

فصل ۴

طراحی مقاطع خمشی

طراحی کاربردی سازه های فولادی (جلد یک) - محسن گرامی

در این فصل:		
۲	پیشگفتار	۴-۱
۴	نظریه خمش الاستیک و پلاستیک در تیر	۴-۲
۲۱	کمانش در عضو خمشی	۴-۳
۲۸	رفتار تیر در برابر خمش	۴-۴
۴۱	کنترل برش در تیرها	۴-۵
۴۶	کنترل شرایط بهره برداری در تیرها	۴-۶
۵۵	تعیین مقطع بحرانی در تیر	۴-۷
۵۷	تستهای فصل چهارم	۴-۸
۷۷	تستهای فصل چهارم (برش)	۴-۹
۸۶	مسائل فصل چهارم	۴-۱۰

۴-۱ پیشگفتار

عموماً تیر به قطعه‌ای اطلاق می‌شود که تحت تأثیر نیروهای جانبی عمود بر محور خود قرار می‌گیرد. با ایجاد لنگر خمشی و نیروی برشی در تیرها، نیروهای جانبی به تکیه‌گاهها منتقل می‌شوند. در مبحث مقاومت مصالح ملاحظه گردید که لنگرهای خمشی در تیرها تنشهای محوری کششی و فشاری در تارهای عضو ایجاد می‌کنند که در مقایسه با تنشهای ناشی از نیروهای برشی عموماً مقادیر قابل توجهی می‌باشند. به همین جهت اصول طراحی تیرها بر مبنای محاسبه تنشهای خمشی موجود و مقایسه آنها با تنشهای مجاز است.

تیرها علاوه بر آنکه اعضای اصلی سقفها و قابهای ساختمانی هستند، در ماشین آلات نیز نقش عمده‌ای در باربری ایفا می‌کنند. در سازه‌های فولادی تیرها به دو صورت ساده و سراسری بکار برده می‌شوند. تیر ساده، تیری است یک دهانه، که در دو انتهای آن هیچ گونه گیرداری برای خمش وجود ندارد و به صورت دو سر مفصل است. در حالی که تیرهای سراسری معمولاً بر روی سه تکیه‌گاه یا بیشتر قرار دارند و لنگر خمشی در محل تکیه‌گاهها نیز وجود خواهد داشت. در یک سازه فولادی عموماً تیرها بر حسب وظیفه‌ای که دارند به صورت زیر نامگذاری می‌شوند:

الف) تیرچه‌ها: تیرهای سبکی که به فاصله کمی از یکدیگر قرار دارند و بارهای سقف را به تیرهای اصلی یا شاه تیرها منتقل می‌کنند.

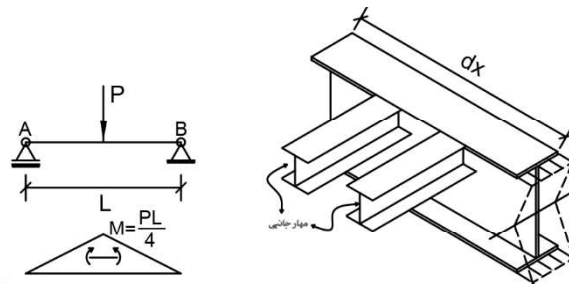
ب) تیرهای اصلی: تیرهای حمال سازه هستند که با عملکرد خمشی خود بار سقف را از طریق تیرچه‌ها به ستونهای سازه منتقل می‌کنند.

ج) تیرهای نعل درگاهی: به تیرهایی اطلاق می‌شود که بار دیوار روی در و پنجره‌ها را تحمل می‌کنند.

د) تیرهای طره‌ای یا لبه‌ای: این تیرها در بر خارجی سقفها بکار می‌روند و علاوه بر بارهای وارده از طرف سقف، بار دیوارهای پیرامونی را نیز تحمل می‌کنند.

ه) لایه‌ها: به تیرهایی گفته می‌شود که روی قابها و خرپاها قرار گرفته‌اند و برای تحمل بار حاصل از پوشش سقف این گونه سازه‌ها بکار می‌روند.

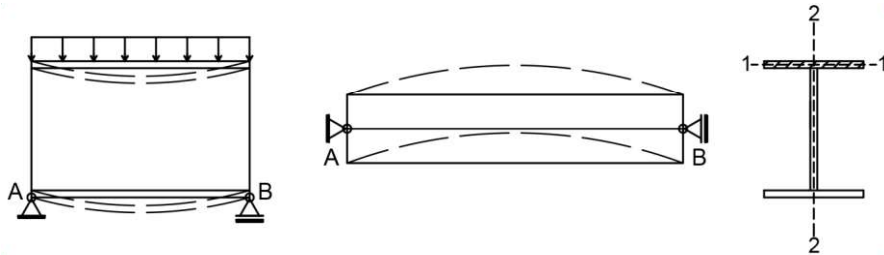
تیر مجموعه‌ای از دو عنصر کششی و فشاری است و لذا اصول حاکم بر قطعات کششی و فشاری به نوعی در بررسی تیرها با یکدیگر ترکیب می‌شوند. عنصر فشاری تیر که بال آن می‌باشد، به دلیل اتصال آن با بال کششی به وسیله جان تیر، امکان جابجایی در صفحه جان را ندارد، زیرا بال کششی مانند یک تکیه‌گاه سراسری عمل می‌کند، ولی در صفحه عمود بر جان تیر، امکان کمانش برای بال فشاری وجود دارد که به کمک تکیه‌گاههای جانبی مناسب به نام **مهارهای جانبی بال فشاری** (مهارهای خمشی) امکان جابجایی از آن سلب شده است. در شکل زیر تیری به طول L تحت اثر بار متمرکز P نشان داده شده است. اگر قسمتی از تیر به طول d جدا شود، ملاحظه می‌شود که نیمه پایینی تیر تحت کشش و نیمه بالایی تحت فشار است و به منظور جلوگیری از کمانش بال فشاری، از یک سری مهارهای جانبی در طول تیر استفاده شده است. اگرچه در اغلب حالات عملی تیرها دارای مهارهای جانبی بال فشاری مناسبی هستند که به کمک آن تکیه‌گاهها، پایداری نهایی بال فشاری ممکن به نظر می‌رسد ولی پایداری بالهای فشاری تیرها آنچنان که به نظر می‌رسد، مطمئن نیست. در این فصل منظور از **تیرهای مهار شده** (بدون امکان کمانش جانبی) وجود تعداد کافی مهار جانبی بال فشاری می‌باشد و منظور از **تیرهای مهار نشده** (با امکان کمانش جانبی) عدم وجود تعداد کافی مهار جانبی در بال فشاری تیر می‌باشد.



شکل ۴-۱ نمایش مهارهای جانبی بال فشاری در تیرها

در تیرهای مهار شده پدیده‌های کمانش جانبی و ناپایداری جانبی به وقوع نمی‌پیوندد، بلکه به دلیل امکان تجربه کرنشهای بالاتر از کرنش حد تسلیم، تنشهای مجاز خمشی در این مقاطع افزایش می‌یابد.

در طراحی اعضاء خمشی ممکن است با تیرهایی مواجه شویم که تکیه‌گاههای جانبی مناسب (مهارهای جانبی خمشی) در فواصل مناسب نداشته باشند. شکل زیر تیری با مقطع I شکل را نمایش می‌دهد که فقط در نقاط A و B دارای تکیه‌گاه جانبی مناسب است.



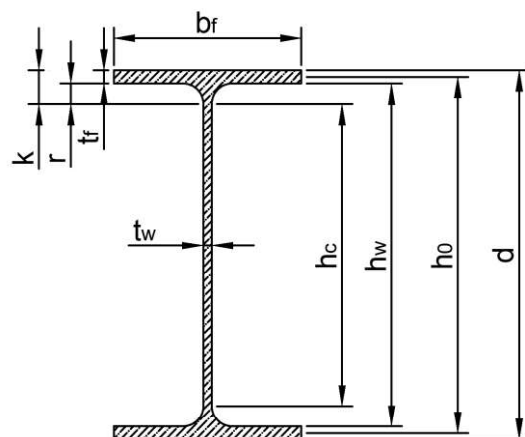
(الف) خمش تیر حول محور قوی (ب) کمانش جانبی بال فشاری (ج) مقطع تیر

شکل ۴-۲ تیر با دو مهار جانبی در دو انتها

از نظر کیفی می‌توان بال فشاری تیر را مانند ستونی فرض کرد. بال مستطیل شکل تیر همانند سایر مقاطع فشاری تمایل خواهد داشت که در جهت ضعیف خود حول محور ۱-۱ از شکل ۴-۲-ج کمانش کند ولی جان تیر همانند یک تکیه‌گاه ممتد از این نوع کمانش جلوگیری خواهد کرد. ولی چنانچه فواصل بین تکیه‌گاههای جانبی تیر از حد معینی تجاوز کند، بال مستطیل شکل اقدام به کمانش حاصل از خمش حول محور ۲-۲ خواهد نمود. چنین کمانشی از بال مستطیل شکل فشاری که حول محور قوی آن انجام می‌گیرد، عموماً **کمانش جانبی** نامیده می‌شود. بنابراین قبل از اینکه تنشهای خمشی حداکثر در تیر به حد تسلیم برسند، بال فشاری تیر ناپایدار گشته و کمانش خواهد کرد که در اثر این کمانش، ظرفیت باربری مقطع کاهش می‌یابد. خیلی مهم است که بدانیم تنش مجاز خمشی در یک تیر وابستگی مستقیم به **فواصل مهار جانبی بال فشاری** (L_b) دارد.

چنانچه در فصل یک ذکر گردید، در این کتاب علائم و پارامترهای مشخصات مقطع I شکل، مطابق شکل زیر مورد استفاده قرار

می‌گیرند.



شکل ۴-۳ جزئیات مقطع پروفیل I شکل

d	فاصله پشت تا پشت بال	h_c	ناحیه صاف جان برابر $d - 2k$
h_0	فاصله مرکز تا مرکز بالها برابر $d - t_f$	b_f	عرض بال
h_w	فاصله خالص میان بالها برابر $d - 2t_f$	t_w	ضخامت بال
t_w	ضخامت جان	t_f	ضخامت بال
k	فاصله وجه بیرونی بال تا انتهای ماهیچه جان (در پروفیل نورد شده) ^۱		
	فاصله وجه بیرونی بال تا انتهای جوش گوشه جان (در تیرورق)		

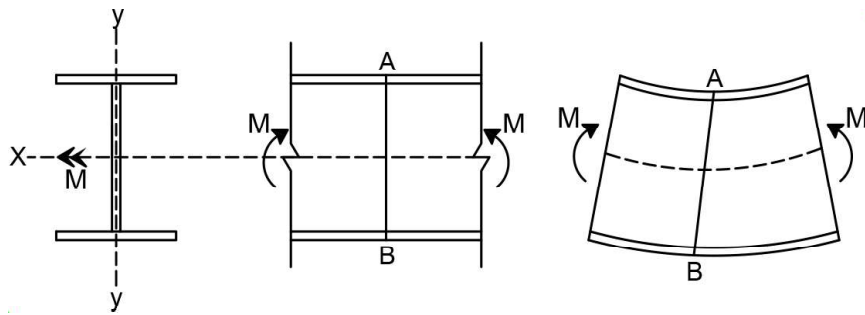
۴-۲ نظریه خمش الاستیک و پلاستیک در تیر

در این بخش نظریه خمش الاستیک و پلاستیک در تیرها مرور می‌شود.

۴-۲-۱ نظریه خمش الاستیک

هر گاه تیری تحت خمش خالص قرار گیرد، تغییر شکل آن به گونه‌ای است که صفحات عمود بر محور تیر، پس از خمش، عمود بر محور تیر و به صورت مسطح باقی می‌مانند و تنها کمی دوران می‌کنند. فرض مسطح ماندن صفحات عمود بر محور تیر پس از خمش منجر به توزیع کرنش خطی در ارتفاع تیر خواهد شد. در شکل ۴-۳-ب تیری که صفحه عمود بر محور آن قبل از اعمال خمش با خط AB مشخص شده است را نشان می‌دهد. شکل تغییر یافته آن پس از خمش در شکل ۴-۴-ج که صفحه AB دوران کرده ولی کماکان مسطح است، نشان داده شده است. برای لنگر خمشی M_x تارهای بالای محور تیر تحت فشار و تارهای پایین محور تیر تحت کشش هستند.

^۱ در برخی جداول اشتال، این فاصله بجای نماد k از نماد c استفاده می‌شود.



الف) مقطع تیر

ب) مقطع عمود بر محور تیر

ج) مقطع عمود بر محور تیر

قبل از اعمال لنگر خمشی

بعد از اعمال لنگر خمشی

شکل ۴-۴ خمش خالص در تیر

توزیع کرنش در عمق تیر را می‌توان طبق شکل ۴-۵-ب مدل نمود. چنانچه رابطه بین تنش و کرنش از قانون هوک پیروی کند، توزیع تنش در عمق تیر به صورت خطی طبق شکل ۴-۵-ج تغییر پیدا می‌کند، به گونه‌ای که در خمش ساده، تارهای بالای تار خنثی در فشار و تارهای پایین تار خنثی در کشش با توزیع خطی قرار خواهند داشت. حداکثر تنشهای موجود ناشی از خمش، در دورترین نقاط نسبت به تار خنثی ($N.A.$) یعنی در تارهای بالا و پایین مقطع اتفاق افتاده و مقدار آن از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$f_{bx} = \frac{M_x y}{I_x} \rightarrow f_{bx, \max} = \frac{M_x C}{I_x} \rightarrow \begin{cases} f_{bx, \max}^t = \frac{M_x C_t}{I_x} \\ f_{bx, \max}^b = \frac{M_x C_b}{I_x} \end{cases} \quad ۱-۴$$

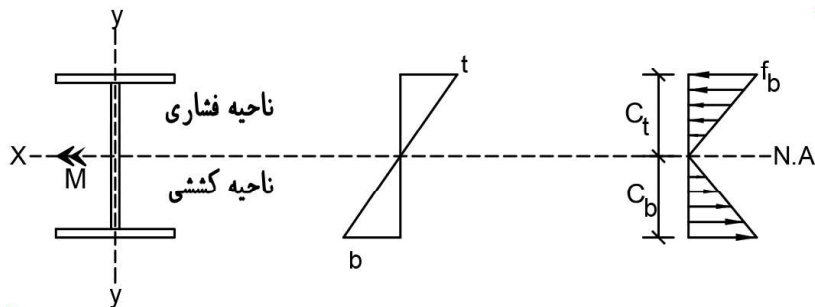
تنش خمشی موجود در تیر

 f_b

فاصله دورترین تار پایین از تارخنثی

 C_b

فاصله دورترین تار بالا از تارخنثی

 C_t 

ج) توزیع تنش ب) توزیع کرنش الف) نواحی فشار و کشش در مقطع

شکل ۴-۵ توزیع تنش و کرنش در حالت الاستیک

در خمش ساده، تارهای بالای محور خنثی در فشار و تارهای پایین در کشش خواهند بود. لذا متداول است که تنش موجود در تار بالایی را با تنش فشاری و تنش ناحیه پایین را با تنش کششی یاد می‌کنند ولی لازم است تفاوت میان این دو درک شود.

چنانچه مانند شکل ۴-۴ محور $x-x$ محور تقارن مقطع باشد، آنگاه $C_t = C_b = C$ خواهد بود. در این صورت تنشهای حداکثر

بالا و پایین با یکدیگر برابر هستند و می‌توان نوشت:

$$f_{bx,max} = \frac{M_x C}{I_x} = \frac{M_x}{S_x}; S_x = \frac{I_x}{C}$$

$$f_{bx,max}^t = \frac{M_x C_t}{I_x} = \frac{M_x}{S_{xt}}; S_{xt} = \frac{I_x}{C_t} \quad ۲-۴$$

$$f_{bx,max}^b = \frac{M_x C_b}{I_x} = \frac{M_x}{S_{xb}}; S_{xb} = \frac{I_x}{C_b}$$

I_x لنگر اینرسی حول محور خمش X-X

S_x اساس مقطع یا مدول مقطع حول محور خمش X-X

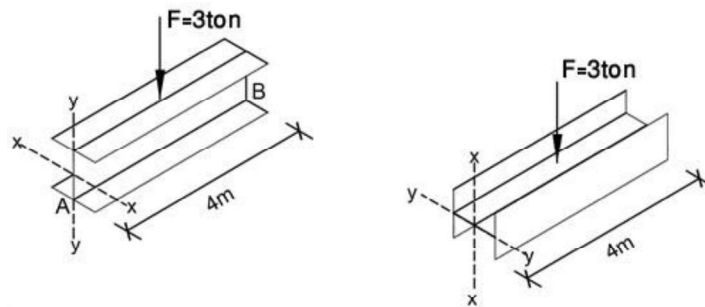
I_x لنگر اینرسی حول محور $X-X$ است که خمش حول آن اتفاق می‌افتد. در یک طرح مناسب برای خمش، افزایش اساس مقطع S_x و در نتیجه کاهش تنشهای خمشی برای تحمل لنگر خمشی مطلوب است. بنابراین تیرهای با مقاطع متفاوت بایستی تا حد امکان به گونه‌ای تحت اثر بار قرار گیرند که خمش حول محور قوی آنها اتفاق بیفتد تا در نتیجه تنشهای موجود خمشی کاهش یابد. این امر منجر به بیان یک اصل مهم در تیرها می‌گردد که در طراحی تیرهای با خمش دو محوره بایستی M بیشتر با S بیشتر و M کمتر با S کمتر همراه گردد.

مثال ۴-۱

برای تیر $IPE20$ دو سر مفصل زیر با دهانه ۴ متر، حداکثر تنش خمشی تیر را در دو حالت مقایسه نمایید:

(الف) بار متمرکز $F = 0.66 \text{ ton}$ در وسط تیر و به وسط بال (در راستای قائم) وارد می‌شود.

(ب) بار متمرکز $F = 0.66 \text{ ton}$ در وسط تیر و به وسط جان (در حالت خوابیده) وارد می‌شود.



شکل ۴-۶ تیر دو سر مفصل تحت اثر بار متمرکز

حل الف)

$$IPE20: S_x = 194 \text{ cm}^3, S_y = 28.5 \text{ cm}^3$$

$$L = 4 \text{ m} = 400 \text{ cm}$$

$$M_x = \frac{FL}{4} = \frac{0.66 \times 400}{4} = 65.6 \text{ ton.cm}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{S_x} = \frac{65.6}{194} = 0.34 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2} = 0.14 f_y$$

حل ب)

$$M_y = \frac{FL}{4} = \frac{0.66 \times 400}{4} = 65.6 \text{ ton.cm}$$

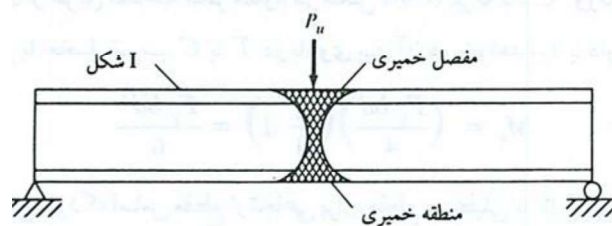
$$f_{by} = \frac{M_y}{S_y} = \frac{65.6}{28.5} = 2.3 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2} = 0.96 f_y$$

مقایسه دو تنش خمشی نشان می‌دهد در وضعیت ب تنشها ۶,۹ برابر حالت الف خواهد بود.

قبل از پرداختن به نظریه خمش پلاستیک، مفصل خمیری معرفی می‌گردد.

۴-۲-۲ مفصل خمیری

در این قسمت نحوه تشکیل مفصل خمیری در یک تیر ساده مطابق شکل زیر پرداخته می‌شود. در ابتدا بار به وسط تیر اثر می‌کند، اگر مقدار این بار بتدریج افزایش یابد زمانی می‌رسد که لنگر خمشی به لنگر تسلیم می‌رسد و تنش خارجی مقطع تیر به تنش تسلیم خواهد رسید. هر چه مقدار بار افزایش یابد، حوزه خمیری شدن مقطع تیر نیز افزایش می‌یابد. خمیری شدن تیر به مقاطع دیگری بجز مقطع لنگر حداکثر گسترش می‌یابد و طول ناحیه جاری شده مقطع بستگی به وضعیت بارگذاری و شکل نیمرخ دارد. در طی افزایش بار تارهای داخلی نیز در مقطع لنگر حداکثر به تدریج جاری می‌شوند تا زمانی که کل ارتفاع نیمرخ در آن مقطع جاری شوند و مفصل خمیری تشکیل شود.

