0.658^{\frac{2.4}{5.74}} = 2.01 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2}$$

$$\phi_c P_n = \phi_c f_{cr} A_g = 0.9 \times 2.01 \times 131 = 237.0 \text{ ton}$$

گام ۵- محاسبه ظرفیت خمشی $\phi_b M_n$

$$L_p = 363.8 \text{ cm} < L_b = 420 \text{ cm} < L_r = 1587.1 \text{ cm}$$

$$M_{px} = Z_x f_y = 1477 \times 2.4 = 3544.8 \text{ ton.cm}$$

$$C_b = \min \left\{ \frac{12.5 M_{max}}{2.5 M_{max} + 3 M_{\frac{1}{4}} + 4 M_{\frac{2}{4}} + 3 M_{\frac{3}{4}}} \times R_m, 3.0 \right\}$$

$$M_{max} = 1120 \text{ ton.cm}$$

$$M_{1/4} = 980 + \frac{1}{4} (1120 - 980) = 1015 \text{ ton.cm}$$

$$M_{2/4} = 980 + \frac{2}{4} (1120 - 980) = 1050 \text{ ton.cm}$$

$$M_{3/4} = 980 + \frac{3}{4} (1120 - 980) = 1085 \text{ ton.cm}$$

$$C_b = \min \left\{ \frac{12.5 \times 1120}{2.5 \times 1120 + 3 \times 1015 + 4 \times 1050 + 3 \times 1085} \times 1, 3.0 \right\} = \min \{1.053, 3\} = 1.053$$

$$C_b \left[M_{px} - (M_{px} - 0.7 f_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right]$$

$$= 1.053 \times \left[3544.8 - (3544.8 - 0.7 \times 2.4 \times 1380) \frac{420 - 363.8}{1587.1 - 363.8} \right] = 3673.4 \text{ ton.cm}$$

$$M_{nx} = \min \left(C_b \left[M_{px} - (M_{px} - 0.7f_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right], M_{px} \right)$$

$$M_{nx} = \min(3673.4, 3544.8) = 3544.8 \text{ ton.cm}$$

$$\phi_b M_{nx} = 0.9 \times 3544.8 = 3190.3 \text{ ton.cm}$$

نیازی به محاسبه $\phi_b M_{ny}$ نیست.

گام ۶- کنترل رابطه اندرکنش

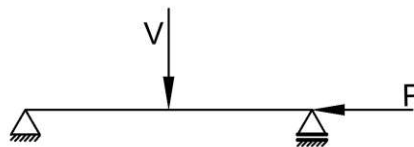
$$\frac{\hat{P}_u}{\phi_c P_n} = \frac{180}{237.0} = 0.76 > 0.2$$

$$\frac{\hat{P}_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{\hat{M}_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{\hat{M}_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) = 0.76 + \frac{8}{9} \left(\frac{1159.2}{3190.3} + 0 \right) = 1.08 \not\leq 1.0$$

نیمرخ IPB28 پاسخگوی نیاز تیرستون نیست.

مثال ۷-۶

تیرستون افقی با مقطع IPB20 به طول 3m تحت بارهای بهره‌برداری (بار زنده) مطابق شکل زیر قرار گرفته است. مهار جانبی در دو انتها و خمش حول محور قوی (محور x) قرار دارد و $K_x = 1$ است. نیروهای ناشی از تحلیل مرتبه اول ارائه شده است. کفایت تیرستون را بررسی نمایید.



$$P_L = V_L = 12 \text{ ton}$$

(حل)

$$IPB20 \rightarrow A = 78.1 \text{ cm}^2, I_x = 5700 \text{ cm}^4, S_x = 570 \text{ cm}^3, r_x = 8.54 \text{ cm}, r_y = 5.07 \text{ cm}$$

$$Z_x = 620 \text{ cm}^3, Z_y = 303.4 \text{ cm}^3, G = 61.3 \frac{\text{Kg}}{\text{m}}, L_p = 260.2 \text{ cm}, L_r = 1334.5 \text{ cm}$$

گام ۱- محاسبه نیاز محوری P_{nt}, P_{lt} و نیاز خمشی M_{nt}, M_{lt}

در قاب مهار شده $P_{lt} = M_{lt} = 0$ است و ضریب تشدید B_2 در محاسبات تاثیری ندارد. در این حالت $M_{nt} = M_u$ و $P_{nt} = P_u$ خواهد بود.

$$\text{Combo: } 1.2D + 1.6L$$

$$P_u = V_u = 1.6 \times 12 = 19.2 \text{ ton}$$

$$P_{nt} = P_u = 19.2 \text{ ton}$$

$$q_u = 1.2 \times 0.0613 = 0.0736 \frac{\text{ton}}{\text{m}}$$

$$M_u = \frac{q_u L^2}{8} + \frac{V_u L}{4} = \frac{0.0736 \times 3^2}{8} + \frac{19.2 \times 3}{4} = 14.48 \text{ ton.m} = 1448.3 \text{ ton.cm}$$

$$M_{nt} = M_u = 1448.3 \text{ ton.cm}$$

گام ۲- محاسبه ضریب تشدید B_1

به دلیل وجود مهار جانبی و بارگذاری مستقیم بر طول تیر:

$$C_m = 1$$

$$P_{e1} = \frac{\pi^2 EI}{(K_1 L)^2} = \frac{\pi^2 \times 2040 \times 5700}{(1 \times 300)^2} = 1275.2 \text{ ton}$$

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{P_{e1}}} = \frac{1}{1 - \frac{19.2}{1275.2}} = 1.015 > 1$$

از آنجا که تحلیل مرتبه اول انجام شده است، کاهش سختی صورت نمی گیرد.

توجه: از آنجا که خمش حول یک محور انجام می شود، جهت سادگی نوشتار، اندیس X برای پارامترها درج نشده است. چنانچه در مثال قبل دیده شد، سایر پارامترها در محاسبات تاثیر نخواهند داشت.

گام ۳- محاسبه نیاز محوری $\hat{P}_u$ و نیاز خمشی $\hat{M}_u$ تشدید یافته

$$\hat{P}_u = P_{nt} + B_2 P_{lt} = 19.2 + 0 = 19.2 \text{ ton}$$

$$\hat{M}_{ux} = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt} = 1.015 \times 1448.3 + 0 = 1470.0 \text{ ton.cm}$$

گام ۴- محاسبه ظرفیت فشاری $\phi_c P_n$

$$\lambda_x = \frac{1 \times 300}{8.54} = 35.1 < \lambda_{cr} = 4.71 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 4.71 \sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 137.3$$

$$f_e = \frac{\pi^2 \times 2040}{35.1^2} = 16.3 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2} \rightarrow f_{cr} = 2.4 \times 0.658^{16.3} = 2.26 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2}$$

$$\phi_c P_n = \phi_c f_{cr} A_g = 0.9 \times 2.26 \times 78.1 = 158.9 \text{ ton}$$

گام ۵- محاسبه ظرفیت خمشی $\phi_b M_n$

به دلیل کوچک بودن بار گسترده در برابر بار متمرکز، در محاسبه C_b الگوی بار متمرکز مد نظر محاسبات قرار می گیرد.

$$C_b = \min \left\{ \frac{12.5 \times 1}{2.5 \times 1 + 3 \times \frac{1}{2} + 4 \times 1 + 3 \times \frac{1}{2}} \times 1.3, 0 \right\} = 1.316$$

$$L_p = 260.2 \text{ cm} < L_b = 300 \text{ cm} < L_r = 1334.5 \text{ cm}$$

$$M_{nx} = \min \left(C_b \left[M_{px} - (M_{px} - 0.7 f_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right], M_{px} \right)$$

$$M_{nx} = \min \left(1.136 \times \left[1488 - (1488 - 0.7 \times 2.4 \times 570) \frac{300 - 260.2}{1334.5 - 260.2} \right], 620 \times 2.4 \right)$$

$$M_{nx} = \min(1668.0, 1488) = 1488 \text{ ton.cm}$$

$$\phi_b M_{nx} = 0.9 \times 1488 = 1339.2 \text{ ton.cm}$$

گام ۶- کنترل رابطه اندرکنش

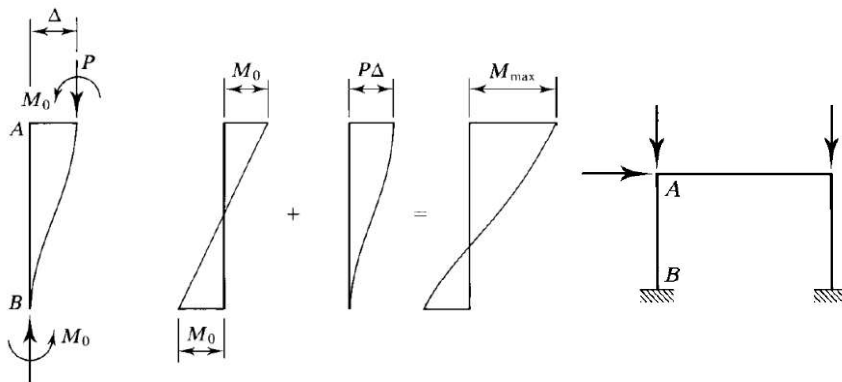
$$\frac{\hat{P}_u}{\phi_c P_n} = \frac{19.2}{158.9} = 0.12 < 0.2$$

$$\frac{1}{2} \frac{\hat{P}_u}{\phi_c P_n} + \left(\frac{\hat{M}_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{\hat{M}_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) = 0.06 + \left(\frac{1470}{1339.2} + 0 \right) = 1.16 \not\leq 1.0$$

نیمرخ IPB20 پاسخگوی نیاز تیرستون نیست.