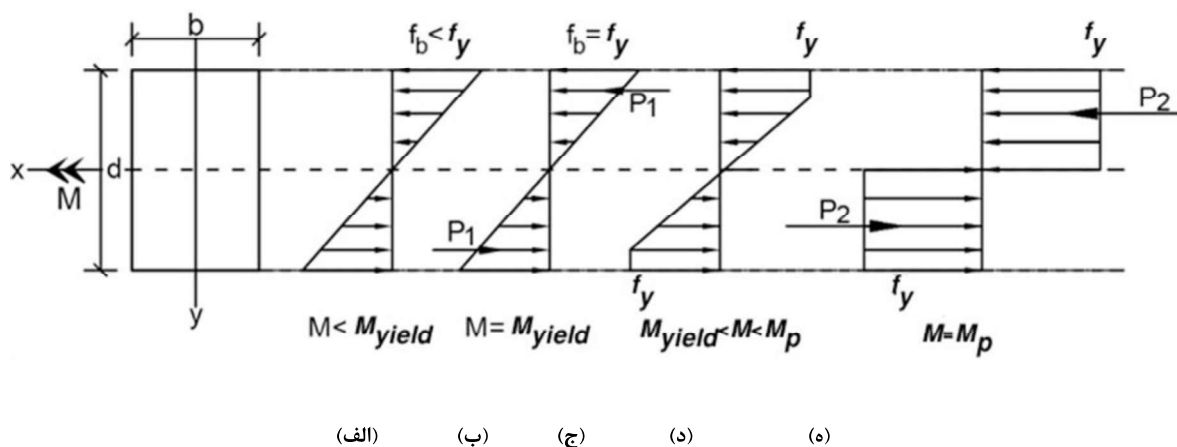


شکل ۴-۷ نمایش تشکیل منطقه خمیری و مفصل خمیری

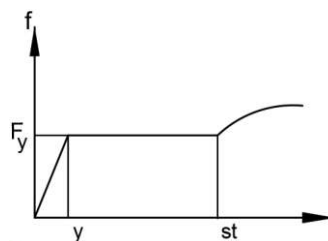
گرچه اثر مفصل خمیری در طولی از دهانه تیر گسترش می‌یابد ولی فرض می‌شود که این مفصل فقط در یک مقطع از تیر وجود داشته باشد. در محاسبه تغییر مکانها و طراحی مهارها طول ناحیه خمیری شده تیر بسیار مهم خواهد بود.

۴-۲-۳ نظریه خمش پلاستیک

بکارگیری روابط (۱-۴) الی (۳-۴) در صورتی صحیح است که تنشها و کرنشها دارای رابطه خطی بوده و از قانون هوک پیروی کنند. برای مقطع مستطیل شکل نشان داده شده در شکل ۴-۸ با افزایش لنگر خمشی حول محور $x - x$ حالات مختلفی رخ می‌دهد.



شکل ۸-۴ توزیع تنش در مقطع در حالات مختلف



شکل ۹-۴ دیاگرام تنش-کرنش فولاد

طبق شکل ۸-۴ ب تا هنگامی که لنگر خمشی M به گونه ای است که تنش در تارهای انتهایی از تنش تسلیم f_y کمتر است، برای محاسبه تنش از رابطه (۳-۴) می توان استفاده نمود. با افزایش لنگر خمشی طبق شکل ۸-۴ ج تنش در تارهای انتهایی مقطع به تنش تسلیم f_y می رسد که در این حالت نیز هنوز می توان از رابطه ۳-۴ برای محاسبه تنشهای خمشی استفاده نمود. با افزایش مجدد لنگر خمشی M از لنگر تسلیم M_y مطابق شکل ۸-۴ د کرنش در تارهای انتهایی از کرنش حد تسلیم ϵ_y تجاوز می کند، ولی با توجه به نمودار ایده آل تنش-کرنش، تنش در تنش در حد f_y باقی می ماند و ناحیه ای در حوالی تارهای انتهایی کاملاً پلاستیک شده و جاری می شوند و نواحی نزدیک به تار خنثی در حد الاستیک باقی می مانند.

با افزایش بیشتر لنگر خمشی همه تارهای مقطع به تنش تسلیم f_y می رسند. در این حالت طبق شکل ۸-۴ ه حداکثر لنگر مقاوم داخلی مقطع که به آن لنگر حد پلاستیک می گویند و با M_p نمایش داده می شود، در مقطع ایجاد می گردد. روابط (۱-۴) الی (۳-۴) در این حالت صادق نیست و برای تعیین رابطه بین لنگر نهایی M_p و خصوصیات هندسی مقطع بایستی از معادلات تعادل استفاده کرد. محاسبه لنگر تسلیم M_y و لنگر پلاستیک M_p در مقطع مستطیلی به شرح زیر است:

a- اساس مقطع الاستیک (S) و اساس مقطع پلاستیک (Z)

اساس مقطع الاستیک مقطع (حول محور قوی) برای مقطع مستطیلی به عرض b و ارتفاع d برابر $S_x = \frac{bd^2}{6}$ می باشد و اساس مقطع پلاستیک برابر مجموع لنگر اول سطح نیم سطح فوقانی و تحتانی حول محور میانی است. اساس مقطع پلاستیک مقطع مستطیلی

$Z_x = \frac{bd^2}{4}$ است. اساس مقطع الاستیک برای محور X به صورت S_x و برای محور Y به صورت S_y نمایش داده می‌شود. به صورت مشابه اساس مقطع پلاستیک برای محور X به صورت Z_x و برای محور Y به صورت Z_y نمایش داده می‌شود.

برای نیمرخهای I شکل، برای خمش حول محور قوی (X) مقادیر S_x و Z_x از جداول اشتال حاصل می‌شود. برای خمش حول محور ضعیف $S_y = \frac{db^2}{6}$ و $Z_y = 2Q_y = 2 \times \frac{t_f \times b_f^2}{4} = \frac{t_f \times b_f^2}{2}$ قابل محاسبه خواهد بود.

b- لنگر تسلیم M_y

لنگر تسلیم محور قوی مقطع (معمولاً محور X) به صورت M_y نمایش داده می‌شود. لازم به ذکر است لنگر تسلیم حول محور ضعیف مقطع، دارای کاربرد چندانی نبوده و جهت پرهیز از ابهام، نیازی به معرفی دو نماد (M_{yx}, M_{yy}) برای لنگر تسلیم حول دو محور نیست. در صورت لزوم، لنگر حول محور ضعیف مقطع (محور Y) با عبارت $S_y f_y$ نمایش داده می‌شود. با توجه به شکل ۴-۸ ج روابط زیر حاصل می‌شود:

$$P_1 = \frac{1}{2} f_y \frac{d}{2} b = f_y \frac{bd}{4} \quad ۳-۴$$

$$M_y = P_1 \frac{2d}{3} = f_y \frac{bd}{4} \frac{2d}{3} = f_y \frac{bd^2}{6} = S_x f_y \quad ۴-۴$$

c- لنگر پلاستیک M_p

Z_x اساس مقطع پلاستیک حول محور X است و برابر مجموع لنگر اول سطح نیم سطح فوقانی و تحتانی حول محور میانی است. اساس مقطع پلاستیک مقطع مستطیلی $Z_x = \frac{bd^2}{4}$ است. با توجه به شکل (۴-۷) روابط زیر حاصل می‌شود:

$$P_2 = f_y \frac{d}{2} b = f_y \frac{bd}{2} \quad ۵-۴$$

$$M_{px} = P_2 \frac{d}{2} = f_y \frac{bd}{2} \frac{d}{2} = f_y \frac{bd^2}{4} = Z_x f_y \quad ۶-۴$$

در مقاطع متقارن $Z_x = 2Q_x$ می‌باشد که Q_x همان لنگر اول نیمه سطح مقطع است که در جدول اشتال برای هر پروفیل مقادیر آن داده شده است. لازم به ذکر است تار خنثی در محاسبه اساس مقطع الاستیک، همان محور گذرنده از مرکز سطح مقطع می‌باشد و تار خنثی در محاسبه اساس مقطع پلاستیک، همان محور گذرنده از محلی است که مساحت مقطع نصف گردد. در مقاطع نامتقارن $Z_x = Q_t + Q_b$ می‌باشد که در آن Q_t لنگر اول نیمه بالای سطح و Q_b لنگر اول نیمه پایین سطح مقطع (نسبت به تار خنثی) می‌باشد. لنگر الاستیک برای محور X به صورت M_{px} و برای محور Y به صورت M_{py} نمایش داده می‌شود

d- ضریب شکل $F = \frac{Z_x}{S_x}$

اساس مقطع پلاستیک (حول محور قوی) برای تیری با مقطع مربع مستطیل و به عرض b و ارتفاع d برابر $\frac{bd^2}{4}$ است در حالی که اساس مقطع الاستیک برای چنین مقطعی برابر با $\frac{bd^2}{6}$ می‌باشد. نسبت لنگر حد پلاستیک به لنگر حد جاری شدن را ضریب شکل گویند که در واقع نسبت اساس مقطع پلاستیک به اساس مقطع الاستیک است و در برخی مراجع با نماد F نشان داده می‌شود. بنابراین

ضریب شکل برای مقطع مربع مستطیل 1.5 است و از جاری شدن اولین تار در مقطع تا جاری شدن آخرین تار، 50% اضافه ظرفیت در مقطع وجود دارد.

$$\frac{M_p}{M_y} = \frac{Z_x f_y}{S_x f_y} = \frac{Z_x}{S_x} \quad ۷-۴$$

Z_x اساس مقطع پلاستیک برای خمش حول محور X

S_x اساس مقطع الاستیک برای خمش حول محور X

در رابطه فوق ضریب شکل در واقع بیان کننده اضافه مقاومت مقطع برای حالتی که دورترین تار مقطع f_y شود به حالتی که تمام مقطع f_y شود، می باشد. ضریب شکل نیمرخهای I شکل حدود 1.12 برای خمش حول محور قوی است در حالی که این نسبت برای خمش حول محور ضعیف آنها به طور متوسط حدود 1.5 است. بنابراین ظرفیت نهایی یک مقطع I شکل تحت اثر لنگر خمشی حول محور قوی 12% و حول محور ضعیف 50% نسبت به تحلیل الاستیک افزایش خواهد داشت.

برای محاسبه اساس مقطع پلاستیک و محور خنثی پلاستیک یک مقطع دلخواه، می توان از گامهای زیر استفاده نمود:

۱- انتخاب یک محور پلاستیک فرضی به فاصله y از یک مبدا فرضی.

۲- برقراری تساوی بین مساحت های بالا و پایین محور پلاستیک و محاسبه y یعنی $A_{bot} = A_{top}$

۳- مقایسه y بدست آمده با y فرض شده. اگر y بدست آمده در محدوده فرض شده قرار داشت، این y محل محور خنثی پلاستیک یعنی $\bar{y}_p$ است. در غیر این صورت با یک فرض جدید گام ۲ تکرار می گردد.

۴- محاسبه اساس مقطع پلاستیک با رابطه $Z_x = \Sigma Q = \Sigma A(y - \bar{y}_p)$ که y فاصله مرکز سطح مورد نظر تا مبدا فرضی است.

ضریب شکل مقطع حول هر یک از دو محور اصلی آن قابل محاسبه است:

$$F_x = \frac{Z_x}{S_x}$$

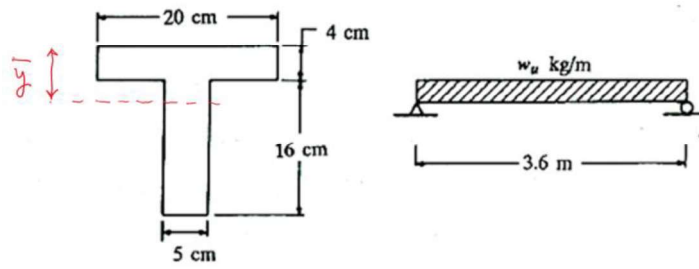
$$F_y = \frac{Z_y}{S_y}$$

لازم به ذکر است در کتابها و مستندات، در صورت عدم تاکید بر محور خمشی مقطع، محور قوی مد نظر است.

در طرح خمیری یک سازه معین (مثلاً یک تیر دو سر مفصل) ایجاد اولین مفصل خمیری باعث ناپایداری سازه می گردد و پایان نقطه باربری محسوب می شود. لکن در طرح خمیری یک سازه نامعین تعداد مفاصل پلاستیک به تعدادی که باعث ناپایداری شود، مبنای طرح قرار می گیرد. به عنوان مثال در یک تیر دو سر گیردار با بار گسترده یکنواخت که دو درجه نامعین است، ابتدا M_p در محل لنگرهای حداکثر در تکیه گاه ها ایجاد می شود (تیر دو سر گیردار به تیر دو سر مفصل تبدیل می شود) سپس با ایجاد M_p در وسط آن ناپایدار می گردد. لذا نقطه پایان باربری در تیر مذکور وقتی است که سه مفصل پلاستیک در تیر ظاهر گردد.

مثال ۲-۴

برای تیر فولادی به طول 3.6m مطابق شکل زیر مقادیر M_y ، M_{px} و Z_x را تعیین کنید. همچنین ضریب شکل (محور قوی) و بار گسترده یکنواخت اسمی که تیر قادر به تحمل آن است را محاسبه نمایید (محاسبه مقادیر خواسته شده متناظر با محور ضعیف مقطع، به عنوان تمرین به دانشجو واگذار می شود).



شکل ۴-۱۰ نمایش تیر

حل:

با توجه به آنکه بار عمود بر مقطع تیر وارد می‌شود و لنگر حول محور X می‌باشد لذا S_x و Z_x باید محاسبه گردد.

گام ۱- مشخصات ارتجاعی مقطع

$$A = 20 \times 4 + 16 \times 5 = 160 \text{ cm}^2$$

$$\bar{y} = \frac{\sum A_i \bar{y}_i}{\sum A_i} = \frac{80 \times 2 + 80 \times 12}{160} = 7 \text{ cm}$$

$$I_x = \frac{20 \times 4^3}{12} + 20 \times 4 \times 5^2 + \frac{5 \times 16^3}{12} + 5 \times 16 \times 5^2 = 5813 \text{ cm}^4$$

$$S_x = S_{min} = \frac{I_x}{c_{max}} = \frac{5813}{20-7} = 447 \text{ cm}^3$$

$$M_y = f_y S_x = 2.4 \times 447 = 1073 \text{ ton.cm}$$

گام ۲- مشخصات خمیری مقطع

ابتدا محور پلاستیک در مقطع محاسبه می‌شود (محوری که مساحت را نصف می‌کند). این محور در محل تلاقی بال با جان است. محور مبنا، تار بالای مقطع انتخاب می‌شود.

$$A_{top} = A_{bot} = \frac{A}{2} = 20 \times 4 = 16 \times 5 = 80 \text{ cm}^2 \rightarrow \bar{y}_p = 4 \text{ cm}$$

$$Z_x = Q_t + Q_b$$

$$Z_x = 20 \times 4 \times \frac{4}{2} + 16 \times 5 \times \frac{16}{2} = 800 \text{ cm}^3$$

$$M_{px} = Z_x f_y = 800 \times 2.4 = 1920 \text{ ton.cm}$$

گام ۳- محاسبه ضریب شکل

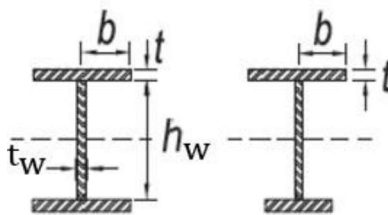
$$F = \frac{Z_x}{S_x} = \frac{M_{px}}{M_{yx}} = \frac{1920}{1073} = 1.79$$

گام ۴- محاسبه بار گسترده اسمی مجاز

$$M_{px} = \frac{q_{ux} L^2}{8} \Rightarrow q_{ux} = \frac{8 M_{px}}{L^2} \Rightarrow q_{ux} = \frac{8 \times 1920}{360^2} = 0.1185 \frac{\text{ton}}{\text{cm}} = 11.85 \frac{\text{ton}}{\text{m}}$$

۴-۲-۴ طبقه بندی مقاطع فولادی از منظر کمانش موضعی برای خمش

در شکل زیر، ورق بال با عرض b_f به دو قسمت با عرض های $b = \frac{b_f}{2}$ قابل تقسیم است که هر یک می توانند تحت تاثیر بارگذاری، تغییر شکل داده و ظرفیت مقطع را کاهش دهند. بدین ترتیب با افزایش نسبت عرض به ضخامت هر نیم بال که لاغری بال نام دارد و با رابطه $\lambda_f = \frac{b}{t} = \frac{b_f/2}{t_f}$ قابل محاسبه است، ورق بال به نسبت نازکتر شده و از مقاومت آن کاسته می شود. همچنین نسبت عرض به ضخامت جان یا لاغری جان برابر $\lambda_w = \frac{h_w}{t_w}$ نیز به طور مجزا تعیین کننده ظرفیت مقطع خواهد بود. لذا انتظار می رود آیین نامه های طراحی، در محاسبه ظرفیت خمشی مقطع به مقادیر λ_f و λ_w توجه نمایند.



شکل ۴-۱۱ ابعاد اجزاء تشکیل دهنده تیر I شکل

۴-۲-۴-۱ طبقه بندی اجزاء فشاری تیر

با توجه به آزاد بودن یک سوی ورق نیم بال، این ورق کمانش این ورق با فشار کمتری میسر است. از طرف دیگر، کمانش ورق جان که در هر دو سو مقید می باشد، با فشار بیشتری صورت خواهد گرفت. از دیدگاه مقید بودن یا آزادی لبه های ورق در برابر کمانش ناشی از بار فشاری، اجزاء تیر به دو دسته اجزاء تقویت شده و اجزاء تقویت نشده تقسیم بندی می شوند. چنانچه ذکر شد، آیین نامه ها برای لاغری اجزاء فشرده و غیر فشرده، محدوده مجازی تعریف می نمایند.

a- اجزاء تقویت شده

اجزایی که در هر دو سمت دارای قید باشند، اجزاء تقویت شده نامیده می شوند. از این اجزاء می توان جان تیر I شکل، جان تیر U شکل و ورق تقویت بال تیر I شکل را نام برد. در این اجزاء، لاغری (مانند لاغری جان تیر) با λ_w نمایش داده می شود.

b- اجزاء تقویت نشده

اجزایی که در یک سمت دارای قید و در سمت دیگر آزاد باشند، اجزاء تقویت نشده نامیده می شوند. از این اجزاء می توان بال تیر I شکل، بال تیر U شکل و جان تیر T شکل را نام برد. در این اجزاء، لاغری (مانند لاغری بال تیر) با λ_f نمایش داده می شود.