۷-۵ تیرستون بدون مهار جانبی

در اعضای تیرستون متعلق به قاب بدون مهار جانبی، یک انتهای عضو برای جابجایی نسبت به انتهای دیگر آزاد است. در این حالت مطابق شکل زیر، لنگر اولیه از جابجایی نسبی انتهای عضو ایجاد شده و مقدار ماکزیمم آن، تقریباً همیشه در یکی از دو انتهای عضو اتفاق می‌افتد. همچنین مقدار ماکزیمم لنگر ثانویه ناشی از جابجایی نسبی انتهای عضو، همیشه در انتهای عضو ایجاد می‌شود. لذا مقادیر ماکزیمم لنگرهای اولیه و ثانویه قابل جمع بوده و نیازی به ضریب الگوی انحناء C_m نخواهد بود. به عبارت دیگر $C_m = 1$ در نظر گرفته می‌شود و حتی اگر نیاز به محاسبه آن باشد، اثر کاهنده این ضریب بسیار ناچیز خواهد بود. در تیرستون AB شکل زیر، لنگرهای ایجاد شده در دو انتهای عضو (ناشی از بار جانبی) دارای مقادیر یکسان هستند.

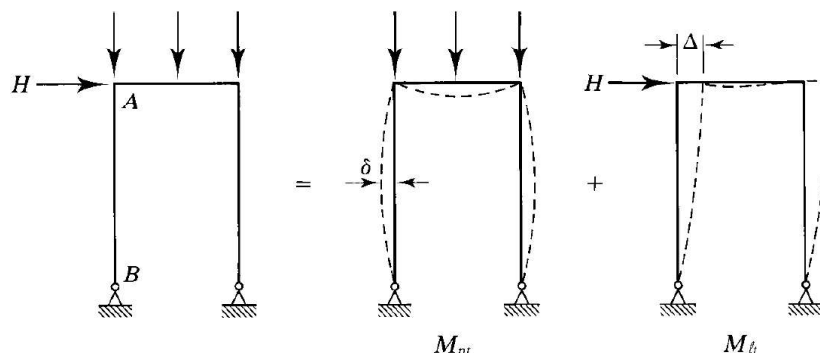


شکل ۷-۱۴ لنگرهای ایجاد شده در عضو بدون مهار جانبی

۷-۵-۱ تعیین نیازهای تشدید نیافته $P_{nt}, P_{lt}, M_{nt}, M_{lt}$

تأثیر جمع آثار یا سوپر پوزیشن در شکل زیر نمایش داده شده که قابی بدون مهار جانبی تحت بارگذاری ثقلی و جانبی قرار گرفته است. لنگر M_{nt} در عضو AB با اعمال تنها بارهای ثقلی، محاسبه گردیده است. به دلیل تقارن در سازه و در بارگذاری، نیازی به مهار

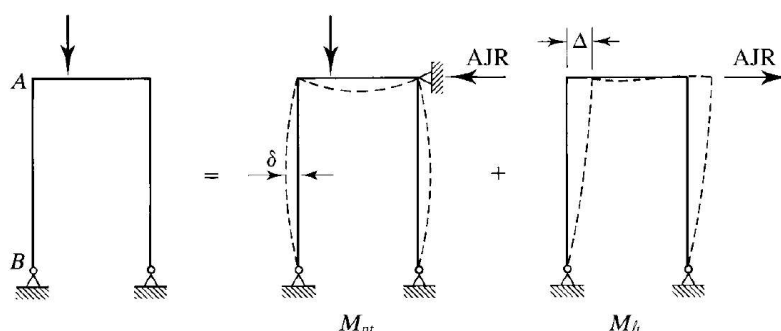
جانبی در برابر بارهای ثقلی نمی باشد. برای اعمال نمودن تاثیر لنگر ثانویه $P\delta$ لنگر M_{nt} در B_1 ضرب می شود. لنگر M_{lt} از آزادی جانبی قاب و اعمال بار افقی H محاسبه شده که برای اعمال تاثیر لنگر ثانویه $P\Delta$ در B_2 ضرب می شود.



شکل ۷-۱۵ ستون در قاب با امکان جابجایی

توجه: با توجه به توضیحات فوق در سازه های متقارن، لنگر M_{nt} از بارهای ثقلی (ضریبدار) و لنگر M_{lt} از بارهای جانبی (ضریبدار) حاصل می شوند. بدین ترتیب با توجه به ترکیب بارگذاری مورد نظر، چنانچه نتیجه تحلیل حاصل از بارهای مرده (M_D)، زنده (M_L) و جانبی (M_E) به تفکیک موجود باشند، لنگرهای M_{nt} و M_{lt} قابل محاسبه خواهند بود.

شکل زیر حالت دیگری را نشان می دهد که قاب تنها تحت بارگذاری ثقلی قرار دارد و به دلیل عدم تقارن، بار ثقلی جابجایی افقی اندکی را ایجاد خواهد نمود. لنگر M_{nt} با فرض مهار جانبی قاب محاسبه می شود. از آنجا که در این قاب مهار جانبی وجود ندارد، تکیه گاهی فرضی در راستای جابجایی افقی برای قاب در نظر گرفته شده که پس از تحلیل، واکنش تکیه گاه فرضی^۱ محاسبه خواهد شد. برای محاسبه لنگر ناشی از جابجایی قاب، تکیه گاه فرضی حذف شده و نیرویی برابر با واکنش تکیه گاه فرضی ولی در جهت مخالف آن، به قاب اعمال می شود. در این گونه موارد، مقدار لنگر ثانویه $P\Delta$ بسیار کوچک بوده و لنگر M_{lt} معمولاً قابل چشم پوشی است. در مواردی که بار جانبی و بار ثقلی نامتقارن، هر دو بر قاب اعمال می شوند، در محاسبه لنگر M_{lt} لازم است مجموع واکنش تکیه گاه فرضی و بارگذاری جانبی مد نظر محاسبات قرار گیرند.



شکل ۷-۱۶ ستون در قاب با امکان جابجایی

^۱ artificial joint restraint (AJR).

به عنوان راهکار دیگر، می توان قاب را در دو مرحله تحلیل نمود. در مرحله اول، قاب با مهار جانبی تحلیل شده و لنگرهای M_{nt} بدست می آیند. در مرحله بعد قاب به صورت مهار نشده تحلیل می شود. با کسر نتایج مرحله اول از مرحله دوم، لنگرهای M_{lt} بدست می آیند.

۷-۵-۲ ضریب تشدید B_2

نیروی محوری عضو که هم بارگذاری ثقلی و هم بار جانبی بر آن تاثیرگذار است، به دلیل تغییر مکان جانبی باعث تشدید لنگر $P\Delta$ می شود. لذا تشدید لنگر در این وضعیت با نیروی محوری ستونها مرتبط خواهد بود. ضریب تشدید B_2 توسط آیین نامه به صورت زیر تعریف می شود.

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{P_{story}}{P_{e,story}}} \geq 1 \quad 9-7$$

B_2 ضریب تشدید $P-\Delta$
 P_{story} مجموع بار قائم طبقه
 $P_{e,story}$ مقاومت کمانش بحرانی الاستیک طبقه

در رابطه فوق P_{story} مجموع بار قائم طبقه مورد نظر و $P_{e,story}$ مقاومت کمانش بحرانی الاستیک طبقه مورد نظر است که از طریق تحلیل کمانش جانبی و یا رابطه زیر قابل محاسبه است.

$$P_{e,story} = R_M \frac{H.L}{\Delta_H} \quad 10-7$$

$P_{e,story}$ مقاومت کمانش بحرانی الاستیک طبقه
 L ارتفاع طبقه
 H نیروی برش طبقه
 Δ_H جابجایی (دریفت) طبقه

نیروی H برش طبقه یا مجموع نیروهای افقی است که Δ_H را ایجاد می کنند. Δ_H دریفت طبقه یا جابجایی جانبی طبقه است. R_M از رابطه زیر قابل محاسبه است.

$$R_M = 1 - 0.15 \frac{P_{mf}}{P_{story}} \quad 11-7$$

P_{mf} مجموع نیروهای قائم ستونهای قاب خمشی
 P_{story} مجموع بار قائم طبقه

در این رابطه P_{mf} مجموع نیروهای قائم ستونهایی از طبقه است که بخشی از قاب خمشی هستند. چنانچه قاب خمشی در طبقه مورد نظر وجود نداشته باشد (سیستم دیوار برشی یا مهاربند) $P_{mf} = 0$ و لذا $R_M = 1$ خواهد بود. اگر تمام ستونهای طبقه جزو قاب خمشی و با اتصالات صلب باشند، $P_{mf} = P_{story}$ و لذا $R_M = 0.85$ خواهد بود.

دلیل استفاده از مجموع بار و ظرفیت طبقه آنست که ضریب B_2 تنها بر قابهای بدون مهار جانبی تاثیرگذار است و اگر جابجایی در طبقه اتفاق بیفتد، مقدار جابجایی برای تمام ستونهای طبقه به صورت یکسان خواهد بود. در بیشتر موارد سازه از قابهای مسطح (صفحه ای) تشکیل می شود، لذا $P_{e,story}$ و P_{story} مربوط به ستونهای یک طبقه از قاب خواهند بود و بار H مجموع بارهای جانبی است که در آن طبقه و در طبقات بالاتر، به قاب وارد می شوند. از آنجا که Δ_H توسط بار H ایجاد شده است، نسبت $\frac{H}{\Delta_H}$ توسط بارهای ضربدار و یا بارهای بدون ضریب، قابل محاسبه خواهد بود.

در وضعیتی که M_{nt} و M_{lt} در دو نقطه متفاوت عضو پدید آیند، رابطه آیین نامه مقدار محافظه کارانه ای را نتیجه خواهد داد.

۷-۶ مراحل کنترل تیرستون بدون مهار جانبی

چنانچه ذکر شد در اعضای متعلق به قاب بدون مهار جانبی یا اعضای با مهار جانبی، دو انتهای عضو نسبت به یکدیگر امکان تغییرمکان جانبی دارند. بدین ترتیب چنانچه مثلاً دو ترکیب بار $1.2D + L + E$ و $1.2D + 1.6L$ مد نظر بررسی باشند، به دلیل وجود مهار جانبی، بار جانبی E در قاب ایجاد نیرو و لنگر نمی‌نماید و لذا ممکن است هر یک از دو ترکیب بار فوق، تعیین کننده باشند ولی در مثالهای این بخش، ترکیب بار دارای نیروی جانبی (ترکیب بار اول) مد نظر خواهد بود. فرض بر آن است که مقطع و جهت قرارگیری تیرستون مشخص بوده و نتایج تحلیل قاب، برای دو انتهای تیرستون مورد نظر موجود باشد.

a- تعیین نیازهای تشدید نیافته $P_{nt}, P_{lt}, M_{nt}, M_{lt}, P_u, M_u$

با ترسیم دیاگرام نیروی محوری و لنگر خمشی برای تیرستون ناشی از بارهای بدون جابجایی، M_{nt} و P_{nt} ناشی از بارهای با جابجایی M_{lt} و P_{lt} تعیین می‌شود. با تعیین ترکیب بار مورد نظر، نیازهای تشدید نیافته ناشی از آن برای بارهای مرده، زنده و جانبی با توجه به ایجاد جابجایی توسط آنها و با توجه به ضرایب ترکیب بار، محاسبه می‌گردند.

توجه: چنانچه سازه و بارگذاری ثقلی متقارن باشد، بارهای ثقلی (مانند بار مرده و زنده) ایجاد جابجایی نمی‌نمایند ولی بار جانبی (مانند بار زلزله یا باد) ایجاد جابجایی جانبی خواهند نمود. در این وضعیت نیازهای تشدید نیافته با جابجایی و بدون جابجایی برای ترکیب بار نمونه $1.2D + L + E$ به صورت زیر قابل محاسبه خواهند بود.

$$P_{nt} = 1.2P_D + P_L$$

$$P_{lt} = P_E$$

$$M_{nt} = 1.2M_D + M_L$$

$$M_{lt} = M_E$$

رابطه نیازهای تشدید نیافته نهایی ناشی از ترکیب بار با نیازهای تشدید نیافته با جابجایی و بدون جابجایی بدین صورت خواهد

بود:

$$P_u = 1.2P_D + P_L + P_E = P_{nt} + P_{lt}$$

$$M_u = 1.2M_D + M_L + M_E = M_{nt} + M_{lt}$$

۷-۶-۲ محاسبه ضریب تشدید B_1

این ضریب در قابهای مهار شده و مهار نشده به کار خواهد رفت. سختی خمشی کاهش یافته با توجه به روش تحلیل انجام شده تعیین می‌شود. در صورت عدم وجود مهار جانبی ضریب الگوی انحناء C_m به صورت محافظه کارانه $C_m = 1$ در نظر گرفته شده و سپس ضریب تشدید B_1 مطابق بخش قبل محاسبه می‌شود.

۷-۶-۳ محاسبه ضریب تشدید B_2

این ضریب که در قابهای مهار نشده (دارای جابجایی) به کار می‌رود، بدین صورت محاسبه می‌گردد.

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{P_{story}}{P_{e,story}}} \geq 1$$

اگر سیستم مقاوم در برابر بار جانبی، قاب خمشی بوده و تمام ستونهای طبقه در باربری جانبی مشارکت داشته باشند:

$$P_{mf} = P_{story}, R_M = 0.85$$

و اگر سیستم مقاوم در برابر بار جانبی، دیوار برشی و یا مهاربند باشد:

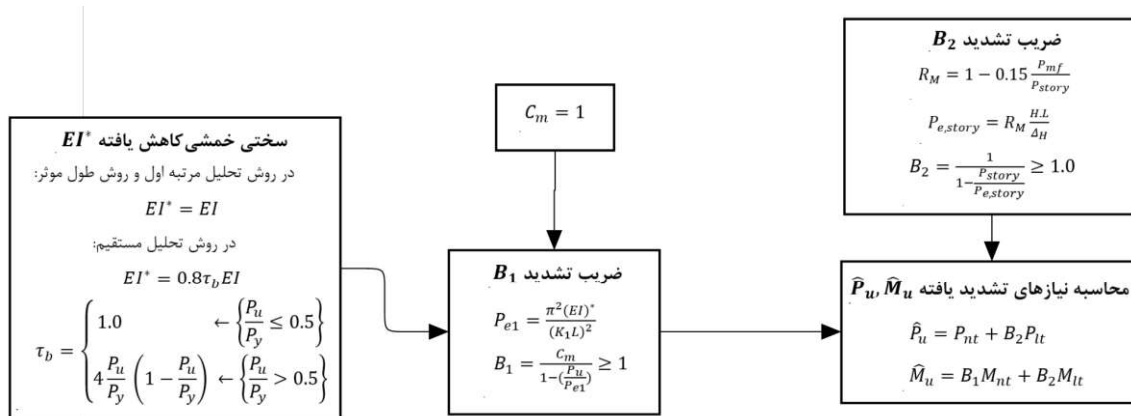
$$P_{mf} = 0, R_M = 1$$

در سایر موارد، بخشی از ستونهای طبقه در باربری جانبی مشارکت داشته و لذا خواهیم داشت:

$$0.85 \leq R_M \leq 1.0$$

۷-۶-۴ محاسبه نیازهای تشدید یافته $\hat{P}_u, \hat{M}_u$

پس از محاسبه نیازهای تشدید نیافته و ضرایب تشدید آنها، نیازهای تشدید یافته با استفاده از ضرایب تشدید B_1, B_2 محاسبه شده محاسبه می گردند. در تیرستونهای دارای خمش دو محوره، لازم است روابط مربوط به نیاز لنگر تشدید یافته برای دو محور به صورت جداگانه نوشته شوند. در این صورت لنگرهای تشدید یافته در قالب دو رابطه $\hat{M}_{ux} = B_{1x}M_{ntx} + B_{2x}M_{ltx}$ و $\hat{M}_{uy} = B_{1y}M_{nty} + B_{2y}M_{lty}$ قابل محاسبه هستند. فلوچارت محاسبه نیاز لنگر و نیروی محوری تشدید یافته در عضو بدون مهار جانبی، مطابق شکل زیر خواهد بود.