۲-۴-۲-۴ طبقه بندی اعضای خمشی

از دیدگاه رفتار عضو در برابر خمش، مقاطع فولادی به سه گروه مقاطع فشرده، مقاطع غیرفشرده و مقاطع با اجزای لاغر طبقه‌بندی می‌شوند. لازم به ذکر است تیری را «تیر فشرده» می‌نامند که مقطع آن فشرده باشد و همچنین مهار جانبی به تعداد کافی وجود داشته باشد به نحوی که $L_b \leq L_p$ گردد.

a- مقطع فشرده

مقطع فشرده به مقاطعی گفته می‌شود که در آن بالها بطور سرتاسری و پیوسته به جان یا جانها متصل بوده و همچنین لاغری آنها از مقادیر «حد لاغری فشرده» تجاوز نکند یعنی نسبت پهنا به ضخامت (لاغری یا λ) در اجزای فشاری تشکیل دهنده مقطع عضو (λ_f برای بال مقطع و λ_w برای جان مقطع) از مقادیر λ_{pf} و λ_{pw} تجاوز ننماید. برای اجزاء تقویت نشده λ_{pf} توسط آیین‌نامه تعیین شده و «حد لاغری فشرده» برای اجزاء تقویت نشده نام دارد. به طور مشابه برای اجزاء تقویت شده، λ_{pw} «حد لاغری فشرده» برای اجزاء تقویت شده نام دارد. به صورت کلی، λ_p (برای اجزاء تقویت شده و تقویت نشده یا جان و بال) با عبارت «حد لاغری فشرده» تعریف می‌شود که مقادیر آن در جداول آیین‌نامه ارائه شده است. بدین ترتیب، شرط فشرده‌گی مقطع، مطابق رابطه زیر خواهد بود:

$$\text{مقطع فشرده} \rightarrow \begin{cases} \lambda_f \leq \lambda_{pf} \\ \lambda_w \leq \lambda_{pw} \end{cases} \quad \text{اتصال پیوسته بال به جان} \quad ۱-۴$$

λ_f	لاغری اجزاء تقویت نشده (مانند بال) برابر نسبت پهنا به ضخامت آن جزء
λ_w	لاغری اجزاء تقویت شده (مانند جان) برابر نسبت پهنا به ضخامت آن جزء
λ_{pf}	حد لاغری فشرده برای اجزاء تقویت نشده (مانند بال) با توجه به جدول
λ_{pw}	حد لاغری فشرده برای اجزاء تقویت شده (مانند جان) با توجه به جدول

b- مقطع غیرفشرده

مقطع غیرفشرده به مقاطعی گفته می‌شود که اتصال بال به جان به صورت سرتاسری و پیوسته نبوده و یا در آنها نسبت پهنا به ضخامت یک یا چند جزء فشاری از مقطع عضو از مقادیر λ_p تجاوز نموده ولی از λ_r کوچکتر باشد. λ_r (برای اجزاء تقویت شده و تقویت نشده یا جان و بال) با عبارت «حد لاغری غیر فشرده» تعریف می‌شود که مقادیر آن در جداول آیین‌نامه ارائه شده است. برای اجزاء تقویت نشده λ_{rf} توسط آیین‌نامه تعیین شده و «حد لاغری غیر فشرده» برای اجزاء تقویت نشده نام دارد. به طور مشابه برای اجزاء تقویت شده، λ_{rw} «حد لاغری غیرفشرده» برای اجزاء تقویت شده نام دارد. بدین ترتیب، شرط غیرفشرده بودن مقطع، مطابق رابطه زیر خواهد بود. لازم به ذکر است چنانچه مقطع بجز شرط پیوستگی بال و جان، سایر شرایط مقطع فشرده را داشته باشد، مقطع غیرفشرده محسوب می‌شود (این وضعیت در رابطه زیر منعکس نشده است).

$$\text{مقطع غیر فشرده} \rightarrow \begin{cases} \lambda_{pf} \leq \lambda_f \leq \lambda_{rf} \\ \lambda_{pw} \leq \lambda_w \leq \lambda_{rw} \end{cases} \quad ۹-۴$$

λ_f	لاغری اجزاء تقویت نشده (مانند بال) برابر نسبت پهنا به ضخامت آن جزء
λ_w	لاغری اجزاء تقویت شده (مانند جان) برابر نسبت پهنا به ضخامت آن جزء
λ_{pf}	حد لاغری فشرده برای اجزاء تقویت نشده (مانند بال) با توجه به جدول

λ_{pw}	حد لاغری فشردگی برای اجزاء تقویت شده (مانند جان) با توجه به جدول
λ_{rf}	حد لاغری غیرفشردگی برای اجزاء تقویت نشده (مانند بال) با توجه به جدول
λ_{rw}	حد لاغری غیرفشردگی برای اجزاء تقویت شده (مانند جان) با توجه به جدول

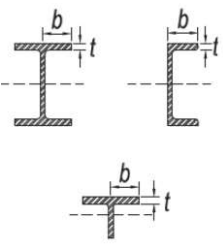
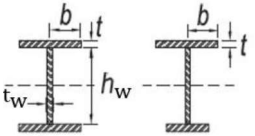
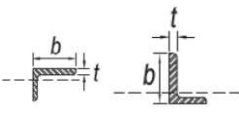
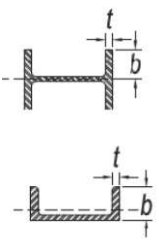
c- مقطع لاغر

مقاطع لاغر یا مقاطع با اجزای لاغر به مقاطعی گفته می‌شوند که در آنها نسبت پهنای به ضخامت (لاغری) در حداقل یکی از اجزای فشاری تشکیل دهنده مقطع عضو (بال و جان) از λ_r تجاوز نماید. به عبارت دیگر:

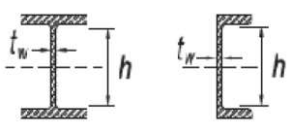
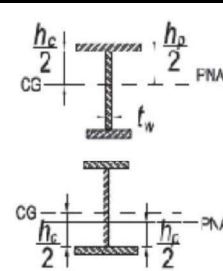
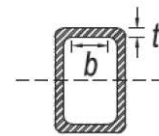
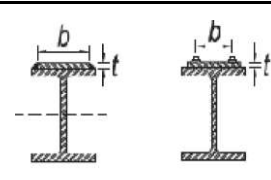
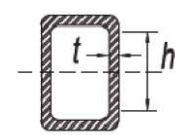
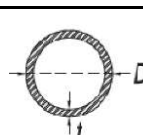
$$10-4 \quad \rightarrow \text{مقطع لاغر} \begin{cases} \lambda_f > \lambda_{rf} \\ \lambda_w > \lambda_{rw} \end{cases}$$

λ_{rf}	حد لاغری غیرفشردگی برای اجزاء تقویت نشده (مانند بال)
λ_{rw}	حد لاغری غیرفشردگی برای اجزاء تقویت شده (مانند جان) با توجه به جدول

جدول ۴-۱ نسبت پهنا به ضخامت اجزای فشاری تقویت نشده در اعضای تحت اثر خمش

حالت	شرح	λ_f	λ_{pf} لاغری فشرده λ_{rf} لاغری غیرفشرده	توضیحات
۱	بال مقاطع I شکل نورد شده، ناودانی و سپری	$\frac{b}{t}$	$\lambda_{pf} = 0.38 \sqrt{\frac{E_{ST37}}{f_y}} \rightarrow 11.08$ $\lambda_{rf} = 1.0 \sqrt{\frac{E_{ST37}}{f_y}} \rightarrow 29.15$	
۲	بال مقاطع I شکل ساخته شده از ورق با یک یا دو محور تقارن	$\frac{b}{t}$	$\lambda_{pf} = 0.38 \sqrt{\frac{E_{ST37}}{f_y}} \rightarrow 11.08$ $\lambda_{rf} = 0.95 \sqrt{\frac{K_c E}{f_L}}$ $0.35 \leq K_c = \frac{4}{\sqrt{\frac{h_w}{t_w}}} \leq 0.76$	
۳	ساق نبشی تک	$\frac{b}{t}$	$\lambda_{pf} = 0.54 \sqrt{\frac{E_{ST37}}{f_y}} \rightarrow 15.74$ $\lambda_{rf} = 0.91 \sqrt{\frac{E_{ST37}}{f_y}} \rightarrow 26.53$	
۴	بال کلیه مقاطع I شکل و ناودانی تحت اثر خمش حول محور ضعیف	$\frac{b}{t}$	$\lambda_{pf} = 0.38 \sqrt{\frac{E_{ST37}}{f_y}} \rightarrow 11.08$ $\lambda_{rf} = 1.0 \sqrt{\frac{E_{ST37}}{f_y}} \rightarrow 29.15$	
۵	تیغه (جان) مقاطع سپری	$\frac{d}{t}$	$\lambda_{pf} = 0.84 \sqrt{\frac{E_{ST37}}{f_y}} \rightarrow 24.49$ $\lambda_{rf} = 1.03 \sqrt{\frac{E_{ST37}}{f_y}} \rightarrow 30.03$	

جدول ۲-۴ نسبت پهنا به ضخامت اجزای فشاری تقویت شده در اعضای تحت اثر خمش

حالت	شرح	λ_w	λ_{pw} لاغری فشرده λ_{rw} لاغری غیرفشرده	توضیحات
۶	جان مقاطع I شکل با دو محور تقارن و جان مقاطع ناودانی	$\frac{h}{t_w}$	$\lambda_{pw} = 3.76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \xrightarrow{ST37} 109.62$ $\lambda_{rw} = 5.7 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \xrightarrow{ST37} 166.18$	
۷	جان مقاطع I شکل با یک محور تقارن	$\frac{h_c}{t_w}$	$\lambda_{pw} = \min \left(\frac{\frac{h_c}{h_p} \sqrt{\frac{E}{f_y}}}{\left(0.054 \frac{M_p}{M_y} - 0.09 \right)^2}, \lambda_r \right)$ $\lambda_{rw} = 5.7 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \xrightarrow{ST37} 166.18$	
۸	بال مقاطع توخالی مستطیلی شکل (HSS) و جعبه ای با ضخامت یکنواخت	$\frac{b}{t}$	$\lambda_{pw} = 1.12 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \xrightarrow{ST37} 32.65$ $\lambda_{rw} = 1.4 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \xrightarrow{ST37} 40.82$	
۹	ورق پوششی و ورق دیافراگم در حد فاصل خطوط جوش یا پیچ	$\frac{b}{t}$	$\lambda_{pw} = 1.12 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \xrightarrow{ST37} 32.65$ $\lambda_{rw} = 1.4 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \xrightarrow{ST37} 40.82$	
۱۰	جان مقاطع تو خالی مستطیل شکل (HSS) جعبه ای	$\frac{h}{t}$	$\lambda_{pw} = 2.42 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \xrightarrow{ST37} 70.55$ $\lambda_{rw} = 5.7 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \xrightarrow{ST37} 166.18$	
۱۱	مقاطع تو خالی دایره ای شکل	$\frac{D}{t}$	$\lambda_{pw} = 0.07 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \xrightarrow{ST37} 59.5$ $\lambda_{rw} = 0.31 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \xrightarrow{ST37} 263.5$	

در محاسبات مرتبط با جدول فوق، برخی مشخصه ها به شرح زیر محاسبه و استفاده می گردند:

$$\bullet \quad h, h_e \text{ و } h_p$$

مقدار h برای جان مقاطع نورد شده برابر فاصله بین نقاط شروع گردی اتصال جان به بال است، به عبارت دیگر $h = h_c$ و در مقاطع ساخته شده از ورق با اتصالات جوشی (تیرورق)، برابر فاصله خالص دو بال است یعنی $h = h_w$. مقادیر h_e و h_p با دو برابر فاصله تار خنثی الاستیک و تار خنثی پلاستیک از رویه داخلی بال فشاری تعریف می‌شوند^۱.

$$h = \begin{cases} h_c & \text{پروفیل نورد شده} \\ h_w & \text{تیرورق} \end{cases} \quad ۱۱-۴$$

$$h_e = 2 \times y_e$$

$$h_p = 2 \times y_p$$

y_e فاصله از تار خنثی الاستیک تا رویه داخلی بال فشاری مقطع

y_p فاصله از تار خنثی پلاستیک تا رویه داخلی بال فشاری مقطع

بدین ترتیب نسبت $\frac{h_e}{h_p}$ برابر نسبت $\frac{y_e}{y_p}$ خواهد بود که برای محاسبه آن، نیاز به محاسبه موقعیت تار خنثی الاستیک و پلاستیک مقطع است.

$$\bullet \quad K_c$$

در مقاطع تیرورق K_c از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$0.35 \leq K_c = \frac{4}{\sqrt{\frac{h_w}{t_w}}} \leq 0.76 \quad ۱۲-۴$$

h_w فاصله بین دو بال تیرورق

t_w ضخامت جان

$$\bullet \quad f_L$$

برای خمش حول محور قوی در مقاطع I شکل ساخته شده از ورق با جان فشرده و غیر فشرده مقدار f_L از ضابطه زیر بدست می‌آید:

$$\begin{cases} \frac{S_{xt}}{S_{xc}} \geq 0.7 \Rightarrow f_L = 0.7f_y \\ \frac{S_{xt}}{S_{xc}} < 0.7 \Rightarrow f_L = \frac{S_{xt}}{S_{xc}} f_y \geq 0.5f_y \end{cases} \quad ۱۳-۴$$

S_{xt} اساس مقطع الاستیک نسبت به بال کششی

S_{xc} اساس مقطع الاستیک نسبت به بال فشاری

^۱ برای اطلاع از ضوابط و تعاریف مرتبط با تیرورق با اتصال پیچ و مهره‌ای به بند ۱۰-

۲-۴ مبحث دهم مراجعه شود. همچنین نماد h_e به جهت سهولت نامگذاری شده

و با نماد مبحث دهم متفاوت است.

در استفاده از رابطه فوق، با کمی ساده سازی $\frac{S_{xt}}{S_{xc}} = \frac{\frac{I_x}{y_{et}}}{\frac{I_x}{y_{ec}}} = \frac{y_{ec}}{y_{et}}$ بدست می آید که در آن y_{ec} و y_{et} به ترتیب فاصله تار خنثی الاستیک تا دورترین تار بال فشاری و بال کششی مقطع می باشند.

مثال ۳-۴

مطلوبست کنترل فشردگی بال و جان برای مقطع نورد شده IPE36

(حل)

$$IPE36: b_f = 17\text{cm}, t_f = 1.27\text{cm}, d = 36\text{cm}, t_w = 0.8\text{cm}, d - 2K = 29.8\text{cm}$$

گام ۱- کنترل فشردگی بال

برای کنترل فشردگی بال لازم است لاغری بال λ_f و حد لاغری فشردگی بال λ_{pf} محاسبه شود. با استفاده از ردیف ۱ جدول داریم:

$$\lambda_f = \frac{b}{t_f} = \frac{\frac{b_f}{2}}{t_f} = \frac{\frac{17}{2}}{1.27} = 6.69$$

$$\lambda_{pf} = 0.38 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 0.38 \sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 11.08$$

$$\lambda_f = 6.69 \leq \lambda_{pf} = 11.08$$

بنابراین بال مقطع فشرده است.

گام ۲- کنترل فشردگی جان

$$h_c = d - 2K = 29.8\text{cm}$$

با استفاده از ردیف ۱۶ جدول داریم:

$$\lambda_w = \frac{h_c}{t_w} = \frac{29.8}{0.8} = 37.3$$

$$\lambda_{pw} = 3.76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 3.76 \sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 109.6$$

$$\lambda_w = 37.3 \leq \lambda_{pw} = 109.6$$

بنابراین جان مقطع نیز فشرده است.

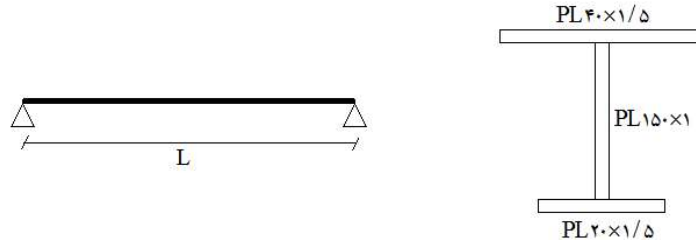
نوشتن روابط فوق بدین صورت نیز امکان پذیر است:

$$\lambda_f = \frac{b}{t_f} = \frac{\frac{17}{2}}{1.27} = 6.69 \leq \lambda_{pf} = 0.38 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 0.38 \sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 11.08$$

$$\lambda_w = \frac{h_c}{t_w} = \frac{29.8}{0.8} = 37.3 \leq \lambda_{pw} = 3.76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 3.76 \sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 109.6$$

مثال ۴-۴

تیر شکل زیر از مقطع تیر ورق داده شده مفروض است. مطلوبست کنترل فشردگی بال و جان برای این مقطع.



حل الف) کنترل فشردگی بال

با فرض بارگذاری ثقلی، بال بحرانی همان بال فشاری یعنی بال بالای تیر است.

گام ۱- محاسبه لاغری بال λ_f و حد لاغری فشردگی بال λ_{pf}

با استفاده از ردیف ۱ جدول داریم:

$$\lambda_f = \frac{b}{t_f} = \frac{\frac{b_f}{2}}{\frac{t_f}{2}} = \frac{\frac{40}{2}}{\frac{1.5}{2}} = 13.33$$

$$\lambda_{pf} = 0.38 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 0.38 \sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 11.08$$

$$\lambda_f = 13.33 \not\leq \lambda_{pf} = 11.08$$

بنابراین بال مقطع فشرده نمی‌باشد. برای محاسبه λ_{rf} نیاز به محاسبه تار خنثی الاستیک است.

گام ۲- محاسبه تار خنثی الاستیک

$$\bar{y}_e = \frac{0.75 \times 20 \times 1.5 + 76.5 \times 150 \times 1 + 152.25 \times 40 \times 1.5}{20 \times 1.5 + 150 \times 1 + 40 \times 1.5} = 85.96 \text{ cm}$$

$$y_{et} = 85.96 \text{ cm}$$

$$y_{ec} = 153 - 85.96 = 67.04 \text{ cm}$$

گام ۳- محاسبه حد لاغری غیرفشرده‌گی بال λ_{rf}

$$\lambda_{rf} = 0.95 \sqrt{\frac{K_c E}{f_L}}$$

$$0.35 \leq K_c = \frac{4}{\sqrt{\frac{h_w}{t_w}}} \leq 0.76$$

$$K_c = \frac{4}{\sqrt{\frac{150}{1}}} = 0.32 < 0.35 \rightarrow K_c = 0.35$$

برای خمش حول محور قوی در مقاطع I شکل ساخته شده از ورق با جان فشرده و غیر فشرده مقدار f_L از ضابطه زیر بدست می‌آید:

$$\begin{cases} \frac{S_{xt}}{S_{xc}} \geq 0.7 \Rightarrow f_L = 0.7 f_y \\ \frac{S_{xt}}{S_{xc}} < 0.7 \Rightarrow f_L = \frac{S_{xt}}{S_{xc}} f_y \geq 0.5 f_y \end{cases}$$

در ضابطه فوق S_{xt} اساس مقطع الاستیک نسبت به بال کششی و S_{xc} اساس مقطع الاستیک نسبت به بال فشاری می باشد.

$$\frac{S_{xt}}{S_{xc}} = \frac{y_{ec}}{y_{et}} = \frac{67.04}{85.96} = 0.78 \geq 0.7 \rightarrow f_L = 0.7 f_y = 0.7 \times 2.4 = 1.68 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2}$$

$$\lambda_{rf} = 0.95 \sqrt{\frac{K_C E}{f_L}} = 0.95 \sqrt{\frac{0.35 \times 2040}{1.68}} = 19.87$$

$$\lambda_{pf} = 11.08 < \lambda_f = \frac{b_f/2}{t_f} = 13.33 < \lambda_{rf} = 19.87$$

بنابراین بال مقطع غیر فشرده می باشد.

حل ب) کنترل فشردگی جان

با استفاده از ردیف ۱۶ جدول داریم:

$$\lambda_w = \frac{h_c}{t_w} = \frac{150}{1} = 150$$

$$\lambda_{pw} = \min \left(\frac{\frac{h_e}{h_p} \sqrt{\frac{E}{f_y}}}{\left(0.054 \frac{M_p}{M_y} - 0.09 \right)^2}, \lambda_r \right)$$

گام ۴- اساس مقطع و تار خنثی الاستیک S_x

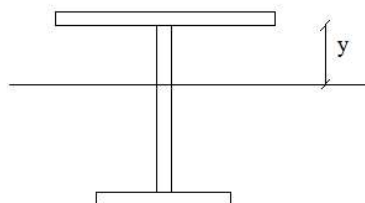
$$I_x = \frac{1}{12} \times 20 \times 1.5^3 + 20 \times 1.5 \times (85.96 - 0.75)^2 + \frac{1}{12} \times 1 \times 150^3 + 1 \times 150 \times (85.96 - 76.5)^2 + \frac{1}{12} \times 40 \times 1.5^3 + 40 \times 1.5 \times (85.96 - 152.25)^2 = 776174.8 \text{ cm}^4$$

$$S_x = \frac{I_x}{c_y}, c_y = y_t = 85.96 \text{ cm} \rightarrow S_x = \frac{776174.8}{85.96} = 9029.5 \text{ cm}^3$$

$$M_{yx} = S_x f_y = 9029.49 \times 2.4 = 21671 \text{ ton.cm}$$

$$y_e = y_{ec} - t_f = 67.04 - 1.5 = 65.54 \text{ cm} \Rightarrow h_e = 2y_e = 2 \times 65.54 = 131.1 \text{ cm}$$

گام ۵- اساس مقطع و تار خنثی پلاستیک Z_x



$$A_{up} = \frac{A}{2} \Rightarrow 40 \times 1.5 + y \times 1 = \frac{40 \times 1.5 + 150 \times 1 + 20 \times 1.5}{2} \Rightarrow y_p = y = 60 \text{ cm}$$

$$h_p = 2 \times y_p = 2 \times 60 = 120 \text{ cm}$$

$$Z_x = 20 \times 1.5 \times 90.75 + 90 \times 1 \times 45 + 60 \times 1 \times 30 + 40 \times 1.5 \times 60.75 = 12217.5 \text{ cm}^3$$

$$M_{px} = Z_x \times f_y = 12217.5 \times 2.4 = 29322 \text{ ton.cm}$$

گام ۶- کنترل فشردگی جان

$$\lambda_r = 5.7 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 5.7 \sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 166.18$$

$$\frac{\frac{h_e}{h_p} \sqrt{\frac{E}{f_y}}}{(0.54 \frac{M_p}{M_y} - 0.09)^2} = \frac{\frac{131.1}{120} \sqrt{\frac{2040}{2.4}}}{(0.54 \frac{29322}{21670.8} - 0.09)^2} = 65.97$$

$$\lambda_p = \min \left(\frac{\frac{h_e}{h_p} \sqrt{\frac{E}{f_y}}}{(0.54 \frac{M_p}{M_y} - 0.09)^2}, \lambda_r \right) = \min \left(\frac{\frac{131.1}{120} \sqrt{\frac{2040}{2.4}}}{(0.54 \frac{29322}{21670.8} - 0.09)^2}, 5.7 \sqrt{\frac{2040}{2.4}} \right) = \min(77.60, 166.18) = 77.60$$

$$\lambda_p = 77.60 \leq \lambda_w = \frac{h_c}{t_w} = 120 \leq \lambda_r = 166.18$$

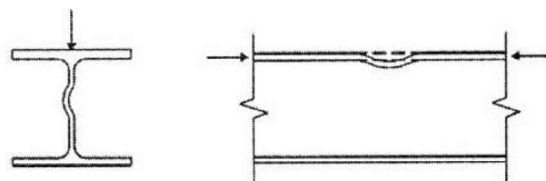
بنابراین جان مقطع نیز غیرفشرده می‌باشد.

۴-۳ کمانش در عضو خمشی

در عضو خمشی برای تعیین مقاومت خمشی اسمی باید حالت حدی بر اساس کمانش حاکم بر آن مشخص شود. در زیر به معرفی دو نوع کمانش پرداخته می‌شود.

۴-۳-۱ کمانش موضعی بال^۱ (FLB) و کمانش موضعی جان^۲ (WLB)

در حالت کمانش موضعی، بال یا جان مقطع و یا هر دو لاغر می‌باشند و شرایط مقطع فشرده و غیر فشرده را ندارند. در این حالت و قبل از دست یابی به حداکثر ظرفیت خمشی مقطع، کمانش موضعی بال فشاری (FLB) در اثر نیروی فشاری حاصل از خمش، یا کمانش موضعی جان (WLB) در اثر بارهای عرضی و نیروهای فشاری حاصل از خمش سبب شکست زود هنگام عضو می‌شود (طبق شکل زیر). بررسی کمانش موضعی اعضای خمشی، با تعیین نسبتهای λ_f و λ_w و مقایسه آنها با مقادیر مجاز جدول انجام می‌شود.

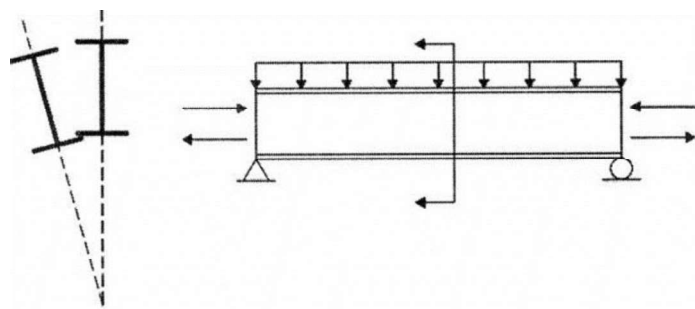


شکل ۴-۱۲ نمایش کمانش موضعی

² Web Local Buckling¹ Flange Local Buckling

۴-۳-۲ کمانش پیچشی جانبی^۱ (LTB)

در اعضای خمشی، به طور مثال مقاطع I شکل، مجموعه بال فشاری و بخشی از جان فشاری تیر، مانند یک ستون عمل می نماید. مهار بال فشاری تیر برای جلوگیری از کمانش پیچشی جانبی عضو خمشی، معمولاً امری ضروری و تاثیرگذار بر مقاومت خمشی اسمی عضو می باشد. اگر فواصل تکیه گاههای جانبی به گونه ای باشد که برای ممانعت از کمانش قید کافی وجود نداشته باشد، بخش فشاری تیر دچار کمانش پیچشی جانبی می گردد. این نوع کمانش متقارن نیست زیرا عامل کمانش در وجه فشاری تیر می باشد، در صورتی که وجه کششی تیر تمایلی به کمانش جانبی ندارد. در شکل زیر کمانش پیچشی جانبی تیر نمایش داده شده است.



شکل ۴-۱۳ نمایش کمانش پیچشی-جانبی تیر

۴-۳-۳ ضریب کمانش پیچشی جانبی C_b

آیین نامه اثرات کمانش پیچشی جانبی عضو خمشی را با اعمال ضریب کمانش پیچشی جانبی C_b در مقاومت اسمی مقطع در نظر می گیرد. این ضریب که بر اساس مقادیر لنگرهای تیر، در طول مهار نشده عضو تعیین می گردد از رابطه زیر بدست می آید:

$$C_b = \min \left\{ 3.0, \frac{12.5 M_{max}}{2.5 M_{max} + 3 M_{\frac{1}{4}} + 4 M_{\frac{2}{4}} + 3 M_{\frac{3}{4}}} \times R_m \right\} \quad ۴-۱۴$$

C_b	ضریب کمانش پیچشی جانبی در فاصله میان دو مهار جانبی
M_{max}	قدر مطلق لنگر خمشی حداکثر در حد فاصل دو مقطع مهار شده
R_m	ضریب اصلاح کمانش پیچشی جانبی
$M_{\frac{1}{4}}$	قدر مطلق لنگر خمشی در نقطه $\frac{1}{4}$ طول مهار نشده
$M_{\frac{2}{4}}$	قدر مطلق لنگر خمشی در نقطه $\frac{1}{2}$ طول مهار نشده
$M_{\frac{3}{4}}$	قدر مطلق لنگر خمشی در نقطه $\frac{3}{4}$ طول مهار نشده

در مورد اعضای با یک محور تقارن و با انحنای خمشی مضاعف، حالت حدی کمانش پیچشی جانبی برای هر دو بال مقطع مورد بررسی قرار می گیرد. مقاومت خمشی موجود باید بزرگتر یا مساوی لنگر خمشی حداکثر که در بال مورد نظر، فشار ایجاد می کند، باشد. برای اعضای خمشی با مقطع نامتقارن به طور محافظه کارانه C_b را می توان مساوی یک در نظر گرفت. همچنین برای تیرهای طره که انتهای آزاد آنها مهار نشده است، C_b مساوی با واحد می باشد.

^۱ Lateral Torsional Buckling

نکته مهمی که لازم است به آن توجه شود، محدوده ضریب C_b می باشد که حداقل مقدار $C_b = 1.0$ تا حداکثر مقدار $C_b = 3$ متغیر می باشد. به عبارت دیگر، مهار جانبی تاثیر بسزایی در طراحی اعضای خمشی دارد و قادر است ظرفیت خمشی اسمی مقطع را تا سه برابر افزایش دهد.

۴-۲-۳-۲ ضریب اصلاح کمانش پیچشی جانبی R_m

برای اعضا با مقطع دارای یک محور تقارن و با انحنای ساده و خمش حول محور قوی و برای کلیه اعضا با مقطع دارای دو محور تقارن، ضریب R_m برابر یک می باشد. برای اعضا با مقطع دارای یک محور تقارن و با انحنای مضاعف، این ضریب از رابطه زیر بدست می آید:

$$R_m = \begin{cases} 1.0 & \text{مقطع با دو محور تقارن} \\ 0.5 + 2 \left(\frac{I_{yTOP}}{I_y} \right)^2 & \text{سایر مقاطع} \end{cases} \quad ۱۵-۴$$

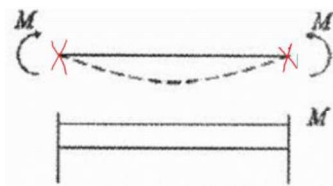
I_y لنگر اینرسی مقطع حول محور اصلی y

I_y^{top} لنگر اینرسی بال فوقانی مقطع حول محور اصلی y

در این کتاب، فرض بر آن است که تیرهای ساده (با دو تکیه گاه مفصلی در دو انتها)، تیرهای سراسری (دارای چند تکیه گاه مفصلی، غلتکی و گیردار) و دیگر تیرها، در محل همه تکیه گاهها دارای مهار جانبی هستند. علاوه بر آنها، چنانچه تیر دارای مهار جانبی دیگری باشد، با علامت X بر روی تیر نمایش داده خواهد شد.

مثال ۴-۵

ضریب کمانش پیچشی جانبی C_b را در تیر زیر محاسبه نمایید. مهار جانبی در دو انتهای تیر وجود دارد (علامت X). لنگر یکسان M در هر دو انتهای تیر و در دو جهت مختلف اعمال و نمودار لنگر مطابق شکل، حاصل شده است. بار عرضی بین نقاط مهار شده در نظر گرفته نشده و مقطع دارای دو محور تقارن است.



حل:

لنگرها در نقاط مهار شده برابر می باشند و انحنای خمشی یک طرفه است. دیاگرام لنگر در فواصل بین مهارهای جانبی ثابت می باشد و لذا:

$$M_1 = M_2 = M_3 = M_{max} = M$$

به دلیل وجود دو محور تقارن در مقطع، داریم:

$$R_m = 1.0$$

در نتیجه:

$$C_b = \min \left\{ 3.0, \frac{12.5M}{2.5M+3M+4M+3M} \times 1 \right\} = \min \left\{ 3.0, \frac{12.5}{12.5} \times 1 \right\} = 1.0$$

مثال ۴-۶

ضریب کمانش پیچشی جانبی C_b را در تیر زیر محاسبه نمایید. مهار جانبی در دو انتهای تیر وجود دارد. لنگر یکسان M در هر دو انتهای تیر اعمال و نمودار لنگر مطابق شکل، حاصل شده است. بار عرضی بین نقاط مهار شده در نظر گرفته نشده و مقطع دارای دو محور تقارن است.



حل:

لنگرها در نقاط مهار شده برابر می‌باشند و انحنای خمشی دو طرفه است. دیاگرام لنگر در فواصل بین مهارهای جانبی خطی می‌باشد و لذا:

$$M_{max} = M$$

$$M_{\frac{1}{4}} = \left| \frac{M}{2} \right| = \frac{M}{2}$$

$$M_{\frac{2}{4}} = 0$$

$$M_{\frac{3}{4}} = \left| -\frac{M}{2} \right| = \frac{M}{2}$$

به دلیل وجود دو محور تقارن در مقطع، داریم:

$$R_m = 1.0$$

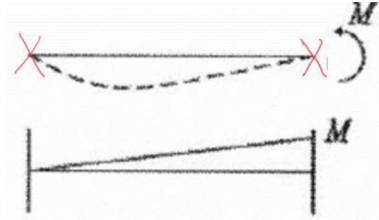
در نتیجه:

$$C_b = \min \left\{ 3.0, \frac{12.5M}{2.5M+3\left(\frac{M}{2}\right)+4(0)+3\left(\frac{M}{2}\right)} \times 1 \right\} = \min \{ 3.0, 2.273 \} = 2.273$$

در این حالت، با توجه به تشکیل نقطه عطف که می‌تواند باعث کاهش طول مهار نشده گردد، معمولاً کمترین مقدار بحرانی را از نظر طول مهار نشده دارد و بیشترین C_b را نتیجه می‌دهد.

مثال ۴-۷

ضریب کماتش پیچشی جانبی C_b را در تیر زیر محاسبه نمایید. مهار جانبی در دو انتهای تیر وجود دارد. لنگر M در یک انتهای تیر اعمال و نمودار لنگر مطابق شکل، حاصل شده است. بار عرضی بین نقاط مهار شده در نظر گرفته نشده و مقطع دارای دو محور تقارن است.



حل:

انحنای خمشی یک طرفه است. دیاگرام لنگر در فواصل بین مهارهای جانبی خطی می‌باشد و لذا:

$$M_{max} = M$$

$$M_{\frac{1}{4}} = \left| \frac{M}{4} \right| = \frac{M}{4}$$

$$M_{\frac{2}{4}} = \left| \frac{M}{2} \right| = \frac{M}{2}$$

$$M_{\frac{3}{4}} = \left| \frac{3M}{4} \right| = \frac{3M}{4}$$

به دلیل وجود دو محور تقارن در مقطع، داریم:

$$R_m = 1.0$$

در نتیجه:

$$C_b = \min \left\{ 3.0, \frac{12.5M}{2.5M + 3\left(\frac{M}{4}\right) + 4\left(\frac{M}{2}\right) + 3\left(\frac{3M}{4}\right)} \times 1 \right\} = \min\{3.0, 1.667\} = 1.667$$

مثال ۴-۸

تیر دو سر ساده تحت اثر بار متمرکز P در وسط دهانه، در محل تکیه‌گاه و بار متمرکز دارای مهار جانبی است. ضریب کماتش پیچشی جانبی C_b را محاسبه نمایید. مقطع تیر دارای دو محور تقارن است.

حل:

با توجه به معادله لنگر در طول تیر، لنگر در فاصله x از تکیه‌گاه از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$M(x) = R \cdot x = \frac{Px}{2}$$

$$M_{max} = M \left\{ x = \frac{L}{2} \right\} = \frac{PL}{4}$$

$$M_{\frac{1}{4}} = M \left\{ x = \frac{L}{8} \right\} = \frac{PL}{16} = \frac{1}{4} M_{max}$$

$$M_{\frac{2}{4}} = M \left\{ x = \frac{L}{4} \right\} = \frac{PL}{8} = \frac{2}{4} M_{max}$$

$$M_{\frac{3}{4}} = M \left\{ x = \frac{3L}{8} \right\} = \frac{3PL}{16} = \frac{3}{4} M_{max}$$

به دلیل وجود دو محور تقارن در مقطع، داریم:

$$R_m = 1.0$$

در نتیجه:

$$C_b = \min \left\{ 3.0, \frac{M_{max}}{M_{max}} * \frac{12.5}{2.5(1)+3\left(\frac{1}{4}\right)+4\left(\frac{2}{4}\right)+3\left(\frac{3}{4}\right)} \times 1 \right\} = 1.667$$

بنابراین ضریب کمانش پیچشی جانبی برای تیر با بار متمرکز میانی و مهار جانبی در تکیه‌گاه و بار متمرکز برابر ۱,۶۶۷ می‌باشد.

مثال ۹-۴

تیر دو سر ساده تحت اثر بار گسترده w فقط در محل تکیه‌گاه دارای مهار جانبی است. ضریب کمانش پیچشی جانبی C_b را محاسبه نمایید. مقطع تیر دارای دو محور تقارن است.

حل:

با توجه به معادله لنگر در طول تیر، لنگر در فاصله x از تکیه‌گاه از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$M(x) = R \cdot x - \frac{wx^2}{2} = \frac{wLx}{2} - \frac{wx^2}{2}$$

$$M_{\frac{1}{4}} = M \left\{ x = \frac{L}{4} \right\} = \frac{3wL^2}{32}$$

$$M_{\frac{2}{4}} = M \left\{ x = \frac{L}{2} \right\} = \frac{wL^2}{8}$$

$$M_{\frac{3}{4}} = M \left\{ x = \frac{3L}{4} \right\} = \frac{3wL^2}{32}$$

$$M_{max} = M_B = \frac{wL^2}{8}$$

به دلیل وجود دو محور تقارن در مقطع، داریم:

$$R_m = 1.0$$

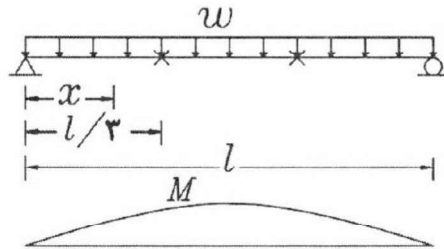
در نتیجه:

$$C_b = \min \left\{ 3.0, \frac{\frac{wL^2}{32}}{\frac{wL^2}{32}} * \frac{12.5*4}{2.5*4+3*3+4*4+3*3} \times 1 \right\} = 1.136$$

بنابراین ضریب کمانش پیچشی جانبی برای تیر با بار گسترده و مهار جانبی در تکیه‌گاه برابر ۱,۱۳۶ می‌باشد.

مثال ۴-۱۰

تیر دو سر ساده تحت اثر بار گسترده w در محل‌های یک سوم طول دهانه مهار و نمودار لنگر مطابق شکل، حاصل شده است. ضریب کمانش پیچشی جانبی C_b را محاسبه نمایید. مقطع تیر دارای دو محور تقارن است.



توجه: تکیه‌گاه‌های تیر نیز نقاط مهار شده محسوب می‌گردد، زیرا از پیچش تیر در آن نقاط جلوگیری می‌نمایند.

حل:

با توجه به نمودار لنگر در طول تیر و موقعیت نقاط مهار شده، دو حالت C_b یکی برای طول مهار نشده کناری و دیگری برای طول مهار نشده وسط لازم است، مورد بررسی قرار گیرد. لنگر تیر به فاصله x از تکیه‌گاه از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$M = \frac{wLx}{2} - \frac{wx^2}{2}$$

معادله لنگر در سراسر تیر و در هر دو ناحیه یکسان است.

گام ۱- C_b در طول مهار نشده کناری ($0 \leq x \leq \frac{L}{3}$)

$$M_{max} = M \left\{ x = \frac{L}{3} \right\} = \frac{wL^2}{9}$$

$$M_{\frac{1}{4}} = M \left\{ x = \frac{L}{12} \right\} = \frac{11wL^2}{288}$$

$$M_{\frac{2}{4}} = M \left\{ x = \frac{L}{6} \right\} = \frac{5wL^2}{72}$$

$$M_{\frac{3}{4}} = M \left\{ x = \frac{L}{4} \right\} = \frac{3wL^2}{32}$$

به دلیل وجود دو محور تقارن در مقطع، داریم:

$$R_m = 1.0$$

در نتیجه:

$$C_b = \min \left\{ 3.0, \frac{wL^2}{wL^2} \times \frac{12.5 \left(\frac{1}{9} \right)}{2.5 \left(\frac{1}{9} \right) + 3 \left(\frac{11}{288} \right) + 4 \left(\frac{5}{72} \right) + 3 \left(\frac{3}{32} \right)} \times 1 \right\} = 1.460$$

گام ۲- C_b در طول مهار نشده میانی $\left(\frac{L}{3} \leq x \leq \frac{2L}{3}\right)$

$$M_{max} = M \left\{ x = \frac{L}{2} \right\} = \frac{wL^2}{8}$$

$$M_{\frac{1}{4}} = M \left\{ x = \frac{L}{3} + \frac{1}{4} \times \frac{L}{3} = \frac{5L}{12} \right\} = \frac{35wL^2}{288}$$

$$M_{\frac{2}{4}} = M \left\{ x = \frac{1}{3} + \frac{2}{4} \times \frac{L}{3} = \frac{L}{2} \right\} = \frac{wL^2}{8}$$

$$M_{\frac{3}{4}} = M \left\{ x = \frac{L}{3} + \frac{3}{4} \times \frac{L}{3} = \frac{7L}{12} \right\} = \frac{35wL^2}{288}$$

به دلیل وجود دو محور تقارن در مقطع، داریم:

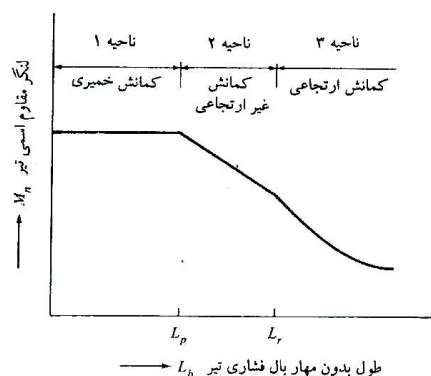
$$R_m = 1.0$$

در نتیجه:

$$C_b = \min \left\{ 3.0, \frac{wL^2}{wL^2} \times \frac{12.5\left(\frac{1}{8}\right)}{2.5\left(\frac{1}{8}\right) + 3\left(\frac{35}{288}\right) + 4\left(\frac{1}{8}\right) + 3\left(\frac{35}{288}\right)} \times 1 \right\} = 1.014$$

۴-۴ رفتار تیر در برابر خمشی

ظرفیت خمشی تیر به شرایط مقطع از نظر فشردگی و غیر فشردگی و لاغر بودن، فواصل مهار جانبی بال فشاری و راستای اعمال بار خارجی (محوری که خمش حول آن اتفاق می افتد) بستگی دارد. براین اساس برای محاسبه ظرفیت اسمی اعضای خمشی سه ناحیه مختلف طبق شکل زیر تعریف شده است.

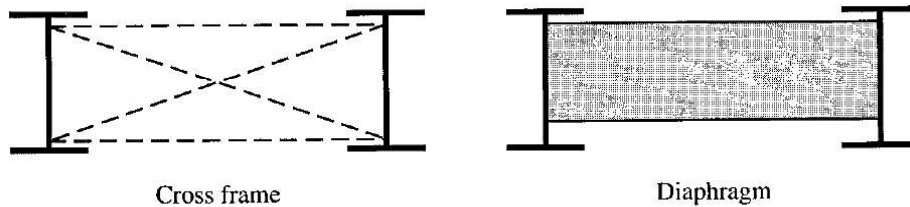


شکل ۴-۱۴ رابطه بین مقاومت خمشی اسمی و فواصل مهار جانبی

۴-۴-۱ ناحیه ۱: کمانش خمیری

در این حالت اگر بار وارد بر مقطع افزایش می یابد تا مقطع وارد ناحیه خمیری گردد، از آنجا که فواصل مهارهای جانبی به اندازه کافی از یکدیگر کم می باشد، بنابراین می توان تا زمانی که تمامی تارهای مقطع تسلیم شوند، بار را اعمال نمود بدون آنکه در تیر کمانش جانبی روی دهد. در حقیقت با تشکیل مفصل خمیری باز توزیع لنگر خمش در تیر شکل می گیرد. در این حالت فاصله مهارهای

جانبی از مقدار معینی که L_p نامیده می شود، تجاوز نمی کند مقدار L_p بستگی به مشخصات مقطع تیر و تنش تسلیم آن دارد. شرط کمانش خمیری $L_b \leq L_p$ می باشد.