شکل ۷-۱۷ فلوچارت محاسبه نیاز تشدید یافته تیرستون بدون مهار جانبی

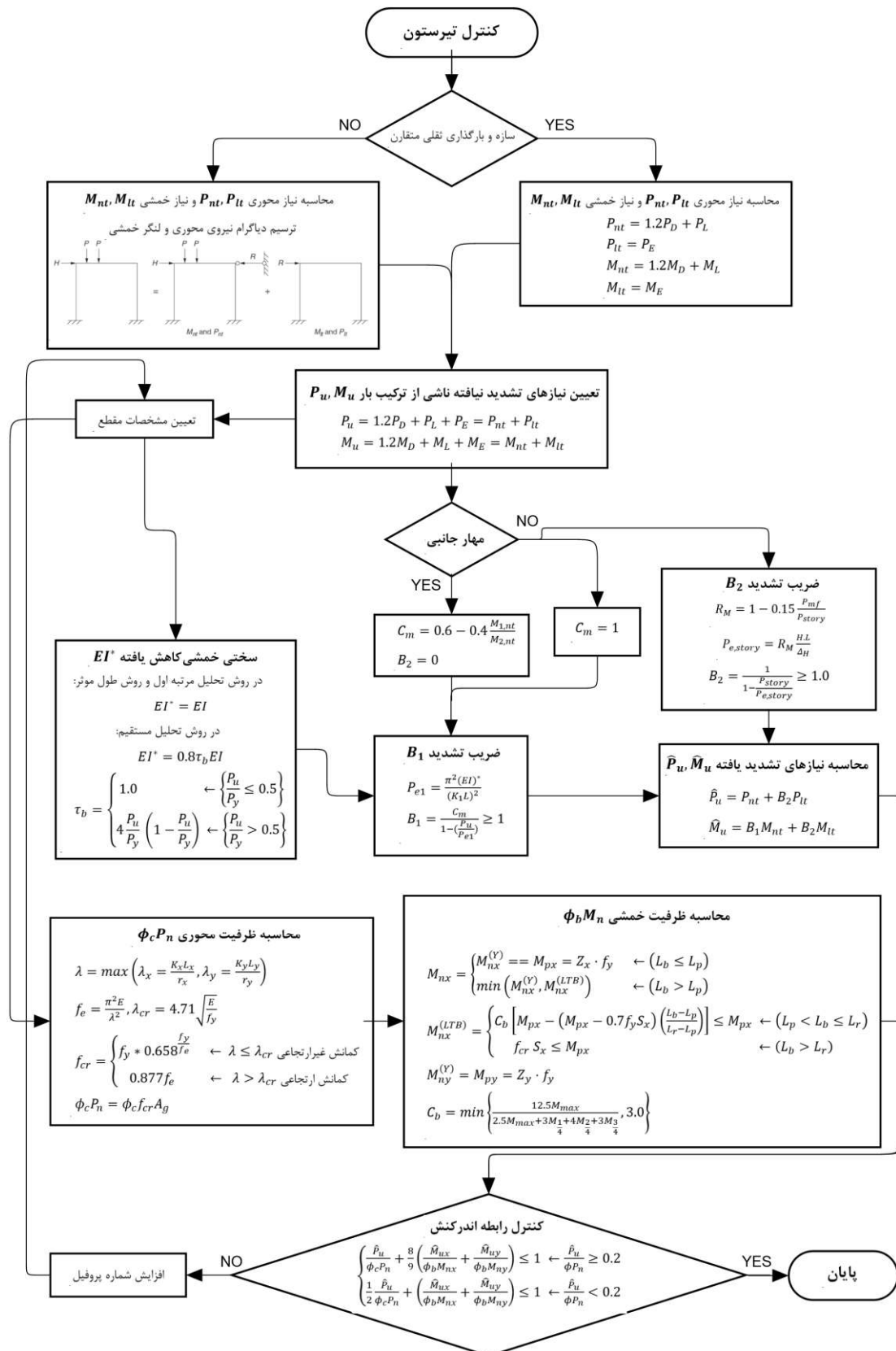
۸-۱ محاسبه ظرفیت محوری $\phi_c P_n$ و ظرفیت خمشی $\phi_b M_n$

مطابق بخش قبل، ظرفیت محوری و ظرفیت خمشی تیرستون، با توجه به ضوابط ستونها و تیرها و با فرض استفاده از مقطع I شکل دارای دو محور تقارن، محاسبه می گردد..

b- کنترل رابطه اندرکنش

پس از محاسبه نیاز تشدید یافته و ظرفیت محوری و خمشی، لازم است رابطه اندرکنش کنترل گردد. در صورت برقرار نبودن نامساوی، نمره پروفیل افزایش یافته و کنترل از ابتدا انجام می شود.

فلوچارت کلی کنترل تیرستون در شکل زیر ارائه شده است.

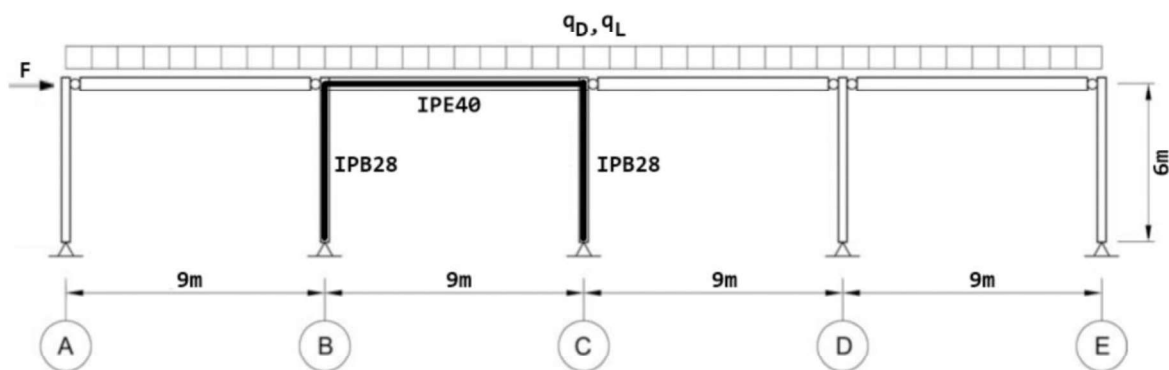


شکل ۷-۱۸ فلوجارت کنترل تیرستون

مثال ۷-۷

در قاب شکل زیر، تیرهای AB, CD, DE در دو انتها دارای اتصال مفصلی بوده و قاب خمشی BC مقاومت جانبی سازه را در برابر نیروی جانبی F ناشی از باد، تامین می کند. مطلوب است محاسبه ضریب تشدید B_2 . ترکیب بار $1.2D + L$ را مد نظر است.

$$q_D = 0.6 \frac{\text{ton}}{\text{m}}, \quad q_L = 3.2 \frac{\text{ton}}{\text{m}}, \quad F = 0.43 \text{ton}$$



حل:

تیرهای AB, CD, DE در دو انتها دارای اتصال مفصلی بوده و لذا در باربری قاب، سهمی نخواهند داشت. لنگر ثانویه $P\Delta$ در این اعضا پدید نمی آید و طراحی آنها با $K = 1$ قابل انجام است.

$$q_u = 1.2q_D + 1.0q_L = 1.2 \times 0.6 + 3.2 = 3.92 \frac{\text{ton}}{\text{m}}$$

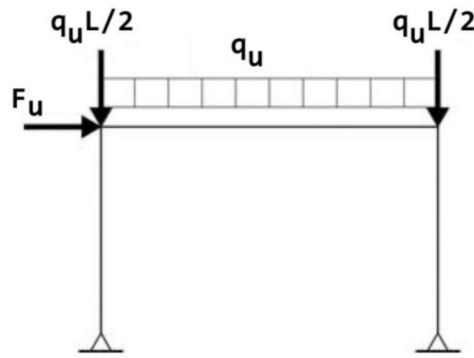
جهت حذف قابهای دیگر، لازم است اثر آنها بر قاب خمشی مورد نظر اعمال شود. به دلیل اتصالات مفصلی، تنها نیروی قائم بارهای ثقلی دهانه های مجاور بر قاب منتقل شده که مقدار آن، برابر نیروی وارد بر نیمی از دهانه مجاور، برای هر ستون است. اندازه هر دهانه $L = 9\text{m}$ می باشد.

$$\frac{q_u L}{2} = \frac{3.92 \times 9}{2} = 17.6 \text{ ton}$$

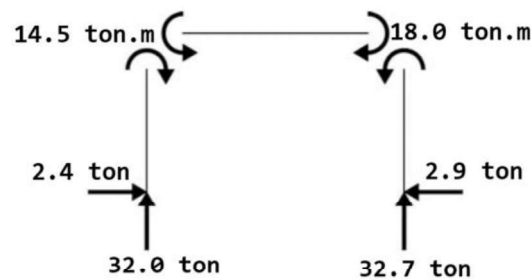
و بار نهایی ناشی از باد برابر است با:

$$F_u = 1.4 \times F = 1.4 \times 0.43 = 0.6 \text{ ton}$$

قاب مورد نظر و نیروهای وارد بر آن در شکل زیر نمایش داده شده است.



تحلیل مرتبه اول قاب، انجام شده و نتیجه آن به صورت زیر است. جابجایی طبقه از تحلیل $\Delta_H = 0.7\text{cm}$ حاصل شده است.