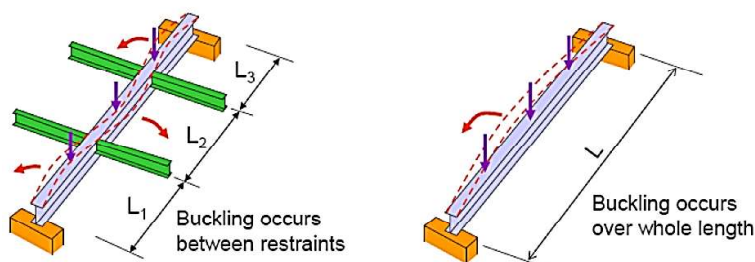


شکل ۴-۱۵ نمایش مهارهای جانبی

۴-۴-۲ ناحیه ۲: کمانش غیرارتجاعی

اگر فواصل مهارهای جانبی در ناحیه فشاری تیر افزایش یابد ممکن است در هنگام افزایش بار وارد بر تیر برخی از تارهای فشاری و نه همه آنها تسلیم گردند. در واقع ظرفیت دورانی مقطع آنقدر کافی نیست تا امکان تسلیم شدن تمامی تارهای فشاری را ایجاد نماید. در این حالت از تمام ظرفیت پلاستیک مقطع استفاده نمی شود. لذا امکان بازتوزیع لنگر و استفاده از تحلیل خمیری تیر وجود ندارد. لذا کمانش غیرارتجاعی بر مقطع حاکم می شود.

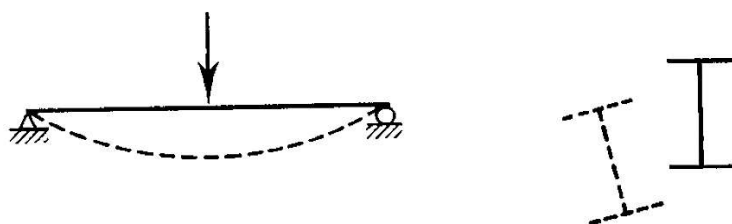
با افزایش فواصل مهارهای جانبی، ظرفیت خمشی مقطع تقلیل می یابد و زمانی فرا می رسد که کمانش مقطع قبل از رسیدن تار از مقطع به تنش تسلیم، اتفاق می افتد. حداکثر فاصله بدون مهار مقطع به صورتی که تا آن فاصله تار از مقطع به تنش تسلیم برسد، حد نهایی حوزه غیرارتجاعی خواهد بود. این مقدار با L_r نشان داده می شود و مقدار آن به ابعاد مقطع تیر و تنش تسلیم فولاد و نحوه توزیع تنش پسماند در مقطع تیر بستگی دارد. در این موقعیت به محض آنکه در مقطعی از تیر لنگر خمشی به مقداری برسد که به صورت نظری باعث تسلیم تار از مقطع گردد (که عملاً به دلیل وجود تنش پسماند کمتر از f_y است) مقطع به کمانش خواهد افتاد. در این مرحله موضوع تنش پس ماند مطرح می گردد. شکل رخ دادن کمانش را بین مهارهای جانبی نشان می دهد. شرط کمانش غیرارتجاعی $L_p \leq L_b \leq L_r$ می باشد.



شکل ۴-۱۶ نمایش رخ دادن کمانش بین مهارهای جانبی

۴-۴-۳ ناحیه ۳: کمانش ارتجاعی

اگر فواصل مهارهای جانبی در ناحیه فشاری تیر به مقدار زیادی افزایش یابد یعنی از L_r بزرگتر گردد، ممکن است در هنگام افزایش بار وارد بر تیر قبل از آنکه تاری از تیر به تنش تسلیم برسد، مقطع کمانش نماید. هرچه فاصله مهارهای جانبی افزایش پیدا کند، ظرفیت خمشی مقطع تیر نیز کاهش می یابد. با افزایش بار وارد بر تیر خیز جانبی تیر افزایش یافته تا زمانیکه لنگر خمشی به M_{cr} برسد. در این حالت کل مقطع بال فشاری تیر کمانش جانبی پیدا می کند. این لنگر وابسته به استحکام پیچشی و تابیدگی مقطع می باشد. می توان گفت شرط کمانش ارتجاعی $L_b > L_r$ می باشد.



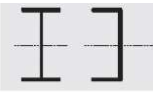
شکل ۴-۱۷ کمانش جانبی تیر به علت زیاد بودن فواصل مهار جانبی

۴-۴-۴ مقاومت خمشی طراحی تیر^۱

در مبحث دهم مقررات ملی ساختمان حالت‌های حدی (بر اساس انواع کمانش کنترل کننده عضو) برای انواع مقطع بیان شده است که منتخب آن در جدول زیر مشاهده می شود.

^۱ به دلیل کاربرد بیشتر و همچنین سهولت در یادگیری، مطالب این بند مختص به تیرهای I شکل با دو محور تقارن و مقطع فشرده ارائه شده است. ضوابط مربوط به سایر مقاطع و سایر شرایط در بند ۱۰-۲-۵ مبحث دهم ارائه شده است.

جدول ۴-۱- منتخب حالت‌های حدی برای محاسبه مقاومت خمشی اسمی

بند مربوطه	مقطع	لاغری بال	لاغری جان	حالت حدی
۲-۵-۲-۱۰		C	C	Y,LTB
۳-۵-۲-۱۰		NC	C	LTB,FKLB
۴-۵-۲-۱۰		C. NC	C. NC	Y,LTB,FLB,TFY
۵-۵-۲-۱۰		C. NC	S	Y,LTB,FLB,TFY
۶-۵-۲-۱۰		C. NC	N/A	Y,FLB

Y	تسلیم	LTB	کمانش پیچشی جانبی
FLB	کمانش موضعی بال	FLB	کمانش موضعی جان
TFY	تسلیم کششی بال	LLB	کمانش موضعی ساق
LB	کمانش موضعی	C	فشرده
NC	غیر فشرده	S	لاغر
N/A	کاربرد ندارد		

بطور کلی ظرفیت خمشی طراحی یا مقاومت خمشی طراحی تیر براساس مبحث ۱۰ مقررات ملی ساختمان، برابر $\phi_b M_n$ می‌باشد که در آن $\phi_b = 0.9$ ضریب کاهش مقاومت و M_n مقاومت خمشی اسمی یا ظرفیت خمشی اسمی است و می‌بایست از حداقل مقادیر حاصل از حالت‌های تسلیم بال کششی (Y)، کمانش پیچشی-جانبی (LTB)، کمانش موضعی بال (FLB) و کمانش موضعی جان (WLB) تجاوز نکند. لازم به ذکر است در برخی شرایط لازم نیست تمامی مقادیر محاسبه گردند. به عنوان مثال مطابق روابط زیر، در اعضای یا مقطع I شکل فشرده با دو محور تقارن تحت خمش حول محور قوی، با توجه به فاصله مهارهای جانبی تیر، برابر مقاومت خمشی اسمی تیر برابر کوچکترین مقدار محاسبه شده بر اساس حالت‌های حدی تسلیم بال کششی (Y) و کمانش جانبی-پیچشی (LTB) و چنانچه فاصله مهارهای جانبی کم باشد، تنها حالت حدی تسلیم بال کششی (Y) می‌باشد.

$$M_{ux} \leq \phi_b M_{nx}$$

$$M_{nx} = \begin{cases} M_{nx}^{(Y)} & \leftarrow (L_b \leq L_p) \\ \min(M_{nx}^{(Y)}, M_{nx}^{(LTB)}) & \leftarrow (L_b > L_p) \end{cases} \quad ۱۶-۴$$

ϕ_b	ضریب کاهش مقاومت برابر $\phi_b = 0.9$
M_{nx}	ظرفیت خمشی اسمی یا مقاومت خمشی اسمی تیر حول محور قوی
$M_{nx}^{(Y)}$	ظرفیت خمشی اسمی تیر از حالت حدی تسلیم، حول محور قوی
$M_{nx}^{(LTB)}$	ظرفیت خمشی اسمی تیر از حالت حدی کمانش پیچشی جانبی، حول محور قوی
M_{ux}	لنگر نهایی ضریب‌دار حول محور قوی X

مقاومت خمشی اسمی تیر I شکل با بالهای فشرده حول محور ضعیف، تنها بر اساس حالت حدی تسلیم بال کششی (Y) و بدون توجه به فواصل تکیه‌گاه‌های جانبی بدست می‌آید.

$$M_{uy} \leq \phi_b M_{ny} \quad 17-ف$$

$$M_{ny} = M_{ny}^{(Y)}$$

$\phi_b = 0.9$	ضریب کاهش مقاومت برابر
M_{ny}	ظرفیت خمشی اسمی یا مقاومت خمشی اسمی تیر حول محور ضعیف
$M_{ny}^{(Y)}$	ظرفیت خمشی اسمی تیر از حالت حدی تسلیم، حول محور ضعیف
M_{uy}	لنگر نهایی ضربدار حول محور ضعیف Y

a- مقاومت خمشی اسمی از حالت حدی تسلیم حول محور قوی $M_{nx}^{(Y)}$ و حول محور ضعیف $M_{ny}^{(Y)}$

مقاومت خمشی اسمی از حالت حدی تسلیم حول محور قوی تیر، برابر لنگر پلاستیک مقطع تیر حول محور قوی است.

$$M_{nx}^{(Y)} = M_{px} = Z_x f_y \quad 18-ف$$

$M_{nx}^{(Y)}$	ظرفیت خمشی اسمی یا مقاومت خمشی اسمی تیر از حالت حدی تسلیم، حول محور قوی X
M_{px}	لنگر پلاستیک مقطع، حول محور قوی X
Z_x	اساس مقطع پلاستیک حول محور قوی X

توجه شود رابطه مذکور برای تعیین ظرفیت خمشی تیرها حول محور قوی (M_{nx}) به کار می‌رود. مقاومت خمشی اسمی از حالت حدی تسلیم حول محور ضعیف برای تیر I شکل با بالهای فشرده، برابر لنگر پلاستیک مقطع تیر حول محور ضعیف است. در این حالت جهت محاسبه اساس مقطع پلاستیک مقطع، از گردی گوشه مقطع نورد شده صرف‌نظر کرده و اساس مقطع پلاستیک بر اساس وضعیت هندسی جان و بال مقطع تیر قابل محاسبه خواهد بود.

$$M_{ny}^{(Y)} = M_{py} = Z_y f_y \leq 1.6 S_y f_y \rightarrow M_{ny}^{(Y)} = \min(Z_y, 1.6 S_y) \times f_y \quad 19-ف$$

$$Z_y = 2 \times \frac{t_f \times b_f^2}{4} = \frac{t_f \times b_f^2}{2}$$

$M_{ny}^{(Y)}$	ظرفیت خمشی اسمی یا مقاومت خمشی اسمی تیر از حالت حدی تسلیم، حول محور ضعیف Y
M_{py}	لنگر پلاستیک مقطع، حول محور ضعیف Y
Z_y	اساس مقطع پلاستیک حول محور ضعیف Y
S_y	اساس مقطع الاستیک حول محور ضعیف Y

لازم به ذکر است در همه مقاطع تک IPE و IPB جدول اشتال، مقدار Z_y محاسبه شده از رابطه فوق از مقدار $1.6 S_y$ کوچکتر بوده و لذا لنگر پلاستیک مقطع حول محور ضعیف، تعیین‌کننده است.

b- مقاومت خمشی اسمی از حالت حدی کمانش پیچشی جانبی، حول محور قوی $M_{nx}^{(LTB)}$

مقاومت خمشی اسمی تیر حول محور قوی، از حالت حدی کمانش پیچشی جانبی، بر اساس فواصل مهار جانبی (L_b)، به سه وضعیت خمشی بدون کمانش پیچشی جانبی ($L_b \leq L_p$)، خمشی با کمانش پیچشی جانبی غیرارجاعی ($L_p < L_b \leq L_r$) و خمشی با کمانش پیچشی ارتجاعی ($L_b > L_r$) قابل تقسیم است که در حالت $L_b \leq L_p$ نیازی به کنترل حالت کمانش پیچشی جانبی نمی‌باشد.

$$M_{nx}^{(LTB)} = \begin{cases} C_b \left[M_{px} - (M_{px} - 0.7 f_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_{px} ; (L_p < L_b \leq L_r) \\ f_{cr} S_x \leq M_{px} ; (L_b > L_r) \end{cases} \quad ۲۰-۴$$

L_b	فاصله مهارهای جانبی تیر
L_p	طول مهار مرز حالت حدی تسلیم و کمانش پیچشی جانبی غیرارتجاعی
L_r	طول مهار مرز کمانش پیچشی جانبی غیرارتجاعی و کمانش پیچشی جانبی ارتجاعی
f_{cr}	تنش کمانش پیچشی جانبی ارتجاعی
C_b	ضریب کمانش پیچشی جانبی
S_x	اساس مقطع الاستیک نسبت به محور X
M_{px}	لنگر پلاستیک مقطع، حول محور قوی X

در مسائل متداول، معمولاً کنترل رابطه کمانش پیچشی جانبی غیرارتجاعی برای تعیین ظرفیت خمشی تیر کفایت می‌کند و می‌توان گفت حالت کمانش پیچشی جانبی ارتجاعی نیز در آن گنجانده شده است. L_p طول فرضی مهار نشده عضو است که مطابق رابطه زیر، مرز بین حالت حدی تسلیم و حالت حدی کمانش پیچشی جانبی غیرارتجاعی را مشخص می‌کند. L_r طول فرضی مهار نشده عضو است که مرز بین حالت حدی کمانش پیچشی جانبی غیرارتجاعی و ارتجاعی را مشخص می‌کند و از رابطه زیر محاسبه می‌شود. مقادیر حاصل از این روابط برای پروفیل‌های نورد شده، در جداول پیوست ارائه شده‌اند.

$$L_p = 1.76 r_y \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad ۲۱-۴$$

$$L_r = 1.95 r_{ts} \frac{E}{0.7 f_y} \sqrt{\frac{J \times c}{S_x h_o} + \sqrt{\left(\frac{J \times c}{S_x h_o} \right)^2 + 6.76 \left(\frac{0.7 f_y}{E} \right)^2}} \quad ۲۲-۴$$

L_r	طول مهار جانبی مرز حالت حدی کمانش پیچشی جانبی غیرارتجاعی و ارتجاعی
c	برای مقاطع I شکل با دو محور تقارن $c = 1$ است
f_{cr}	تنش کمانش الاستیک پیچشی جانبی
C_b	ضریب کمانش پیچشی جانبی
J	ثابت پیچشی
S_x	اساس مقطع الاستیک نسبت به محور X
h_o	فاصله مرکز تا مرکز بالها
r_{ts}	شعاع ژیراسیون مؤثر

تنش کمانش الاستیک پیچشی جانبی f_{cr} از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$f_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E}{\left(\frac{L_b}{r_{ts}} \right)^2} \sqrt{1 + 0.078 \frac{J c}{S_x h_o} \left(\frac{L_b}{r_{ts}} \right)^2} \quad ۲۳-۴$$

f_{cr}	تنش کمانش الاستیک پیچشی جانبی
J	ثابت پیچشی
S_x	اساس مقطع الاستیک نسبت به محور X
C_b	ضریب کمانش پیچشی جانبی
h_o	فاصله مرکز تا مرکز بالها
r_{ts}	شعاع ژیراسیون مؤثر
c	ضریبی که برای مقاطع I شکل با دو محور تقارن برابر واحد است.

در این رابطه، عبارت رادیکال را می‌توان به صورت محافظه‌کارانه برابر واحد در نظر گرفت که در این صورت ممکن است از سهم زیادی از ظرفیت خمشی صرف‌نظر شود. این مقدار در برخی مسائل این کتاب به ۳۰ درصد نیز می‌رسد.

در صورت محاسبه عبارت رادیکال، مقدار ثابت پیچشی J طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود که مقدار آن برای برخی مقاطع نورد شده در جداول پیوست ارائه شده است.

$$J = \frac{1}{3} \sum (bt^3) \quad ۲۴-۴$$

شعاع ژیراسیون مؤثر r_{ts} طبق رابطه زیر محاسبه می شود که مقدار آن برای برخی مقاطع نورد شده در جداول پیوست ارائه شده است.

$$r_{ts}^2 = \frac{\sqrt{I_y C_w}}{S_x} \frac{c_w = \frac{I_y h_o^2}{4}}{r_{ts}} = \sqrt{\frac{I_y h_o}{2 S_x}} \quad ۲۵-۴$$

C_w ثابت پیچش تابیدگی

ثابت پیچش تابیدگی C_w برای مقاطع I شکل با دو محور تقارن دارای بالهای مستطیلی برابر $C_w = \frac{I_y h_o^2}{4}$ است که مقادیر آن برای مقاطع I شکل نورد شده در جداول پیوست ارائه شده است.

برای محاسبه شعاع ژیراسیون مؤثر در مسائل این کتاب، از رابطه فوق استفاده می شود که مقادیر آن برای پروفیل های نورد شده I شکل در جداول پیوست ارائه شده است. روابط دیگری نیز توسط آیین نامه ارائه شده است. این مقدار را می توان بطور محافظه کارانه برابر شعاع ژیراسیون بال فشاری و یک ششم جان نسبت به محور مار بر جان در نظر گرفت $r_{ts} = \frac{b_f}{\sqrt{12 \left(1 + \frac{ht_w}{6b_f t_f} \right)}}$ و همچنین می توان $r_{ts} = 0.3b_f$ را با تقریب پذیرفت. در این روابط b_f پهنای بال فشاری مقطع و t_f ضخامت بال فشاری مقطع می باشند.

نکته:

در اجرای تیرهای با مقطع دو پروفیل (مقطع دوبل) در سقف، روش متداول ساخت مقطع، اتصال دو پروفیل با جوش است. در این صورت محاسبه پارامترهای L_p و L_r با توجه به مشخصات مقطع دوبل انجام شده و مشخصات r_y و I_y مقطع دوبل مورد استفاده قرار می گیرد. چنانچه دو مقطع بدون اتصال به یکدیگر اجرا شوند، پارامترهای L_p و L_r مقطع تک مورد استفاده قرار گرفته که در کنترل کماتش پیچشی جانبی تیر، تفاوت ایجاد می نماید. تفاوت دیگری در پیچش این دو روش وجود دارد که در فصل پیچش به آن اشاره شده است.

مثال ۱۱-۴

یک تیر ساده بطول دهانه ۶ متر و تحت اثر بار مرده $q_D = 1.2 \frac{\text{ton}}{\text{m}}$ با در نظر گرفتن وزن تقریبی تیر و بار زنده $q_L = 2 \frac{\text{ton}}{\text{m}}$ قرار دارد. ترکیب بار 1.2D+1.6L مد نظر قرار گیرد. تیر را از مقاطع IPE طرح نمایید اگر:

(الف) مهار جانبی پیوسته در طول دهانه تیر قرار داده شده باشد.

(ب) یک مهار در وسط دهانه تیر (علاوه بر مهار جانبی تکیه گاهها) قرار داده شده باشد.

(ج) کل طول دهانه تیر مهار نشده باشد (مهار جانبی فقط در تکیه گاهها قرار دارد).

حل:

گام ۱- تعیین بارهای نهایی حاصل از تحلیل

روش اول: ابتدا لنگر حاصل از بار مرده و لنگر حاصل از بار زنده به صورت جداگانه بدست آمده و سپس لنگر نهایی با استفاده از ترکیب بار بدست می‌آید.

$$M_{dead} = \frac{q_D L^2}{8} = \frac{1.2 \cdot 6^2}{8} = 5.4 \text{ ton.m}$$

$$M_{live} = \frac{q_L L^2}{8} = \frac{2 \cdot 6^2}{8} = 9.0 \text{ ton.m}$$

$$M_{ux} = 1.2M_{dead} + 1.6M_{live} = 1.2 \cdot 5.4 + 1.6 \cdot 9.0 = 20.88 \text{ ton.m} = 2088 \text{ ton.cm}$$

روش دوم: ابتدا بار گسترده نهایی محاسبه شده و سپس لنگر نهایی حاصل از آن بدست می‌آید.

$$q_{ux} = 1.2 q_D + 1.6 q_L = 1.2(1.2) + 1.6(2) = 4.64 \frac{\text{ton}}{\text{m}}$$

$$M_{ux} = \frac{q_{ux} \times L^2}{8} = \frac{(4.64)(6^2)}{8} = 20.88 \text{ ton.m} = 2088 \text{ ton.cm}$$

نکته: از آنجا که الگوی بارگذاری مرده و زنده همیشه یکسان نیست، استفاده از روش اول برای تعیین تلاش نهایی، کلی‌تر بوده و همواره منجر به نتیجه صحیح خواهد شد. البته در مواردی که الگوی بار مرده و زنده یکسان باشند، می‌توان جهت سهولت محاسبات، ابتدا بار ضریبدار را محاسبه نموده و سپس تلاش نهایی را بدست آورد.

حل الف) مهار جانبی پیوسته

گام ۲- مدول پلاستیک Z مورد نیاز

با توجه به استفاده از مهار پیوسته داریم:

$$L_b = 0 \leq L_p \rightarrow M_{nx} = M_{nx}^{(Y)} = M_{px} = Z_x \times f_y$$

لذا لنگر تسلیم $M_{nx}^{(Y)}$ و در نتیجه لنگر پلاستیک مقطع M_{px} کنترل کننده می‌باشد و مدول پلاستیک مقطع Z_x مورد نیاز خواهد بود. در برخی جداول اشتال، مقدار Q ارائه شده مقدار آن برای پروفیل‌های متقارن برابر نصف Z می‌باشد.

$$M_{ux} \leq \phi_b M_{nx} = \phi_b M_{nx}^{(Y)} = \phi_b M_{px} = \phi_b Z_x f_y \rightarrow Z_x \geq \frac{M_{ux}}{\phi_b f_y}$$

$$Z_x = \frac{2088}{0.9 \cdot 2.4} = 966.7 \text{ cm}^3$$

گام ۳- حدس مقطع اولیه

اکنون به جدول اشتال مراجعه نموده و با استفاده از Z_x بدست آمده نزدیکترین مقطع IPE با اساس مقطع بیشتر از مقدار محاسبه شده انتخاب می‌شود:

$$IPE36 \rightarrow Z_x = 973.7 \text{ cm}^3$$

گام ۴- کنترل فشردگی مقطع

مهار پیوسته مانند قرار دادن بال فشاری تیر در بتن، یا تیرهای فرعی به فواصل نزدیک که به صورت مهار پیوسته عمل می کنند.

$$\lambda_f = \frac{b_f/2}{t_f} = \frac{17/2}{1.27} = 6.7 \leq \lambda_{fp} = 0.38 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 11.08$$

$$\lambda_w = \frac{h_w}{t_w} = \frac{29.8}{0.8} = 37.3 \leq \lambda_{wp} = 3.76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 109.62$$

مقطع، شرایط فشرده بودن را دارد.

گام ۵- کنترل ظرفیت خمشی

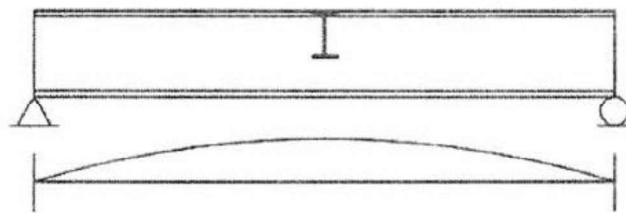
$$M_{ux} \leq \phi M_{nx} = \phi M_{nx}^{(Y)} = \phi M_{px} = \phi Z_x f_y$$

$$M_{ux} = 2088 \text{ ton.cm} \leq \phi Z_x f_y = 0.9 * 973.7 * 2.4 = 2103.2 \text{ ton.cm} \rightarrow OK$$

مقطع قابل قبول می باشد.

حل ب) مهار در وسط دهانه تیر

در این حالت یک مهار جانبی وسط دهانه تیر قرار داده می شود.



IPE36 بررسی می شود.

گام ۶- تعیین وضعیت خمش

$$L_p = 1.76 r_y \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 1.76 * 3.79 * \sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 194.5 \text{ cm}$$

$$r_{ts} = \sqrt{\frac{I_y h_o}{2 S_x}} = \sqrt{\frac{(1040)(36-1.27)}{2(904)}} = 4.46 \text{ cm}$$

$$J = \frac{1}{3} (2 t_f^3 b_f + t_w^3 h) = \frac{1}{3} [21.27^3 * 17 + 0.8^3 * (36 - 2 * 1.27)] = 28.92 \text{ cm}^4$$

$$L_r = 1.95 r_{ts} \frac{E}{0.7 f_y} \sqrt{\frac{J \times c}{S_x h_o} + \sqrt{\left(\frac{J c}{S_x h_o}\right)^2 + 6.76 \left(\frac{0.7 f_y}{E}\right)^2}} = 1.95 * 4.46 * \frac{2040}{0.7 * 2.4} *$$

$$\sqrt{\frac{28.92 \times 1}{(904)(36-1.27)}} + \sqrt{\left(\frac{28.92 \times 1}{(904)(36-1.27)}\right)^2 + 6.76 \left(\frac{0.7 * 2.4}{2040}\right)^2} = 602 \text{ cm}$$

$$\rightarrow L_p = 1.94 \text{ m} \leq L_b = 3 \text{ m} \leq L_r = 6.02 \text{ m}$$

وضعیت خمش: کمانش خمشی غیرارتجاعی

گام ۷- محاسبه C_b برای محاسبه C_b نیاز به معادله لنگر می‌باشد که برای مقطعی به فاصله X از تکیه گاه به صورت زیر بدست می‌آید:

$$R_u = \frac{q_u L}{2}$$

$$M_{ux} = R_u x - q_u \cdot \frac{x^2}{2} \Rightarrow M_{ux} = -2.32x^2 + 13.92x$$

$$M_a(x = \frac{1}{4} \times \frac{6}{2}) = -2.32(0.75^2) + 13.92 \times 0.75 = 9.135t.m$$

$$M_b(x = \frac{1}{2} \times \frac{6}{2}) = -2.32(1.5^2) + 13.92 \times 1.5 = 15.66t.m$$

$$M_c(x = \frac{3}{4} \times \frac{6}{2}) = -2.32(2.25^2) + 13.92 \times 2.25 = 19.575t.m$$

$$M_{max} = 20.88t.m$$

$$C_b = \min \left\{ 3.0, \frac{12.5M_{max}}{2.5M_{max} + 3M_{\frac{1}{4}} + 4M_{\frac{2}{4}} + 3M_{\frac{3}{4}}} R_m \right\}$$

$$C_b = \min \left\{ 3.0, \frac{12.5 \times 20.88}{2.5 \times 20.88 + 3 \times 9.135 + 4 \times 15.66 + 3 \times 19.575} \times 1 \right\} = 1.299$$

گام ۸- ظرفیت خمشی

$$M_{nx}^{(Y)} = M_{px} = Z_x f_y = 973.7 \times 2.4 = 2336.9 \text{ ton.cm}$$

$$M_{nx}^{(LTB)} = C_b \left[M_p - (M_p - 0.7 f_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_{px}$$

$$M_{nx}^{(LTB)} = 1.299 \left[2448 - (2448 - 0.7 \times 2.4 \times 904) \left(\frac{300 - 193}{614.6 - 193} \right) \right] = 2875.8 \text{ ton.cm} \leq M_{px}$$

$$= 2336.9 \text{ ton.cm} \rightarrow M_{nx}^{(LTB)} = M_p = 2336.9 \text{ ton.cm}$$

$$M_{nx} = \min (M_{nx}^{(Y)}, M_{nx}^{(LTB)}) = 2336.9 \text{ ton.cm}$$

$$M_{ux} \leq \phi_b M_{nx}$$

$$M_{ux} = 2088 \text{ ton.cm} \leq \phi_b M_{nx} = 0.9 \times 2336.9 = 2103.2 \text{ ton.cm} \rightarrow OK$$

بنابراین مقطع IPE36 قابل قبول می باشد.

حل ج) بدون مهار جانبی

گام ۹- تعیین وضعیت خمش

مقطع IPE36 مورد بررسی قرار می گیرد.

$$L_p = 1.93m \leq L_b = 6m \leq L_r = 6.14m$$

وضعیت خمش: کمانش پیچشی جانبی غیرارتجاعی

گام ۱۰- محاسبه C_b

برای محاسبه C_b نیاز به معادله لنگر می باشد که برای مقطعی به فاصله x از تکیه گاه به صورت زیر بدست می آید:

$$M_{ux} = R_u x - \frac{q_u x^2}{2} = -2.32x^2 + 13.92x$$

$$M_{\frac{1}{4}} \left(x = 6 * \frac{1}{4} \right) = -2.32 * 1.5^2 + 13.92 * 1.5 = 15.66 \text{ t.m}$$

$$M_{\frac{2}{4}} \left(x = 6 * \frac{2}{4} \right) = -2.32 * 3^2 + 13.92 * 3 = 20.88 \text{ t.m}$$

$$M_{\frac{3}{4}} \left(x = 6 * \frac{3}{4} \right) = -2.32 * 4^2 + 13.92 * 4 = 15.66 \text{ t.m}$$

$$M_{max} = 20.88 \text{ t.m}$$

$$C_b = \min \left\{ 3.0, \frac{12.5 M_{max}}{2.5 M_{max} + 3 M_A + 4 M_B + 3 M_C} R_m \right\}$$

$$C_b = \min \left\{ 3.0, \frac{12.5 * 20.88}{2.5 * 20.88 + 3 * 15.66 + 4 * 20.88 + 3 * 15.66} * 1 \right\} = 1.136$$

گام ۱۱- ظرفیت خمشی

$$M_{nx}^{(Y)} = M_{px} = Z_x f_y = 973.7 * 2.4 = 2337 \text{ ton.cm}$$

$$M_{nx}^{(LTB)} = C_b \left[M_p - (M_p - 0.7 f_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_{px}$$

$$M_{nx}^{(LTB)} = 1.136 [2337 - ((2337 - 0.7 * 2.4 * 904) \left(\frac{600 - 193}{614.58 - 193} \right))] = 1757.4 \text{ ton.cm} \leq M_{px} = 2336.9 \text{ ton.cm} \rightarrow M_{nx} = 1757.4 \text{ ton.cm}$$

$$M_{nx} = \min (M_{nx}^{(Y)}, M_{nx}^{(LTB)}) = 1761.8 \text{ ton.cm}$$

$$M_{ux} \leq \phi_b M_{nx}$$

$$M_{ux} = 2088 \text{ ton.cm} \not\leq 0.9 * 1757.4 = 1581.7 \text{ ton.cm} \rightarrow \text{NOT OK}$$

ملاحظه می شود که مهار جانبی تاثیر بسزایی در ظرفیت خمشی مقطع دارد.

گام ۱۲- تعیین مقطع جدید (سعی و خطا)

کنترل مقطع IPE40 به خواننده واگذار می شود. مقطع IPE45 بررسی می شود.

$$IPE45 \rightarrow Z_x = 1624$$

گام ۱۳- کنترل فشردگی مقطع

$$\lambda_f = \frac{b_f}{2t_f} = \frac{19}{2 * 1.46} = 6.5 \leq \lambda_{fp} = 0.38 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 11.08$$

$$\lambda_w = \frac{h_w}{t_w} = \frac{378}{9.4} = 40.2 \leq \lambda_{wp} = 3.76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 109.62$$

مقطع شرایط فشرده بودن را دارا می باشد.

گام ۱۴- تعیین وضعیت خمش

$$L_p = 1.76 r_y \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 1.76(4.12) \sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 211.4 \text{ cm}$$

$$r_{ts} = \sqrt{\frac{I_y h_o}{2 S_x}} = \sqrt{\frac{(1680)(45 - 1.46)}{2(1500)}} = 4.93 \text{ cm}$$

$$J = \frac{1}{3} (2 t_f^3 b_f + t_w^3 h) = \frac{1}{3} [2(1.46)^3(19) + (0.94)^3(45 - 2(1.46))] = 51.05 \text{ cm}^4$$

$$L_r = 1.95 r_{ts} \frac{E}{0.7 f_y} \sqrt{\frac{J \times c}{S_x h_o} + \sqrt{\left(\frac{J c}{S_x h_o}\right)^2 + 6.76 \left(\frac{0.7 f_y}{E}\right)^2}}$$

$$= 1.95(4.93) \frac{2040}{0.7 * 2.4} \sqrt{\frac{51.05 \times 1}{(1500)(45 - 1.46)} + \sqrt{\left(\frac{51.05 \times 1}{(1500)(45 - 1.46)}\right)^2 + 6.76 \left(\frac{0.7 * 2.4}{2040}\right)^2}}$$

$$= 646.9 \text{ cm}$$

$$\rightarrow L_p = 211.4 \text{ cm} \leq L_b = 600 \text{ cm} \leq L_r = 646.9 \text{ cm}$$

وضعیت خمش: کمانش پیچشی جانبی غیرار تجاعی

گام ۱۵- ظرفیت خمش

$$M_{nx}^{(Y)} = M_{px} = Z_x f_y = 1624 * 2.4 = 3897.6 \text{ ton.cm}$$

$$M_{nx}^{(LTB)} = C_b \left[M_p - (M_p - 0.7 f_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_{px}$$

$$M_{nx}^{(LTB)} = 1.136 \left[3897.6 - \left[(3897.6 - 0.7 \times 2.4 \times 1500) \left(\frac{600 - 214.49}{658.59 - 214.49} \right) \right] \right]$$

$$= 3069.1 \text{ ton.cm} \leq M_{px} = 3897.6 \text{ ton.cm} \rightarrow M_{nx}^{(LTB)} = 3069.1 \text{ ton.cm}$$

$$M_{nx} = \min (M_{nx}^{(Y)}, M_{nx}^{(LTB)}) = 3069.1 \text{ ton.cm}$$

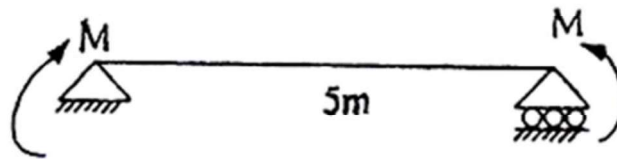
$$M_{ux} \leq \phi_b M_{nx}$$

$$M_{ux} = 2088 \text{ ton.cm} \leq \phi_b M_{nx} = 0.9 * 3069.1 = 2762.3 \text{ ton.cm} \rightarrow OK$$

مقطع IPE45 مناسب است.

مثال ۴-۱۲

تیر نشان داده شده از یک نیمرخ IPE20 تشکیل شده و تحت اثر لنگر خمشی حول محور قوی قرار می گیرد. این تیر فقط در ابتدا و انتها مهار جانبی دارد، مقدار مجاز M را تعیین کنید. از وزن تیر صرف نظر می شود.



حل:

با توجه به فشرده بودن بال و جان دو حالت حدی تسلیم و کمانش پیچشی جانبی $\min(M_{nx}^{(Y)}, M_{nx}^{(LTB)})$ کنترل می شود.

$$M_{ux} \leq \phi_b M_{nx} = \phi_b \times \min(M_{nx}^{(Y)}, M_{nx}^{(LTB)})$$

$$M_{nx}^{(Y)} = M_{px} = Z_x f_y = 209.7 \times 2.4 = 503.3 \text{ ton.cm}$$

$$L_p = 1.76 r_y \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 1.76 \times 2.24 \times \sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 114.9 \text{ cm}$$

$$r_{ts} = \sqrt{\frac{I_y h_o}{2 S_x}} = \sqrt{\frac{(142)(20 - 0.85)}{2(194)}} = 2.64 \text{ cm}$$

$$J = \frac{1}{3} (2 t_f^3 b_f + t_w^3 h) = \frac{1}{3} [2 \times 0.85^3 \times 10 + 0.56^3 (20 - 2 \times 0.85)] = 5.16 \text{ cm}^4$$

$$L_r = 1.95 r_{ts} \frac{E}{0.7 f_y} \sqrt{\frac{Jc}{S_x h_o} + \sqrt{\left(\frac{Jc}{S_x h_o}\right)^2 + 6.76 \left(\frac{0.7 f_y}{E}\right)^2}}$$

$$= 1.95 \times 2.64 \times \frac{2040}{0.7 \times 2.4} \times \sqrt{\frac{5.16 \times 1}{(194)(20 - 0.85)} + \sqrt{\left(\frac{5.16 \times 1}{(194)(20 - 0.85)}\right)^2 + 6.76 \left(\frac{0.7 \times 2.4}{2040}\right)^2}}$$

$$= 392.4 \text{ cm}$$

$$L_b = 500 \text{ cm} > L_r = 392.4 \text{ cm} \rightarrow M_{nx}^{(LTB)} = f_{cr} S_x \leq M_{px}$$

$$f_{cr} = \frac{c_b \pi^2 E}{\left(\frac{L_b}{r_{ts}}\right)^2} \sqrt{1 + 0.078 \frac{Jc}{S_x h_o} \left(\frac{L_b}{r_{ts}}\right)^2}$$

$$f_{cr} = \frac{1 \times \pi^2 \times 2040}{\left(\frac{500}{2.64}\right)^2} \sqrt{1 + 0.078 \frac{5.16 \times 1}{194(20 - 0.85)} \left(\frac{500}{2.64}\right)^2} = 1.28 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2}$$

$$M_{nx}^{(LTB)} = f_{cr} S_x = 1.28 \times 194 = 248.8 \text{ ton.cm} \leq M_{px} = 503.3 \text{ ton.cm} \rightarrow OK$$

$$M_{ux} \leq \phi_b M_{nx} = 0.9 \times 248.8 = 223.9 \text{ ton.cm} = 2.24 \text{ ton.m}$$

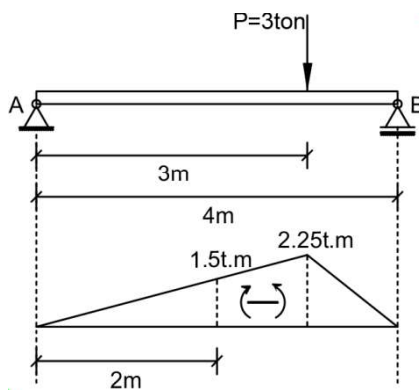
بحث: اگر از وزن تیر صرفنظر نمیشد چه تغییری در حل مسئله ایجاد می گردید؟

مثال ۴-۱۳

تیر شکل زیر با مقطع IPE30 به صورت دو سر مفصل تحت بار متمرکز ضربیدار $P_u = 3\text{ton}$ مورد نظر است، وضعیت تیر را در دو حالت زیر به تفکیک کنترل نمایید:

الف) تیر در اثر بار مذکور حول محور قوی تحت خمش قرار گیرد (بار به بال تیر وارد شود). فرض می‌شود تیر دارای مهار جانبی پیوسته است.

ب) تیر در اثر بار مذکور حول محور ضعیف تحت خمش قرار گیرد (بار به جان تیر وارد شود).



شکل ۴-۱۸ دیاگرام لنگر ضربیدار حول محور خمش

حل الف) خمش حول محور قوی

با توجه به اینکه تیر دارای مهار جانبی پیوسته می‌باشد بنابراین:

$$L_b = 0 \leq L_p \rightarrow M_{nx} = M_{nx}^{(Y)} = M_{px} = Z_x \times f_y$$

$$IPE30: d = 30\text{cm}, b_f = 15\text{cm}, t_f = 1.07\text{cm}, Z_x = 602.1\text{cm}^3$$

$$M_{nx} = M_{nx}^{(Y)} = M_{px} = Z_x \times f_y = 602.1 \times 2.4 = 1445.0\text{ton.cm}$$

$$M_{ux} \leq \phi_b M_{nx}$$

$$M_{ux} = 225\text{ton.cm} \leq \phi_b M_{nx} = 0.9 \times 1445.0 = 1300.5\text{ton.cm}$$

مقطع جوابگو می‌باشد ولی لازم است پروفیل با شماره کمتر از IPE30 مورد بررسی قرار گیرد.

حل ب) خمش حول محور ضعیف

$$M_{uy} \leq \phi_b M_{ny}$$

$$M_{ny} = M_{ny}^{(Y)} = Z_y \times f_y$$

$$Z_y = 2 \times \frac{t_f \times b_f^2}{4} = \frac{t_f \times b_f^2}{2} = \frac{1.07 \times 15^2}{2} = 120.4\text{cm}^3$$

$$M_{ny} = 120.4 \times 2.4 = 288.9\text{ton.cm}$$

$$M_{uy} = 225\text{ton.cm} \leq \phi_b M_{ny} = 0.9 \times 288.9 = 260.0\text{ton.cm}$$

مقطع جوابگو می‌باشد.

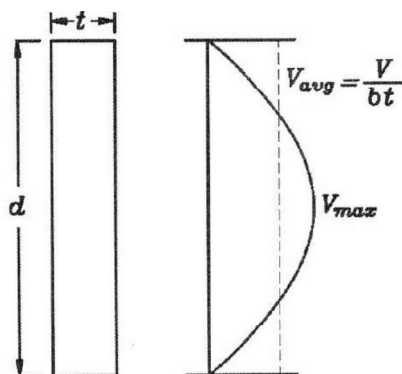
۴-۵ کنترل برش در تیرها

تنشهای برشی در نیمرخهای نورد شده و در تیرهای با دهانه معمولی، عموماً تعیین کننده نمی باشد. به عبارتی مقاومت تیرها در برابر نیروهای برشی از مقاومت آنها در برابر لنگرهای خمشی زیادتر است، البته در تیرهای با دهانه های کوچک که بارهای سنگینی را تحمل می کنند، کنترل برش حائز اهمیت است. از مقاومت مصالح می دانیم که تنشهای موجود برشی که با f_v نمایش داده می شوند از رابطه زیر قابل محاسبه هستند:

$$f_v = \frac{VQ}{It} \quad ۲۶-۴$$

V	نیروی برشی در مقطع مورد نظر
Q	لنگر اول سطح مقطع نسبت به تار خنثی
I	لنگر اینرسی مقطع نسبت به تار خنثی حول محوری عمود بر راستای نیروی برشی
t	ضخامت یا پهنای مقطع در نقطه مورد نظر

تنش برشی حاصل از رابطه فوق در دو انتهای مقطع صفر و در محل تار خنثی مقطع یا برای مقاطع مربع و مستطیلی در وسط مقطع، مطابق شکل زیر حداکثر می شود.