P_{mf} مجموع نیروهای قائم ستونهایی از طبقه است که بخشی از قاب خمشی هستند، که در این قاب ستونهای B,C خواهند بود. بار قائم وارد بر این ستونها مطابق توضیحات قبل، از بار ثقلی منتقل شده از دهانه‌های مجاور و بار ثقلی اعمال شده بر قاب تشکیل می‌شود که مقدار آن برابر است با:

$$P_{mf} = 2 \times \frac{q_u L}{2} + q_u L = 2q_u L = 2 \times 3.92 \times 9 = 70.6 \text{ ton}$$

P_{story} مجموع بار قائم وارد بر طبقه است، که در این قاب برابر بار گسترده اعمال شده بر همه دهانه‌ها است.

$$P_{story} = 4 \times q_u L = 4 \times 3.92 \times 9 = 141.1 \text{ ton}$$

بدین ترتیب R_M برابر است با:

$$R_M = 1 - 0.15 \frac{P_{mf}}{P_{story}} = 1 - 0.15 \times \frac{70.6}{141.1} = 0.925$$

نیروی H برش طبقه است که در این قاب، برابر نیروی جانبی وارد شده بر طبقه خواهد بود (اگر تعداد طبقات بیش از واحد باشد، برش طبقه برابر مجموع نیروهای جانبی در طبقات بالاتر و نیروی جانبی وارد بر طبقه مورد نظر می‌باشد).

$$H = 0.6 \text{ ton}$$

L ارتفاع طبقه است.

$$L = 6\text{m} = 600\text{cm}$$

و Δ_H تغییر مکان جانبی طبقه بوده که از تحلیل قاب بدست آمده است.

$$\Delta_H = 0.7\text{cm}$$

$P_{e,story}$ مقاومت کماتش الاستیک طبقه مورد نظر است که از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$P_{e,story} = R_M \frac{H \cdot L}{\Delta_H} = 0.925 \times \frac{0.6 \times 600}{0.7} = 475.7 \text{ ton}$$

در نهایت ضریب تشدید B_2 قابل محاسبه خواهد بود.

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{P_{story}}{P_{e,story}}} \geq 1.0 = \max \left(\frac{1}{1 - \frac{P_{story}}{P_{e,story}}}, 1.0 \right)$$

$$B_2 = \max \left(\frac{1}{1 - \frac{141.1}{475.7}}, 1.0 \right) = 1.422$$

۷-۷ طراحی تیرستون

در واقع روابط آیین نامه جهت طراحی تیرستونها، روابط کنترل مقطع تیرستون می باشد. به عبارت دیگر با فرض یک مقطع مناسب برای عضو، روابط آیین نامه کفایت یا عدم کفایت آن را نشان می دهند. بنابراین برای طراحی یک تیرستون، در اولین مرحله لازم است مقطع مناسبی برای آن فرض گردد و سپس با کنترل روابط آیین نامه ای، آن مقطع مورد تایید یا تغییر قرار گیرد.

۷-۷-۱ انتخاب جهت قرارگیری پروفیل

در تعیین جهت قرارگیری تیرستون دو معیار کمانش و خمش تعیین کننده است. از طرفی باید ضریب لاغری تیرستون حول دو محور به یکدیگر نزدیک باشد تا طرح اقتصادی و بهینه شود (انتخاب KL بیشتر با r بیشتر و بر عکس). همچنین باید لنگر بیشتر با اساس مقطع بیشتر همراه گردد تا از ظرفیت مقطع به نحو مطلوبی استفاده شود (انتخاب لنگر بیشتر با Z بیشتر و بر عکس). در نتیجه بررسی این دو معیار در مقطع بحرانی تیرستون الزامی است.

۷-۷-۲ حدس مقطع اولیه تیرستون

در مسائل طراحی که مقطع تیرستون از ابتدا مشخص نیست، روش متعارفی که تاثیر لنگر خمشی و نیروی محوری را به صورت همزمان در نظر می گیرد، روش نیروی محوری موثر یا رابطه یورا^۱ است. در این روش ابتدا مقطعی برای ستون در نظر گرفته شده و ابعاد مقطع (ارتفاع مقطع و عرض بال) تعیین می شوند. سپس نیروی محوری P_u و لنگر خمشی M_{ux} و یا M_{uy} مطابق رابطه زیر با نیروی محوری موثر $P_{u,eff}$ جایگزین می شوند.

$$P_{u,eff} = P_u + M_{ux} \left(\frac{2}{d} \right) + M_{uy} \left(\frac{7.5}{b_f} \right) \quad ۱۲-۷$$

$P_{u,eff}$	نیروی محوری موثر رابطه یورا	b_f	عرض بال
d	ارتفاع مقطع	M_{uy}	لنگر خمشی ضریب دار حول محور y
M_{ux}	لنگر ضریب دار حول محور x		

^۱ Yura

پس از آن مشابه با مبحث طراحی ستون در فصل طراحی مقاطعات فشاری، سطح مقطع مورد نیاز ستون حاصل می‌گردد.

$$A \geq \frac{P_{u,eff}}{\phi_{cf} f_{cr}} \quad ۱۳-۷$$

و از جدول مشخصات مقاطع، سطح مقطع نزدیک به مقدار به دست آمده به عنوان مقطع اولیه انتخاب می‌گردد. از آنجا که با کاهش مقطع، نیروی محوری موثر افزایش می‌یابد، در انتخاب مقطع نیازی به سعی و خطا نیست.

۷-۸ مقطع بحرانی در تیرستون

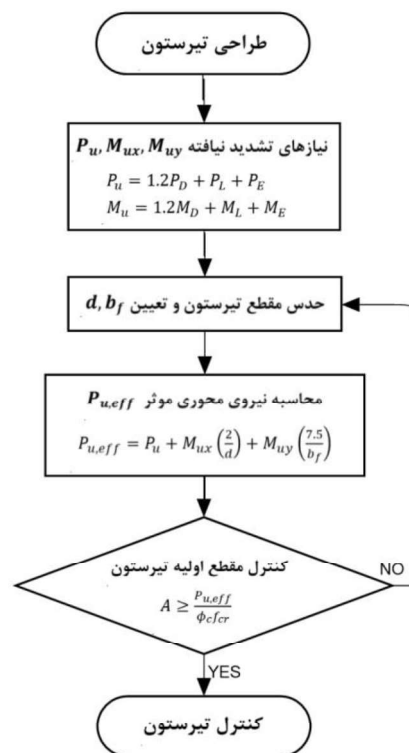
همانگونه که قبلاً مطرح گردید، روابط آیین‌نامه در واقع کنترل مقطع تیرستون می‌باشد. حال این سوال مطرح می‌گردد که در یک عضو تیرستون، کدام مقطع آن باید مورد بررسی قرار گیرد. به عبارت دیگر موقعیت مقطع بحرانی تیرستون کجاست؟ برای پاسخ دقیق به این سوال باید همه مقاطع یک عضو مطابق روابط آیین‌نامه مورد بررسی و کنترل قرار گیرند. در این ارتباط، با یک بررسی اجمالی می‌توان به بحرانی نبودن بعضی از مقاطع پی برد. برای تشخیص مقطع بحرانی، می‌توان الگوهای زیر را مورد توجه قرار داد:

الف) وجود نیروی محوری ماکزیمم ($P_{u,max}$) یا وجود لنگر حداکثر حول محور X یعنی (M_{ux}^{max}) و یا وجود لنگر حداکثر حول محور Y یعنی (M_{uy}^{max}) می‌تواند نشانگر مقطع بحرانی باشد.

ب) کم بودن مقاومت فشاری طراحی $\phi_c P_n$ می‌تواند باعث بحرانی شدن مقطع مورد بررسی گردد. مثلاً کم بودن تنش فشاری ناشی از کمانش خمشی f_{cr} می‌تواند به علت افزایش لاغری ($\frac{KL}{r}$) باشد و یا کم بودن مقاومت خمشی طراحی حول محور X یعنی $\phi_b M_{nx}$ که می‌تواند به علت افزایش فواصل مهار جانبی بال فشاری و یا کاهش مقدار C_b باشد.

در عمل برای حل یک مسئله تیرستون می‌بایست کلیه پارامترهای مذکور را بررسی نموده و چنانچه همه پارامترهای بحرانی در یک مقطع جمع شده باشد، همان مقطع به عنوان مقطع بحرانی انتخاب می‌شود. اما چنانچه همه پارامترهای بحرانی در یک مقطع جمع نباشد، باید چندین مقطع مشکوک به بحرانی بودن را مورد بررسی قرارداد. در چنین حالتی یک روش تعیین مقطع بحرانی آن است که $P_{u,eff}$ برای همه مقاطع مشکوک به بحرانی تشکیل گردد و مقطعی که در آن $P_{u,eff}$ بیشتر است، ابتدا به عنوان مقطع بحرانی انتخاب شود.

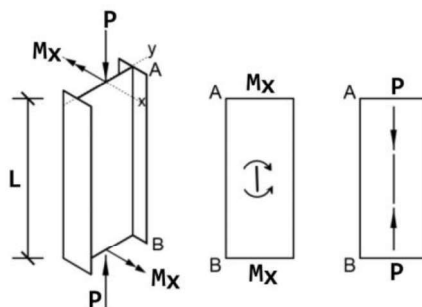
مراحل طراحی تیرستون از آغاز طراحی تا تعیین مقطع و آغاز کنترل آن، به صورت فلوچارت در شکل زیر ارائه شده است.



شکل ۷-۱۹ فلوجارت آغاز طراحی تیرستون

مثال ۷-۸

تیرستون به طول $4m$ دارای ضرایب طول موثر $K_x = 1.5$ و $K_y = 1$ می باشد. ترکیب بار $1.2D + L + E$ مد نظر است. نتیجه تحلیل مرتبه اول برای بار محوری (بار مرده) و لنگر حول محور x (بار جانبی) ارائه شده است. نتایج تحلیل لنگر حول محور y به دلیل اتصالات مفصلی برابر صفر است. تیرستون را که عضوی از قاب خمشی است، از مقطع IPB طرح نمایید. بار ثقیلی وارد بر طبقه $P_{story} = 80ton$ و برش طبقه $H = 1ton$ در نظر گرفته شود. دریافت طبقه ناشی از تحلیل مرتبه اول $\Delta_H = 0.5cm$ بدست آمده است.



$$1.2P_D + P_L = 40ton$$

$$(A): 1.2M_D + M_L = 0$$

$$(B): 1.2M_D + M_L = 0$$

$$P_E = 20ton$$

$$(A): M_E = +4ton.m$$

$$(B): M_E = -4ton.m$$

حل:

توجه: از آنجا که $K_x = 1.5 > 1$ بنابراین تیرستون در صفحه خمشی حول محور X جزئی از قاب خمشی با امکان جابجایی است.

گام ۱- محاسبه نیاز محوری P_{nt}, P_{lt} و نیاز خمشی M_{nt}, M_{lt}

$$Combo: 1.2D + L + E$$

$$P_u = 1.2P_D + P_L + P_E = 40 + 20 = 60 \text{ ton}$$

$$M_{ux} = 1.2M_D + M_L + M_E = 0 + 4 \text{ ton.m} = 400 \text{ ton.cm}$$

$$M_{uy} = 0$$

$$P_{nt} = 1.2P_D + P_L = 40 \text{ ton}$$

$$P_{lt} = P_E = 20 \text{ ton}$$

$$M_{ntx} = 1.2M_D + M_L = 0$$

$$M_{ltx} = M_E = 400 \text{ ton.cm}$$

گام ۲- حدس اولیه مقطع

برای شروع، مقطع $IPB24$ کنترل می‌شود.

$$IPB24 \rightarrow d = b_f = 24 \text{ cm}$$

$$P_{u,eff} = P_u + M_{ux} \left(\frac{2}{d} \right) + M_{uy} \left(\frac{7.5}{b_f} \right) = 60 + 400 \times \left(\frac{2}{24} \right) + 0 = 93.3 \text{ ton}$$

با فرض تنش فشاری حدود ۲ تن بر سانتیمتر مربع

$$\phi_c f_{cr} \cong 1.8 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2}$$

$$A_g \geq \frac{P_{u,eff}}{\phi_c f_{cr}} = \frac{93.3}{1.8} = 52 \text{ cm}^2$$

مقطع $IPB18$ به عنوان حدس اولیه انتخاب می‌شود.

$$IPB18 \rightarrow A = 65.3 \text{ cm}^2, I_x = 3830 \text{ cm}^4, r_x = 7.66 \text{ cm}, r_y = 4.57 \text{ cm}, S_x = 426 \text{ cm}^3$$

$$Z_x = 467.4 \text{ cm}^3, Z_y = 229.5 \text{ cm}^3$$

گام ۳- محاسبه ضریب تشدید B_1

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \left(\frac{P_u}{P_{e1}} \right)} \geq 1.0$$

تیرستون در خمشی حول محور اصلی دارای امکان جابجایی است، لذا طبق ضوابط آیین‌نامه داریم:

$$C_{mx} = 1$$

از آنجا که تحلیل مرتبه اول انجام شده است در نتیجه کاهش سختی خمشی اعمال نمی‌شود.

$$EI^* = EI$$

$$P_{e1} = \frac{\pi^2 (EI)^*}{(K_1 L)^2} = \frac{\pi^2 \times 2040 \times 3830}{(1 \times 400)^2} = 482 \text{ ton}$$

$$B_{1x} = \frac{C_{mx}}{1 - \frac{P_u}{P_{e1}}} = \frac{1}{1 - \frac{60}{482}} = 1.14 > 1 \rightarrow B_{1x} = 1.14$$

گام ۴- محاسبه ضریب تشدید B_2

برای محاسبه B_{2x} از رابطه زیر استفاده می شود:

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{P_{story}}{P_{e,story}}} \geq 1.0$$

سیستم مقاوم در برابر بار جانبی، قاب خمشی است و فرض می شود کلیه ستونهای طبقه عضوی از قاب هستند. در نتیجه:

$$P_{mf} = P_{story}$$

$$R_M = 1 - 0.15 \frac{P_{mf}}{P_{story}} = 1 - 0.15 = 0.85$$

$$P_{e,story} = R_M \frac{H.L}{\Delta_H} = 0.85 \times \frac{1.0 \times 400}{0.5} = 0.85 \times 214 = 680 \text{ ton}$$

$$B_{2x} = \frac{1}{1 - \frac{P_{story}}{P_{e,story}}} = \frac{1}{1 - \frac{80}{680}} = 1.133 > 1$$

گام ۵- محاسبه نیاز محوری $\hat{P}_u$ و نیاز خمشی $\hat{M}_u$ تشدید یافته

حال می توان به محاسبه M_{ux} پرداخت. با توجه به اینکه پایین ستون بحرانی تر از بالای ستون می باشد، لنگرهای پایین ستون در رابطه قرار می گیرد.

$$\hat{P}_u = P_{nt} + B_2 P_{lt} = 40 + 1.133 \times 20 = 62.6 \text{ ton}$$

$$\hat{M}_u = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt} = 1.14 \times 0 + 1.133 \times 400 = 453.2 \text{ ton.cm}$$

گام ۶- محاسبه ظرفیت فشاری $\phi_c P_{nx}$

$$\lambda_x = \left(\frac{KL}{r} \right)_x = \frac{1.5 \times 400}{7.66} = 78.3$$

$$\lambda_y = \left(\frac{KL}{r} \right)_y = \frac{1 \times 400}{4.57} = 87.5$$

$$\lambda_{max} = 87.5 < \lambda_{cr} = 4.71 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 4.71 \sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 137.3$$

کمانش ستون غیر ارتجاعی است.

$$f_e = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{\pi^2 \times 2040}{87.5^2} = 2.63 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{cr} = 0.658^{\frac{f_y}{f_e}} f_y = 0.658^{\frac{2.4}{2.63}} \times 2.4 = 1.64 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2}$$

$$\phi_c P_n = \phi_c f_{cr} A_g = 0.9 \times 1.64 \times 65.3 = 96.4 \text{ ton}$$

گام ۷-

محاسبه ظرفیت خمشی $\phi_b M_{nx}$

با فرض فشرده بودن مقطع، مهار جانبی در ابتدا و انتهای عضو فرض شده و ظرفیت خمشی محاسبه می‌شود.

$$L_p = 1.76 r_y \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 1.76 \times 4.57 \times \sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 234.5 \text{ cm}$$

$$L_r = 1256.3 \text{ cm}$$

$$L_p = 234.5 \text{ cm} \leq L_b = 400 \text{ cm} \leq L_r = 1256.3 \text{ cm}$$

$$M_{px} = Z_x f_y = 467.4 \times 2.4 = 1122 \text{ ton.cm}$$

$$M_{nx} = \min \left(C_b \left[M_{px} - (M_{px} - 0.7 f_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right], M_{px} \right)$$

$$M_{nx} = \min \left(1.0 \times \left[1122 - (1122 - 0.7 \times 2.4 \times 426) \frac{400 - 234.5}{1256.3 - 234.5} \right], 1122 \right)$$

$$M_{nx} = \min(1056.2, 1122) = 1056.2 \text{ ton.cm}$$

$$\phi_b M_{nx} = 0.9 \times 1056.2 = 950.6 \text{ ton.cm}$$

گام ۸-

کنترل رابطه اندرکنش

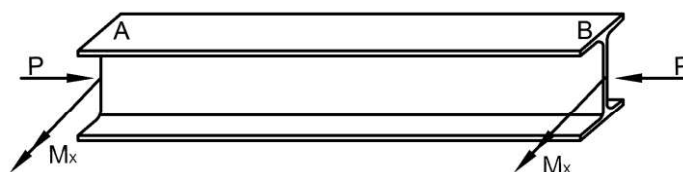
$$\frac{\hat{P}_u}{\phi_c P_n} = \frac{62.6}{96.4} = 0.65 \geq 0.2$$

$$\frac{\hat{P}_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{\hat{M}_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{\hat{M}_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) = 0.65 + \frac{8}{9} \left(\frac{453.2}{950.6} + 0 \right) = 1.07 \not\leq 1.0 \rightarrow \text{NOT OK}$$

نیمرخ $IPB18$ برای تیرستون مناسب نیست (با اختلاف کم معادل ۷ درصد). لذا نیمرخ $IPB20$ کنترل می‌شود.