شکل ۴-۱۹ نمایش تنش برشی حداکثر در مقطع مربع مستطیل

در نتیجه $f_{v,max}$ از رابطه زیر بدست می آید:

$$f_{v,max} = \frac{V \frac{td^2}{8}}{\frac{td^3}{12} t} = 1.5 \frac{V}{td} \quad ۲۷-۴$$

چون قسمت عمده ای از نیروی برشی توسط جان تیر تحمل می شود می توان به منظور سهولت در محاسبه، تنش موجود برشی را از تقسیم نیروی برشی به مساحت جان بدست آورد که آیین نامه اجازه می دهد که به جای ارتفاع جان از ارتفاع کل نیمرخ استفاده شود. بنابراین داریم:

$$f_{v,mean} = \frac{V}{dt_w} \quad ۲۸-۴$$

d	ارتفاع کل مقطع تیر
t_w	ضخامت جان تیر

۴-۵-۱ طراحی برشی

در این قسمت طراحی برشی اعضای با مقطع دارای یک یا دو محور تقارن تحت اثر برش در صفحه جان قرار دارند، انجام می‌شود. مقاومت طراحی برشی مساوی $\phi_v V_n$ می‌باشد که در آن ϕ_v ضریب کاهش مقاومت برشی و V_n مقاومت برشی اسمی اعضا می‌باشد.

برای کنترل برش در یک تیر مقاومت برشی لازم از ترکیبات بارگذاری باید کمتر یا مساوی مقاومت برشی طراحی باشد.

$$V_u \leq \phi_v V_n \quad ۲۹-۴$$

V_u	مقاومت برشی لازم از ترکیبات LRFD
V_n	مقاومت برشی اسمی
ϕ_v	ضریب مقاومت برشی
$\phi_v V_n$	مقاومت برشی طراحی

مقاومت برشی اسمی بر اساس شرایط مقطع و عضو تعیین می‌شود. در حالت عمومی طراحی برشی که شامل اعضای با یک یا دو محور تقارن تحت اثر برش در صفحه جان می‌شود، در دو حالت از نظر شرایط مقطع و عضو می‌تواند برقرار باشد. در حالت اول، فرض شکست برشی پس از کماتش برشی اعمال می‌گردد و از مقاومت پس از کماتش برشی صرف‌نظر می‌شود. این حالت معمولاً در مورد مقاطع نورد شده و بسیاری از حالت‌های دیگر طراحی برشی تعیین‌کننده است. حالت دیگر برای طراحی برشی، عضو دارای شرایطی خاص و سخت‌کننده‌هایی است که امکان بهره‌گیری از مقاومت پس از کماتش برشی را میسر می‌سازد.

۴-۵-۲ ضریب کاهش مقاومت برشی ϕ_v

ضریب کاهش مقاومت برشی ϕ_v مطابق رابطه زیر، برای پروفیل‌های نورد شده با محدودیت $\lambda_w \leq 2.24 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$ برابر یک و در بقیه موارد برابر 0.9 می‌باشد.

مثال ۴-۱۴

ضریب کاهش مقاومت برشی ϕ_v را برای مقطع IPE36 تعیین نمایید.

حل:

$$IPE36 \rightarrow h_c = 29.8 \text{ cm}, t_w = 0.8 \text{ cm}$$

$$\lambda_w = \frac{h_c}{t_w} = \frac{29.8}{0.8} = 37.25 \leq 2.24 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 2.24 * \sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 65.31 \rightarrow \phi_v = 1.0$$

۴-۵-۳ ظرفیت برشی اسمی (V_n)

مقاومت برشی اسمی مقطع برای اعضای با مقطع نورد شده یا ساخته شده از ورق دارای یک یا دو محور تقارن که تحت اثر برش در صفحه جان قرار دارند، برابر کوچکترین مقدار محاسبه شده بر اساس حالت های تسلیم برشی و کمایش برشی در نظر گرفته می شود. مقاومت برشی اسمی V_n جان سخت نشده (بدون سخت کننده) و سخت شده (با سخت کننده) از رابطه زیر تعیین می شود:

$$V_n = 0.6 f_y A_w C_v \quad ۳۰-۴$$

$$A_w = dt_w \quad \text{سطح مقطع جان که حاصل ضرب کل ارتفاع مقطع در ضخامت جان به دست می آید}$$

$$C_v \quad \text{ضریب برشی جان}$$

ضریب برشی جان C_v برای جان مقاطع I شکل نورد شده با $\frac{h}{t_w} \leq 2.24 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$ برابر یک و برای سایر حالتها مطابق رابطه زیر تعیین می گردد.

$$C_v = \begin{cases} \text{Rolled I - shape, } \frac{h}{t_w} \leq 2.24 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \rightarrow C_v = 1 \\ \\ \text{else: } \begin{cases} \frac{h}{t_w} \leq 1.1 \sqrt{\frac{K_v E}{f_y}} \rightarrow C_v = 1 \\ \\ 1.1 \sqrt{\frac{K_v E}{f_y}} \leq \frac{h}{t_w} \leq 1.37 \sqrt{\frac{K_v E}{f_y}} \rightarrow C_v = \frac{1.1 \sqrt{\frac{K_v E}{f_y}}}{\frac{h}{t_w}} \\ \\ 1.37 \sqrt{\frac{K_v E}{f_y}} \leq \frac{h}{t_w} \rightarrow C_v = \frac{1.51 K_v E}{\left(\frac{h}{t_w}\right)^2 f_y} \end{cases} \end{cases} \quad ۳۱-۴$$

$$K_v \quad \text{ضریب کمایش برشی جان}$$

۴-۵-۴ ضریب کمایش برشی جان (K_v)

ضریب کمایش برشی ورق جان، برای جان های سخت نشده (بدون سخت کننده عرضی) با نسبت $\frac{h}{t_w} < 260$ برابر $K_v = 5$ تعریف می شود و برای جانهای دارای سخت کننده عرضی از رابطه زیر بدست می آید:

$$K_v = \begin{cases} \rightarrow \text{بدون سخت کننده} & \begin{cases} \frac{h}{t_w} < 260 \rightarrow K_v = 5 \\ \frac{h}{t_w} \geq 260 \rightarrow \text{غیر مجاز} \end{cases} \\ \rightarrow \text{با سخت کننده} & \begin{cases} \frac{a}{h} \leq \min \left[3, \left(\frac{260}{\frac{h}{t_w}} \right)^2 \right] \rightarrow K_v = 5 + \frac{5}{\left(\frac{a}{h} \right)^2} \\ \frac{a}{h} > \min \left[3, \left(\frac{260}{\frac{h}{t_w}} \right)^2 \right] \rightarrow K_v = 5 \end{cases} \end{cases} \quad ۳۲-۴$$

t_w ضخامت جان مقطع

a فاصله آزاد بین سخت کننده‌های عرضی جان

h برای تیرهای نورد شده مساوی فاصله آزاد بین دو بال منهای شعاع‌های گردی محل اتصال جان به بال

برای مقاطع ساخته شده از ورق چنانچه اتصال جان به بال‌ها جوشی باشد مساوی فاصله آزاد بین دو بال

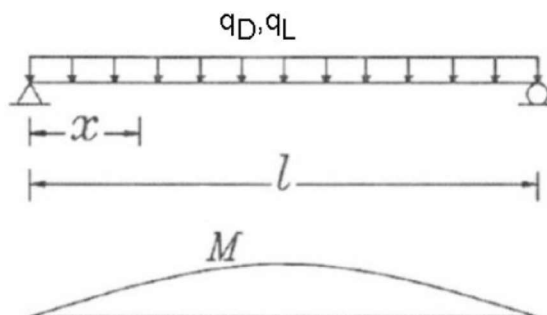
برای مقاطع ساخته شده از ورق چنانچه اتصال جان به بال‌های پیچی باشد مساوی فاصله بین خطوط پیچ

توجه: علامت برش در طراحی مهم نیست و قدر مطلق آن مهم است. معمولاً در طراحی تیرها، اثر لنگر و برش همزمان مورد بررسی و کنترل قرار نمی‌گیرد. دلیل این امر آن است که عموماً محلی از تیر که در آن لنگر ماکزیمم می‌باشد با محلی که در آن برش حداکثر است، در یک جا نیست. مثلاً در تیر دو سر مفصل با بار گسترده، تیر برای لنگر در وسط دهانه کنترل می‌شود (برش در وسط صفر است) و تیر برای برش در تکیه‌گاه کنترل می‌شود (لنگر تکیه‌گاه صفر است). لازم به ذکر است که در یک مقطع، کنترل خمش مربوط به تارهای دور از تار خنثی و کنترل برش مربوط به تار خنثی می‌باشد و محل این کنترل‌ها یکی نیست.

مثال ۴-۱۵

یک تیر ساده بطول دهانه ۶ متر و تحت اثر بار مرده $q_D = 1.2 \frac{\text{ton}}{\text{m}}$ با در نظر گرفتن وزن تقریبی تیر و بار زنده $q_L = 2 \frac{\text{ton}}{\text{m}}$ قرار دارد. تیر دارای مقطع IPE36 است. تلاش برشی تیر را بررسی نمایید. ترکیب بار 1.2D+1.6L مد نظر قرار گیرد.

حل:



گام ۱- تعیین بارهای نهایی حاصل از تحلیل

ابتدا بار گسترده ضریبدار q_u و عکس‌العمل تکیه‌گاه (R_u) محاسبه شده و سپس نیروی برشی نهایی حاصل از آن (V_u) محاسبه می‌شود:

$$q_u = 1.2 q_D + 1.6 q_L = 1.2(1.2) + 1.6(2) = 4.64 \frac{\text{ton}}{\text{m}}$$

$$V_u = R_u = \frac{q_u L}{2} = \frac{4.64 * 6}{2} = 13.92 \text{ ton}$$

گام ۲- محاسبه ضریب ظرفیت برشی C_v

تیر از مقطع نورد شده است.

$$\lambda_w = \frac{h_c}{t_w} = \frac{29.8}{0.8} = 37.25 \leq 2.24 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 2.24 * \sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 65.31 \rightarrow C_v = 1, \phi_v = 1$$

گام ۳- کنترل ظرفیت برشی

$$V_n = 0.6 f_y A_w C_v = 0.6 * 2.4 * (0.8 * 36) * 1 = 41.5 \text{ ton}$$

$$V_u \leq \phi_v V_n$$

$$V_u = 13.9 \text{ ton} \leq \phi_v V_n = 1 * 41.5 = 41.5 \text{ ton} \rightarrow OK$$

مقطع از نظر برش جوابگوست.

۴-۶ کنترل شرایط بهره‌برداری در تیرها

سازه های فولادی باید علاوه بر مقاومت لازم، نظر رفتار در حالت خدمت و تغییرشکلهای مربوطه نیز جوابگو باشند. به عبارت دیگر، ممکن است مقطع از نظر مقاومت جوابگو باشد، اما ابعاد آن آنقدر کوچک اختیار شود که تغییرشکل در حالت خدمت بیشتر از

حد مجاز شود و در نتیجه از نظر رفتار در حال خدمت قابل قبول نباشد. تغییر شکل بیش از حد مجاز می‌تواند سبب بروز مشکلاتی از جمله ارتعاش سقف‌ها، ترک در پوشش دیوارها و سقف‌ها شود.

طبق مبحث دهم مقررات ملی، تیرها و شاکتیرهایی که وزن کفها و سقفهای ساختمانی را تحمل می‌کنند، باید با توجهی خاص به تغییرمکان آنها در اثر ترکیبات بارگذاری متناسب با ضوابط سرویس دهی، طرح و محاسبه شوند. به هر حال تغییرشکل اعضای سازه ای تحت ترکیبات بارگذاری نظیر شرایط بهره برداری، باید به اندازه ای باشد که به سرویس دهی سازه لطمه ای وارد نشود.

در تحلیل و طراحی بر اساس حالت‌های حدی بهره برداری، باید ضرایب ایمنی جزئی مقاومت ϕ و نیز مطابق ترکیبات بارگذاری ارائه شده در مبحث ششم مقررات ملی ساختمان، ضرایب ایمنی جزئی بارها، برابر واحد در نظر گرفته می‌شود.

در این ارتباط کنترل خیز، کنترل ارتعاش و پیش خیز در تیرها (خیز منفی) مورد بحث قرار می‌گیرد.

مطابق مبحث ششم مقررات ملی برای انجام کنترل‌های بهره برداری می‌بایست از ترکیب بارهای خاصی استفاده شود که مهمترین آنها $D + L$ می‌باشد.

۴-۶-۱ محاسبه حداکثر خیز موجود تیر

در حالت کلی، تغییرمکان حداکثر در ناحیه الاستیک برای تیری که دارای طول دهانه L و بارکل (بارهای سرویس) بر روی دهانه W (برآیند بار وارد بر تیر) باشد را می‌توان توسط رابطه زیر محاسبه نمود:

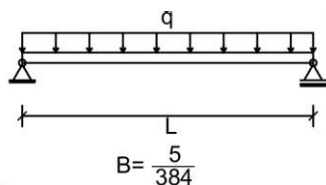
$$\delta_{max} = \beta \frac{WL^3}{EI} \quad ۳۳-۴$$

δ_{max}	ماکزیمم خیز موجود تیر
I	لنگر اینرسی نسبت به محوری که خمش حول آن رخ می‌دهد.
E	مدول الاستیسیته فولاد
β	ضریب وضعیت تیر

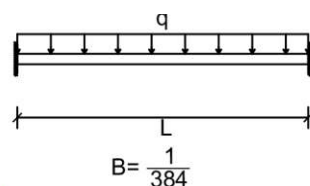
β ضریبی است که بستگی به وضعیت گیرداری در دو انتهای تیر و نیز نحوه توزیع بار در طول تیر دارد. مثلاً برای تیر دو سر

مفصل با بار گسترده q ، مقدار $W = qL$ بوده و $\delta_{max} = \frac{5}{384} \frac{qL^4}{EI} = \frac{5}{384} \frac{WL^3}{EI}$ می‌باشد. در نتیجه $\beta = \frac{5}{384}$ خواهد بود.

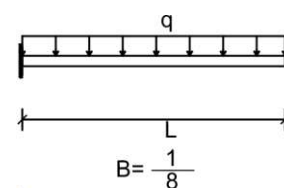
در شکل زیر ضریب β برای برخی از حالات مختلف بارگذاری و تکیه‌گاهی ارائه شده است.



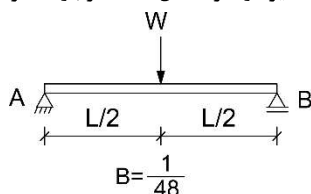
الف) تیر دو سر مفصل تحت اثر بار گسترده



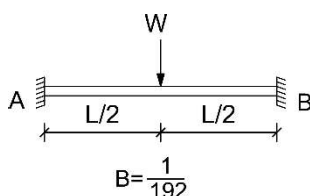
ب) تیر دو سر گیردار تحت اثر بار گسترده



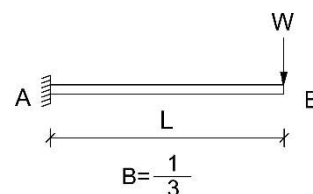
ج) تیر طره تحت اثر بار گسترده



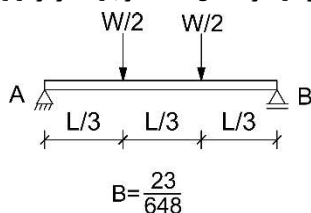
د) تیر دو سر مفصل تحت اثر بار متمرکز در وسط



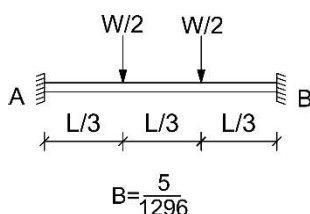
ه) تیر دو سر گیردار تحت اثر بار متمرکز



و) تیر طره تحت اثر بار متمرکز در لبه



ز) تیر دو سر مفصل تحت اثر دو بار متمرکز در یک سوم دهانه



سوم دهانه

شکل ۴-۲۰ مقادیر β برای تیرها با شرایط مختلف

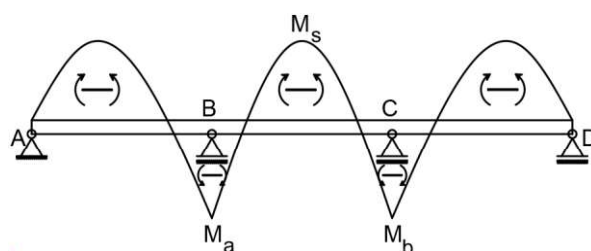
برای دستیابی به ضریب β برای تیرهای با شرایط مرزی و بارگذاری متفاوت، به کتب تحلیل سازه مراجعه شود.

برای تیرهای پیوسته روی چندین تکیه‌گاه ساده مطابق شکل زیر که تحت بارگذاری گسترده یکنواخت قرار دارند و دارای لنگر اینرسی ثابت در طول خود هستند، تغییر مکان وسط دهانه را می‌توان از رابطه زیر محاسبه نمود. توجه شود که مقادیر M_a, M_b منفی هستند ولی به صورت قدر مطلق (با علامت مثبت) در رابطه تاثیر خواهند داشت.

$$\delta_{max} = \frac{5 L^2}{48 EI} [M_s - 0.1 |M_a + M_b|] \quad ۴-۲۴$$

M_s لنگر خمشی مثبت در وسط دهانه

M_a, M_b لنگر خمشی منفی در دو انتهای دهانه مورد نظر



شکل ۴-۲۱ دیاگرام لنگر در تیرهای سراسری

باید توجه داشت که تغییر شکل وسط دهانه همیشه حداکثر نخواهد شد و فقط در مواردی که لنگرهای تکیه گاه ها با هم برابر شوند، حداکثر می شود. در مواردی که لنگرهای تکیه گاه ها با هم برابر نباشند، تغییر شکل وسط دهانه کمتر از حداکثر تغییر شکل عضو نتیجه می شود، اما معمولاً اختلاف تغییر شکل وسط دهانه با حداکثر، مقدار ناچیز است و با کمی تقریب می توان از رابطه (۴-۴۰) استفاده نمود. رابطه (۴-۴۰) یک رابطه عمومی برای تعیین تغییر شکل وسط دهانه اعضای پیوسته با شرایط تکیه گاهی مختلف است که در حالت های خاص نیز همان روابط معمول از آن نتیجه می شوند. برای کنترل خیز در یک تیر باید تغییر مکان بیشینه موجود کمتر از تغییر مکان مجاز باشد:

$$\delta_{max} \leq \Delta \quad ۳۵-۴$$

Δ خیز مجاز تیر

۴-۶-۲ خیز مجاز تیر و مقادیر آیین نامه ای (Δ)

مبحث دهم مقررات ملی ساختمان مقرر می دارد تیرها و شاهتیرهایی که سقفهای نازک کاری شده (گچ کاری شده) را تحمل می کنند، باید طوری محاسبه شوند که تغییر مکان حداکثر نظیر بار زنده و مرده از $\frac{1}{240}$ طول دهانه و تغییر مکان حداکثر نظیر بار زنده از $\frac{1}{360}$ طول دهانه بیشتر نشود.

$$\delta_L \leq \Delta_L = \frac{L}{360} \quad ۳۶-۴$$

$$\delta_D + \delta_L \leq \Delta_{D+L} = \frac{L}{240}$$

۴-۶-۳ پیش خیز (خیز منفی در تیرها)

بر طبق مبحث دهم مقررات ملی ساختمان، در خرپاها با دهانه بیش از ۱۲ متر، لازم است به اندازه تغییر شکل بار مرده، پیش خیز داده شود. در شاهتیرهای مربوط به جرثقیل با دهانه بزرگتر از ۱۲ متر باید پیش خیز در حدود تغییر شکل ناشی از بار مرده به اضافه $\frac{1}{2}$ بار زنده، پیش بینی شود. تیرها و خرپاهایی که خیز معینی برای آنها قید نشده باشد، باید در کارخانه طوری ساخته شوند که به هر حال پس از نصب، تغییر شکل رو به بالا (خیز) داشته باشند.

۴-۶-۴ کنترل فرکانس ارتعاش تیر

مبحث دهم مقررات ملی ساختمان مقرر می دارد تیرها و در شاهتیرهایی که سطوح بزرگ خالی از تیغه بندی (یا خالی از عناصر دیگر با خاصیت میرا کنندگی ارتعاش) را تحمل می کنند، باید با توجهی خاص به لرزش و ارتعاش حاصل از بارهای جنبشی (راه رفتن اشخاص، حرکت و توقف آسانسور و نظایر آنها) محاسبه شوند. در تیرهای مربوط به این کفها، فرکانس نوسان تیر باید به اندازه ای باشد که از حد احساس بشری تجاوز ننماید. برای این منظور، لازم است فرکانس نوسان تیرها از ۵ هرتز بیشتر باشد. برای محاسبه فرکانس ارتعاش از رابطه زیر استفاده می شود.

$$f = 0.18 \sqrt{\frac{g}{\Delta_{ts}}} \leq f_a \quad ۳۷-۴$$

g شتاب ثقل $\left(9810 = \frac{mm}{s^2}\right)$

Δ_{is} تغییرمکان نسبی قائم حداکثر کف برحسب میلی متر تحت اثر بار مرده و بخشی از بار زنده که دائمی فرض می شود.