مثال ۹-۷

تیرستون به طول 3.2 m در قابی متقارن و با بارگذاری ثقلی متقارن قرار دارد که در صفحه yz (خمشی حول محور x) جزئی از قاب خمشی با امکان جابجایی بوده و $K_x = 1.5$ است. این تیرستون در صفحه xz (خمشی حول محور y) جزئی از قاب مهاربندی شده و لذا دارای اتصالات مفصلی بوده و $K_y = 1$ می‌باشد. ترکیب بار $1.2D + L + 1.4W$ مد نظر است و نتیجه تحلیل مرتبه اول ناشی از آن ارائه شده است. تیرستون را از مقطع IPB طرح نمایید. بار ثقلی طبقه $P_{tory} = 200 \text{ ton}$ و برش طبقه $H = 3 \text{ ton}$ و دریافت ناشی از تحلیل مرتبه اول برابر $\Delta_H = 2.5 \text{ mm}$ می‌باشد.



$$1.2P_D + P_L = 75 \text{ ton}$$

$$1.4P_W = 5 \text{ ton}$$

$$(A): 1.2M_{x,D} + M_{x,L} = +2.5 \text{ ton.m}$$

$$(A): 1.4M_{x,W} = +10 \text{ ton.m}$$

$(B): 1.2M_{x,D} + M_{x,L} = +3ton.m$ $M_y = 0$	$(B): 1.4M_{x,W} = +10ton.m$
حل: گام ۱- محاسبه نیاز محوری P_{nt}, P_{lt} و نیاز خمشی M_{nt}, M_{lt} Combo: $1.2D + L + 1.4W$ $P_u = 1.2P_D + P_L + 1.4P_W = 75 + 5 = 80ton$ $M_{ux}(B) = 1.2M_D + M_L + 1.4M_W = 3 + 10ton.m = 1300ton.cm$ $M_{ux}(A) = 1.2M_D + M_L + 1.4M_W = 2.5 + 10ton.m = 1250ton.cm$ $M_{ux} = M_{ux}(max) = 1300ton.cm$ $M_{uy} = 0$ $P_{nt} = 1.2P_D + P_L = 75ton$ $P_{lt} = 1.4P_W = 5ton$ $M_{ntx}(A) = 1.2M_D + M_L = 2.5ton.m$ $M_{ntx}(B) = 1.2M_D + M_L = 3ton.m$ $M_{ltx}(A) = M_{ltx}(B) = 1.4M_W = 10ton.m$	
گام ۲- حدس اولیه مقطع $P_{u,eff} = P_u + M_{ux} \left(\frac{2}{d} \right) + M_{uy} \left(\frac{7.5}{b_f} \right) = 80 + 1300 \times \left(\frac{2}{24} \right) + 0 = 188ton$ با فرض تنش فشاری حدود ۲ تن بر سانتیمتر مربع $\phi_c f_{cr} \cong 1.8 \frac{ton}{cm^2}$ $A_g \geq \frac{P_{u,eff}}{\phi_c f_{cr}} = \frac{188}{1.8} = 104.4cm^2$ مقطع $IPB24$ انتخاب می شود. $IPB24 \rightarrow A = 106cm^2, I_x = 11260cm^4, r_x = 10.3cm, r_y = 6.08cm$ $Z_x = 1016cm^3, Z_y = 494.8cm^3$	
گام ۳- محاسبه ضریب تشدید B_1 $B_1 = \frac{C_m}{1 - \left(\frac{P_u}{P_{e1}} \right)} \geq 1.0 \rightarrow B_1 = \max \left(\frac{C_m}{1 - \left(\frac{P_u}{P_{e1}} \right)}, 1.0 \right)$ توجه شود که محاسبات مرتبط با خمش ستون، حول دو محور X و Y به صورت جداگانه صورت گرفته و لذا ضرایب مرتبط با این محاسبات دارای اندیس محور مورد نظر هستند. انحناء ستون به صورت مضاعف است. تیرستون در خمش حول محور اصلی دارای امکان جابجایی است، لذا طبق ضوابط آیین نامه داریم:	

$$C_{mx} = 1$$

از آنجا که تحلیل مرتبه اول انجام شده است در نتیجه $EI^* = EI$ و برای محاسبه P_{e1x} حاصل می‌شود:

$$P_{e1x} = \frac{\pi^2 EI^*}{(K_1 L)^2} = \frac{\pi^2 \times 2040 \times 11260}{(1 \times 320)^2} = 2214.0 \text{ ton}$$

$$B_{1x} = \max \left(\frac{C_{mx}}{1 - \frac{P_u}{P_{e1x}}}, 1.0 \right) = \max \left(\frac{1}{1 - \frac{80}{2214}}, 1.0 \right) = \max(1.037, 1.0) = 1.037$$

گام ۴- محاسبه ضریب تشدید B_2

برای محاسبه B_{2x} از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{P_{story}}{P_{e,story}}} \geq 1.0$$

سیستم مقاوم در برابر بار جانبی، قاب خمشی است و فرض می‌شود کلیه ستونهای طبقه عضوی از قاب هستند. در نتیجه:

$$P_{mf} = P_{story}$$

$$R_M = 1 - 0.15 \frac{P_{mf}}{P_{story}} = 1 - 0.15 = 0.85$$

$$P_{e,story} = R_M \frac{H.L}{\Delta_H} = 0.85 \times \frac{3.0 \times 320}{0.25} = 3264 \text{ ton}$$

$$B_{2x} = \frac{1}{1 - \frac{P_{story}}{P_{e,story}}} = \frac{1}{1 - \frac{200}{3264}} = 1.065 > 1$$

گام ۵- محاسبه نیاز محوری $\hat{P}_u$ و نیاز خمشی $\hat{M}_u$ تشدید یافته

حال می‌توان به محاسبه M_{ux} پرداخت. با توجه به اینکه پایین ستون بحرانی‌تر از بالای ستون می‌باشد، لنگرهای پایین ستون در رابطه قرار می‌گیرد.

$$\hat{P}_u = P_{nt} + B_2 P_{lt} = 75 + 1.065 \times 5 = 80.33 \text{ ton}$$

$$\hat{M}_u = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt} = 1.037 \times 3.0 + 1.065 \times 10 = 13.76 \text{ ton.m} = 1376 \text{ ton.cm}$$

گام ۶- محاسبه ظرفیت فشاری $\phi_c P_{nx}$

$$\lambda_x = \left(\frac{KL}{r} \right)_x = \frac{1.5 \times 320}{10.3} = 46.6$$

$$\lambda_y = \left(\frac{KL}{r} \right)_y = \frac{1 \times 320}{6.8} = 47.1$$

$$\lambda_{max} = 47.1 < \lambda_{cr} = 4.71 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 4.71 \sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 137.3$$

کمانش ستون غیر ارتجاعی است.

$$f_e = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{\pi^2 \times 2040}{47.1} = 9.08 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{cr} = 0.658 \frac{f_y}{f_e} f_y = 0.658 \frac{2.4}{9.08} \times 2.4 = 2.15 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2}$$

$$\phi_c P_n = \phi_c f_{cr} A_g = 0.9 \times 2.15 \times 106 = 205.0 \text{ ton}$$

گام ۷- محاسبه ظرفیت خمشی $\phi_b M_{nx}$

با فرض فشرده بودن مقطع، فواصل مهار جانبی از رابطه زیر کنترل می شود:

$$L_p = 1.76 r_y \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 1.76 \times 6.08 \times \sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 312 \text{ cm}$$

$$L_b = 312 \text{ cm} \leq L_p = 320 \text{ cm}$$

$$\phi_b M_{nx} = \phi_b Z_x f_y = 0.9 \times 1016 \times 2.4 = 2194.6 \text{ ton.cm}$$

گام ۸- کنترل رابطه اندرکنش

$$\frac{\hat{P}_u}{\phi P_n} = \frac{80.33}{205} = 0.39 \geq 0.2$$

$$\frac{\hat{P}_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{\hat{M}_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{\hat{M}_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) = 0.39 + \frac{8}{9} \left(\frac{1376}{2194.6} + 0 \right) = 0.95 \leq 1.0 \rightarrow OK$$

نیمرخ IPB24 برای تیرستون مناسب است.

۷-۹ مسائل فصل هفتم

توجه:

- فولاد مصرفی پروفیلها و ورقها از نوع ST37 می باشد.
- در کلیه مسائل، مهار جانبی تیرها در محل تکیه گاه و در بارهای متمرکز در نظر گرفته شود.
- وزن تیر به صورت جداگانه در نظر گرفته نشود.
- پارامتر K طبق مقادیر اعلام شده فرض می شود که در محدوده زیر قرار دارد:

$$15 \leq \kappa \leq 40$$

تمرین ۷-۱

تیرستون با نیمرخ IPB و دارای مهار جانبی، تحت نیروی محوری P_u و نیاز خمشی ناشی از بارهای بدون جابجایی M_{ntx} و M_{nty} قرار دارد. طول موثر تیرستون در دو راستا برابر $K_x L_x$ و $K_y L_y$ می باشد. مطلوب است طراحی مقطع تیرستون.

$$P_u = (4\kappa)ton, \quad M_{ntx} = (0.4\kappa)ton.m, \quad M_{nty} = 5ton.m, \quad K_x L_x = K_y L_y = 3.5m$$

راهنمایی: این تیرستون عضوی از یک قاب بدون امکان جابجایی است، لذا $M_{ltx} = M_{lty} = 0$ خواهد بود. لنگر یک انتهای ستون نصف لنگر انتهای دیگر است و ضریب C_m از نسبت لنگر ارائه شده قابل محاسبه است.

تمرین ۷-۲

تیرستون با مقطع $IPB24$ و طول L در دو انتها دارای اتصال مفصلی است. بر این تیرستون نیروی محوری ضریبدار P_u با خروج از مرکزیت $5cm$ اعمال می شود به نحوی که حول محور قوی مقطع، ایجاد لنگر نماید. کفایت تیرستون را بررسی نمایید.

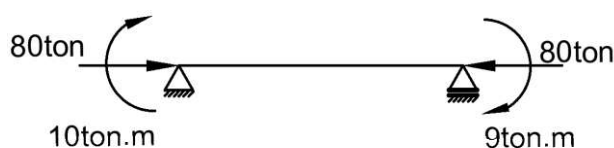
$$P_u = (2\kappa)ton, \quad L = 3m, \quad C_{mx} = C_{my} = 0.85, \quad C_b = 1$$

$$K_x = 1.45, \quad K_y = 1.0, \quad M_{ltx} = M_{lty} = 0$$

تمرین ۷-۳

در تیرستون مهار شده شکل زیر به طول L دارای مقطع $IPB24$ بوده و خمشی حول محور قوی مقطع اتفاق می افتد، مطلوبست کنترل تیرستون با شرایط زیر:

$$L = (2 + 0.1\kappa)m, \quad K_x = K_y = 1.0$$



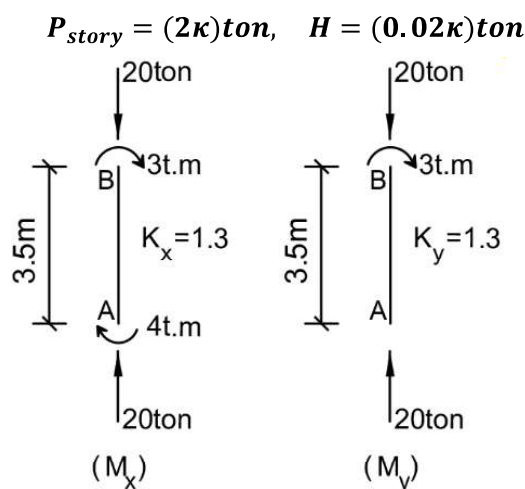
تمرین ۷-۴

از یک نیمرخ $IPB24$ برای تیرستون استفاده شده است امکان تغییر مکان جانبی در امتداد محور X وجود دارد و بر این ستون بار P_u با خروج از مرکزیت ۱۰ سانتیمتر وارد می شود، به نحوی که لنگر خمشی یکسانی در طول تیرستون به آن اثر می کند. مطلوب است کنترل نیمرخ تیرستون.

$$P_u = (2\kappa)ton, \quad L = 3.2m, \quad K_x = 1.45, \quad K_y = 1.0, \quad M_{lx} = M_{ly} = 0$$

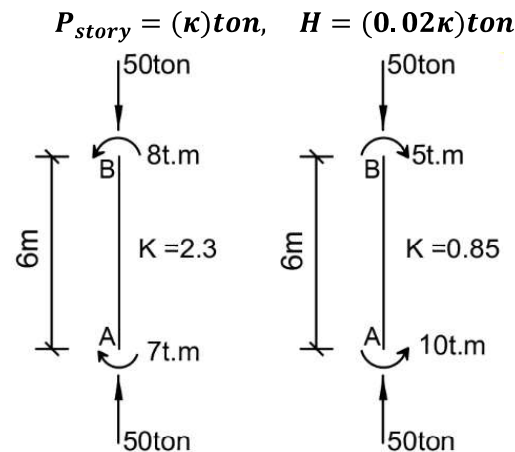
تمرین ۷-۵

تیرستون زیر از پروفیل IPB طرح نمایید. مهار جانبی بال فشاری در نقاط A و B وجود دارد. ترکیب بار $0.9D + E$ مد نظر است و نتیجه تحلیل مرتبه اول نیروی محوری ناشی از بار مرده ضریبدار و لنگرهای ناشی از بار جانبی ارائه شده است. بار ثقلی طبقه P_{story} و برش طبقه H و دریافت ناشی از تحلیل مرتبه اول برابر $\Delta_H = 12mm$ می باشد.



تمرین ۷-۶

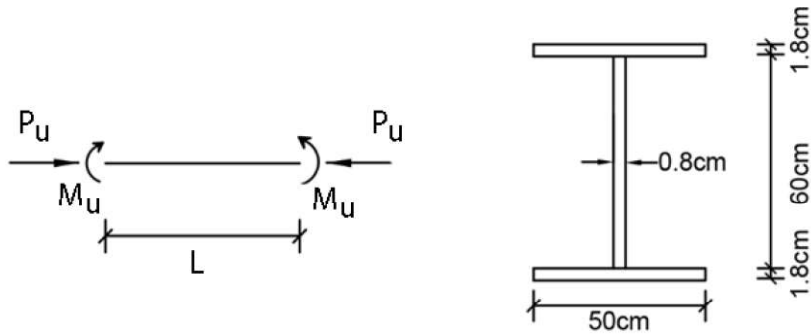
تیرستون زیر را از IPB طرح نمایید. مهار جانبی بال فشاری در نقاط A و B وجود دارد. ترکیب بار $0.9D + E$ مد نظر است. اثر بارهای ثقلی سازه بر تیرستون ناچیز و در حد صفر است. نتیجه تحلیل مرتبه اول نیروی محوری و لنگرهای ناشی از بار جانبی ارائه شده است. بار ثقلی طبقه P_{story} و برش طبقه H و دریافت ناشی از تحلیل مرتبه اول برابر $\Delta_H = 12mm$ می باشد.



تمرین ۷-۷

مطلوبست کنترل تیرستون شکل زیر در برابر بارهای وارده، بدون امکان جابجایی.

$$P_u = (2\kappa)ton, \quad M_u = (20\kappa)ton.cm, \quad L = (2 + 0.05\kappa)m, \quad K_x = K_y = 1.0$$

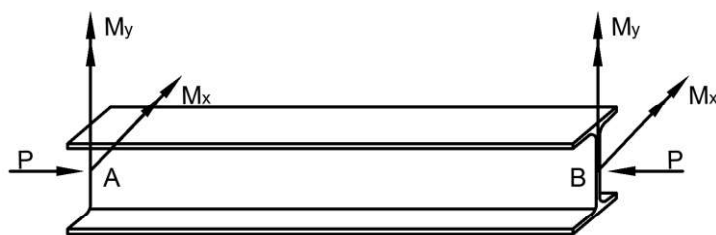


تمرین ۷-۸

یک تیرستون از $IPB28$ و به ارتفاع L در یک قاب با امکان جابجایی و در صفحه عمود بر آن دارای مهار است. لذا $K_y = 1.0$ می باشد. تخمین زده می شود که $K_x = 1.35$ باشد. تحلیل قاب با بارهای ضریبدار مقادیر روی شکل نشان داده شده است. آیا این نیمرخ برای این تیرستون مناسب است؟ ترکیب بار $0.9D + E$ مد نظر است. بررسی در دو حالت زیر انجام شود:

الف) مقطع ساخته شده از فولاد ST37

ب) مقطع ساخته شده از فولاد ST52



$$L = (2 + 0.05\kappa)m$$

$$P_E = (\kappa)ton, \quad 0.9P_D = 80ton$$

$$0.9M_{D,x}(A) = 3ton.m, \quad 0.9M_{D,x}(B) = 2ton.m$$

$$M_{E,x}(A) = 12ton.m, \quad M_{E,x}(B) = 10ton.m, \quad M_y = 0$$

تمرین ۷-۹

تیرستون تحت بارهای محوری و لنگرهای خمشی M_D, M_L, P_D, P_L قرار دارد. این نیمرخ را از IPB طراحی نمایید. ستون در سیستم مهار شده قرار دارد و نوع فولاد آن $ST37$ می باشد. ترکیب بار $1.2D + 1.6L$ مد نظر است.

$$P_D = (0.5\kappa)ton, \quad P_L = 8ton, \quad M_D = 3ton.m, \quad M_L = 5ton.m$$