برای محاسبه فرکانس ارتعاش تیرهای دو سر ساده تحت بار گسترده مرده یکنواخت q_D رابطه زیر پیشنهاد شده است که برای استفاده، لازم است به واحدهای استفاده شده در آن دقت شود:

$$f = \frac{\pi}{2L^2} \sqrt{\frac{EIg}{q_D}} \geq 5Hz \quad ۳۸-۴$$

f فرکانس دوره‌ای تیر (هرتز) I لنگر اینرسی تیر (m^4)
 q_D بار مرده یکنواخت $\left(\frac{N}{m}\right)$ L طول دهانه (m)
 g شتاب ثقل $\left(9.81 = \frac{m}{s^2}\right)$ E مدول الاستیسیته مصالح $\left(\frac{N}{m^2}\right)$

این کنترل در واقع محدود کننده ارتعاش قائم تیرها می‌باشد و برای کنترل انتقال و نوسان جانبی، مبحث دهم مقرر می‌دارد که سازه فولادی باید سختی و صلبیت کافی داشته باشد و تغییرمکان جانبی آن در مقابل اثر باد یا زلزله محدودیتهای آیین‌نامه‌های مربوطه را برآورده سازد.

حداقل فرکانس ارتعاش (f_a) در جدول زیر ارائه شده است.

نوع کاربری	حداقل فرکانس نوسانی کفها (f)
ساختمان‌های مسکونی و اداری	$f \geq 5 \text{ Hz}$
ساختمان‌های تجاری-فروشگاه‌ها	$f \geq 4 \text{ Hz}$
سالن‌های اجتماعات با صندلی‌های ثابت	$f \geq 4 \text{ Hz}$
سالن‌های اجتماعات بدون صندلی‌های ثابت	$f \geq 8.5 \text{ Hz}$
تعمیرگاه‌ها، سالن‌های ژیمناستیک و ورزشی	$f \geq 9.5 \text{ Hz}$
پارکینگ‌ها	$f \geq 4 \text{ Hz}$

برای اطلاع از ضوابط مرتبط با فرکانس مجاز و شتاب آسایش، به مستندات زیر مراجعه گردد:

- استاندارد ISO 10137
- AISC Design Guide 11 Floor Vibrations Due to Human Activity

توجه: در طراحی تیرها علاوه بر اثرات بارهای خارجی می‌بایست اثر وزن تیر نیز مورد توجه قرار گیرد. در این ارتباط با توجه به اینکه وزن تیرهای فولادی (در مقایسه با تیرهای بتن مسلح) کم است، توصیه می‌شود برای تیرهای با دهانه ۶ متر و بزرگتر، اثر وزن تیر در طراحی منظور گردد. در این ارتباط لازم است دیاگرام لنگر ناشی از بار گسترده وزن تیر، ترسیم گردد و نیروهای آن (لنگر یا برش) به نیروهای ناشی از بارگذاری، اضافه گردد. چنانچه بار خارجی وارد بر تیر، گسترده باشد، منظور نمودن اثر وزن (که آن نیز بار گسترده می‌باشد) نیازمند انجام تحلیل جدید نمی‌باشد و می‌توان از همان تحلیل اولیه بارگذاری برای تعیین نیروهای حاصل از وزن تیر، به تناسب استفاده نمود. برای منظور نمودن اثر وزن در طراحی تیر، می‌توان ابتدا طراحی را بدون اثر وزن انجام داد و پس از یافتن مقطع مناسب و معلوم شدن وزن آن، اثر وزن را در افزایش نیروها محاسبه و در انتها، تیر را با وجود اثر وزن کنترل نمود. روش دیگر آن است که در ابتدا اثر وزن تخمین زده شود و سپس در انتها اثر وزن دقیقاً کنترل گردد.

مثال ۴-۱۶

یک تیر ساده بطول دهانه ۶ متر و تحت اثر بار مرده $q_D = 1.2 \frac{\text{ton}}{\text{m}}$ با در نظر گرفتن وزن تقریبی تیر و بار زنده $q_L = 2 \frac{\text{ton}}{\text{m}}$ قرار دارد. تیر دارای مقطع IPE36 است. تغییر شکل تیر را بررسی نمایید.

حل:

$$IPE36 \rightarrow I_x = 16270 \text{ cm}^4$$

تغییر شکل تیر تحت بار مرده و زنده محاسبه می‌شود و با مقدار مجاز آن $\frac{L}{240}$ کنترل می‌گردد:

$$\delta_D = \frac{5}{384} \frac{q_D L^4}{EI} = \frac{5}{384} * \frac{0.012 \times 600^4}{2040 \times 16270} = 0.61 \text{ cm}$$

$$\delta_D + \delta_L \leq \Delta_{D+L} = \frac{L}{240}$$

$$\delta_D + \delta_L = 0.61 + 1.02 = 1.63 \text{ cm} \leq \Delta_{D+L} = \frac{L}{240} = \frac{600}{240} = 2.5 \text{ cm}$$

تغییر شکل تیر تحت بار زنده محاسبه می‌شود و با مقدار مجاز آن $\frac{L}{360}$ کنترل می‌گردد:

$$q_L = 2 \frac{\text{ton}}{\text{m}} = 2 \frac{\text{ton}}{1\text{m}} * \frac{1\text{m}}{100\text{cm}} = 0.02 \frac{\text{ton}}{\text{cm}}$$

$$\delta_L = \frac{5}{384} \frac{q_L L^4}{EI} \leq \Delta_L = \frac{L}{360}$$

$$\delta_L = \frac{5}{384} * \frac{0.02 \times 600^4}{2040 \times 16270} = 1.02 \text{ cm} \leq \Delta_L = \frac{L}{360} = \frac{600}{360} = 1.67 \text{ cm}$$

مقطع از نظر تغییر شکل جوابگوست.

مثال ۴-۱۷

یک تیر ساده بطول دهانه ۶ متر و تحت اثر بار مرده $q_D = 0.5 \frac{\text{ton}}{\text{m}}$ با در نظر گرفتن وزن تقریبی تیر و بار زنده $q_L = 4 \frac{\text{ton}}{\text{m}}$ قرار دارد. تیر دارای مقطع IPE36 است. تغییر شکل تیر را بررسی نمایید.

حل:

$$IPE36 \rightarrow I_x = 16270 \text{ cm}^4$$

تغییر شکل تیر تحت بار مرده و زنده محاسبه می شود و با مقدار مجاز آن $\frac{L}{240}$ کنترل می گردد:

$$\delta_D = \frac{5}{384} * \frac{0.005 \times 600^4}{2040 \times 16270} = 0.25 \text{ cm}$$

$$\delta_D + \delta_L \leq \Delta_{D+L} = \frac{L}{240}$$

$$\delta_D + \delta_L = 0.25 + 2.04 = 2.29 \text{ cm} \leq \Delta_{D+L} = \frac{L}{240} = \frac{600}{240} = 2.5 \text{ cm}$$

تغییر شکل تیر تحت بار زنده محاسبه می شود و با مقدار مجاز آن $\frac{L}{360}$ کنترل می گردد:

$$q_L = 4 \frac{\text{ton}}{\text{m}} = 0.04 \frac{\text{ton}}{\text{cm}}$$

$$\delta_L = \frac{5}{384} \frac{q_L L^4}{EI} \leq \Delta_L = \frac{L}{360}$$

$$\delta_L = \frac{5}{384} * \frac{0.04 \times 600^4}{2040 \times 16270} = 2.04 \text{ cm} \leq \Delta_L = \frac{L}{360} = \frac{600}{360} = 1.67 \text{ cm}$$

ملاحظه می شود که اگر چه خیز تیر تحت بار مرده و زنده جوابگو بود، اما خیز ناشی از بار زنده به تنهایی جوابگو نیست و لازم است لنگر اینرسی تیر (توسط افزایش شماره تیر و یا افزودن ورق تقویتی) افزایش یابد.

مثال ۴-۱۸

تیر شکل زیر از **2IPE** مدنظر است. در شرایطی که تیر دارای تکیه گاه های جانبی مناسب باشد، مطلوبست:

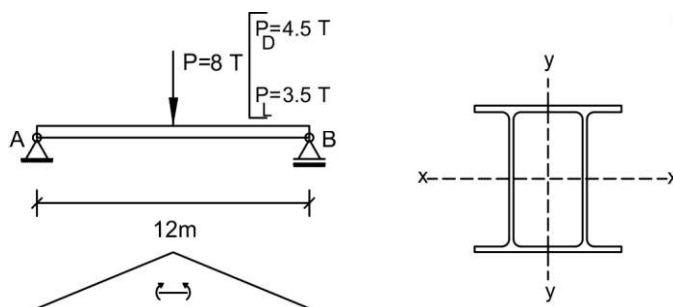
(الف) طراحی تیر (کنترل ظرفیت خمشی)

(ب) کنترل خیز

(ج) کنترل برش

(د) کنترل ارتعاش

ترکیب بار $1.2D+1.6L$ مد نظر قرار گیرد.



شکل ۴-۲۲ نمایش تیر

حل الف) کنترل ظرفیت خمشی

گام ۱-

محاسبه لنگر ناشی از بار مرده و لنگر ناشی از بار زنده

$$M_{Dead} = \frac{P_D L}{4} = \frac{4.5 \times 1200}{4} = 1350 \text{ ton.cm}$$

$$M_{Live} = \frac{P_L L}{4} = \frac{3.5 \times 1200}{4} = 1050 \text{ ton.cm}$$

گام ۲-

محاسبه لنگر نهایی ناشی از ترکیب بار

ترکیب بار $1.2D + 1.6L$ مد نظر است.

$$M_{ux} = 1.2M_{Dead} + 1.6M_{Live} = 1.2 \times 1350 + 1.6 \times 1050 = 3300 \text{ ton.cm}$$

توجه: از آنجا که نحوه بارگذاری مرده و زنده در تیر فوق مشابه است، لنگر نهایی از طریق زیر نیز قابل محاسبه است:

$$P_u = 1.2P_D + 1.6P_L = 1.2(4.5) + 1.6(3.5) = 11 \text{ ton}$$

$$M_u = \frac{P_u L}{4} = 11 \times \frac{1200}{4} = 3300 \text{ ton.cm}$$

گام ۳-

محاسبه مقاومت خمشی مورد نیاز

در حدس اولیه، فرض بر آن است که ظرفیت تسلیم، ملاک عمل خواهد بود.

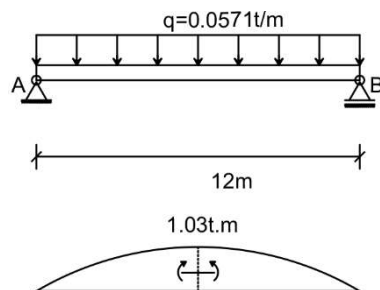
$$M_{ux} \leq \phi_b Z_x f_y \rightarrow Z_x \geq \frac{M_{ux}}{\phi_b f_y} = \frac{3300}{0.9 \times 2.4} \Rightarrow Z_x \geq 1527.8 \text{ cm}^3 \rightarrow Z_{xi} \geq \frac{Z_x}{2} = 763.9 \text{ cm}^3$$

با اساس مقطع پلاستیک بدست آمده IPE36 به عنوان مقطع قابل کنترل انتخاب می گردد:

$$IPE36 \rightarrow Z_x = 973.7 \text{ cm}^3, b_f = 17 \text{ cm}, t_f = 1.27 \text{ cm}, t_w = 0.8 \text{ cm}, I_x = 16270 \text{ cm}^4, G = 57.1 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

با توجه به اینکه طول تیر بیش از ۶ متر است باید اثر وزن تیر به تناسب از تحلیل بارگذاری آن بدست آید. با توجه به اینکه لنگر حداکثر

در زیر بار متمرکز می باشد، لنگر ناشی از وزن تیر در محل بار متمرکز به آن اضافه می شود.



$$q_D = 57.1 \frac{\text{kg}}{\text{m}} = 57.1 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} \times \frac{0.001 \text{ ton}}{1 \text{ kg}} = 5.71 \times 10^{-4} \frac{\text{ton}}{\text{cm}}$$

$$M_{Dead} = \frac{P_D L}{4} + \frac{q_D L^2}{8} = \frac{4.5 \times 1200}{4} + \frac{5.71 \times 10^{-4} \times 1200^2}{8} = 1452.8 \text{ ton.cm}$$

$$M_{ux} = 1.2M_{Dead} + 1.6M_{Live} = 1.2 \times 1452.8 + 1.6 \times 1050 = 3423.4 \text{ ton.cm}$$

$$M_{ux} \leq \phi_b M_n = \phi_b M_n^{(Y)} = M_{px} = \phi_b Z_x f_y$$

$$M_{ux} = 3423.4 \text{ ton.cm} \leq \phi_b Z_x f_y = 0.9 * (2 * 973.7) * 2.4 = 4206.4 \text{ ton.cm}$$

بنابراین از 2IPE36 به عنوان مقطع تیر استفاده می گردد.

گام ۴- کنترل فشردگی مقطع

$$\lambda_f = \frac{b_f}{2t_f} \leq \lambda_{pf} = 0.38 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$$\lambda_f = \frac{b_f}{2t_f} = \frac{17}{2 \times 1.27} = 6.7 \leq \lambda_{pf} = 0.38 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 0.38 \sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 11.24$$

$$\lambda_w = \frac{h}{t_w} \leq \lambda_{pw} = 3.76 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$$\lambda_w = \frac{h}{t_w} = \frac{29.8}{0.8} = 37.25 \leq \lambda_{pw} = 3.76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 3.76 \sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 111.22$$

مقطع فشرده است.

حل ب) کنترل خیز

گام ۵- کنترل خیز برای بار بهره برداری

خیز ناشی از بار زنده

$$\delta_L \leq \Delta_L = \frac{L}{360}$$

$$\delta_L = \frac{P_L L^3}{48EI} = \frac{3.5 \times 1200^3}{48 \times 2040 \times 2 \times 16270} = 1.90 \text{ cm} \leq \Delta_L = \frac{L}{360} = 3.33 \text{ cm}$$

خیز ناشی از بار مرده از دو قسمت بار متمرکز مرده و بار وزن تیر تشکیل می شود.

$$\delta_D = \frac{P_D L^3}{48EI} + \frac{5}{384} \frac{q_D L^4}{EI} = \frac{4.5 \times 1200^3}{48 \times 2040 \times 2 \times 16270} + \frac{5}{384} \times \frac{2 \times 5.71 \times 10^{-4} \times 1200^4}{2040 \times 2 \times 16270} = 2.44 + 0.46 = 2.90 \text{ cm}$$

$$\delta_D + \delta_L = 2.90 + 1.90 = 4.80 \text{ cm} \leq \Delta_{D+L} = \frac{L}{240} = 5.0 \text{ cm}$$

توجه: چنانچه خیز موجود خیلی کمتر از خیز مجاز باشد، نمی توان نسبت به کاهش مقطع تیر اقدام نمود، چرا که مقطع تیر براساس کنترل خمش تعیین شده است. ولی چنانچه خیز موجود بیشتر از خیز مجاز گردد، لازم است با افزایش مقطع تیر، خیز آن را کنترل نمود.

حل ج) کنترل برش

گام ۶- محاسبه نیروی برش نهایی

برش ناشی از بار مرده و زنده در بحرانی ترین نقطه یعنی انتهای تیر محاسبه شده و برش نهایی ناشی از ترکیب بار مورد نظر محاسبه می گردد.

$$V_D = \frac{P_D}{2} + \frac{q_D L}{2} = \frac{4.5}{2} + \frac{2 \cdot 5.71 \cdot 10^{-4} \cdot 1200}{2} = 2.25 + 0.69 = 2.94 \text{ ton}$$

$$V_L = \frac{P_L}{2} = \frac{3.5}{2} = 1.75 \text{ ton}$$

$$V_u = 1.2 V_D + 1.6 V_L = 1.2 \cdot 2.94 + 1.6 \cdot 1.75 = 6.32 \text{ ton}$$

گام ۷- کنترل ظرفیت برشی

$$\lambda_w = \frac{h_c}{t_w} \leq 2.24 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$$\lambda_w = \frac{h_c}{t_w} = \frac{29.8}{0.8} = 37.25 \leq 2.24 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 2.24 \sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 65.3 \rightarrow \begin{cases} C_v = 1.0 \\ \phi_v = 1.0 \end{cases}$$

$$V_n = 0.6 f_y A_w C_v = 0.6 \cdot 2.4 \cdot (2 \cdot 36 \cdot 0.8) \cdot 1 = 82.94 \text{ ton}$$

$$V_u \leq \phi_v V_n$$

$$V_u = 6.32 \text{ ton} \leq \phi_v V_n = 1 \times 82.94 = 82.94 \text{ ton} \rightarrow OK$$

حل (د) کنترل ارتعاش

گام ۸- کنترل ارتعاش تیر:

با توجه به اینکه رابطه فرکانس تیر با فرض تیر دو سر مفصل با بار گسترده ارائه شده است، برای تعیین فرکانس تیر دارای بار متمرکز باید از روابط مبحث دینامیک سازه استفاده نمود. با این وجود چنانچه رفتار ارتعاشی تیر با بار متمرکز به صورت تقریبی با رفتار ارتعاشی تیر با بار گسترده یکسان فرض گردد، چنانچه از واحدهای ton, cm, s استفاده شود:

$$q_D = \frac{P_D}{L} + q_D = \frac{4.5}{1200} + 2 \cdot 5.71 \cdot 10^{-4} = 3.75 \cdot 10^{-3} + 1.14 \cdot 10^{-3} = 4.89 \cdot 10^{-3} \frac{\text{ton}}{\text{cm}}$$

$$g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 981 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

$$f = \frac{\pi}{2L^2} \sqrt{\frac{EIg}{q_D}} \geq 5 \text{ Hz}$$

$$f = \frac{\pi}{2 \times 1200^2} \sqrt{\frac{2040 \cdot 2 \cdot 16270 \cdot 981}{4.89 \cdot 10^{-3}}} = 3.98 \text{ Hz} \not\geq 5 \text{ Hz}$$

چنانچه از واحدهای N, m, s استفاده شود:

$$q_D = 4.89 \cdot 10^{-3} \frac{\text{ton}}{\text{cm}} = 4.89 \cdot 10^{-3} \frac{\text{ton}}{\text{cm}} \cdot 9810 \frac{\text{N}}{\text{ton}} \cdot 100 \frac{\text{cm}}{\text{m}} = 4797 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$E = 2040 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2} = 2040 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2} \cdot 9810 \frac{\text{N}}{\text{ton}} \cdot 10^4 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}^2} = 2 \cdot 10^{11} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$I = 2 \cdot 16270 \text{ cm}^4 = 2 \cdot 16270 \text{ cm}^4 \cdot 10^{-8} \frac{\text{m}^4}{\text{cm}^4} = 3.254 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$f = \frac{\pi}{2 \times 12^2} \sqrt{\frac{3.254 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 9.81}{4797}} = 3.98 \text{ Hz} \not\geq 5 \text{ Hz}$$

با توجه به اینکه فرکانس تیر کمتر از 5 Hz است، از نظر کنترل ارتعاش، مقطع در نظر گرفته شده جوابگو نبوده و باید با افزایش مقطع تیر، ارتعاش آن را کنترل نمود.

مقطع 2IPE40 بررسی می‌شود.

$$\text{IPE40} \rightarrow I = 23130 \text{ cm}^4, G = 66.3 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$q_D = \frac{P_D}{L} + q_D = \frac{4.5}{1200} + 2 * 6.63 * 10^{-4} = 3.75 * 10^{-3} + 1.33 * 10^{-3} = 5.08 * 10^{-3} \frac{\text{ton}}{\text{cm}}$$

$$f = \frac{\pi}{2L^2} \sqrt{\frac{EIg}{q_D}} \geq 5 \text{ Hz}$$

$$f = \frac{\pi}{2 \times 1200^2} \sqrt{\frac{2040 * 2 * 23130 * 981}{5.08 * 10^{-3}}} = 4.66 \text{ Hz} \not\geq 5 \text{ Hz}$$

مقطع 2IPE45 بررسی می شود.

$$\text{IPE45} \rightarrow I = 33740 \text{ cm}^4, G = 77.6 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$q_D = \frac{P_D}{L} + q_D = \frac{4.5}{1200} + 2 * 7.76 * 10^{-4} = 3.75 * 10^{-3} + 1.55 * 10^{-3} = 5.30 * 10^{-3} \frac{\text{ton}}{\text{cm}}$$

$$f = \frac{\pi}{2L^2} \sqrt{\frac{EIg}{q_D}} \geq 5 \text{ Hz}$$

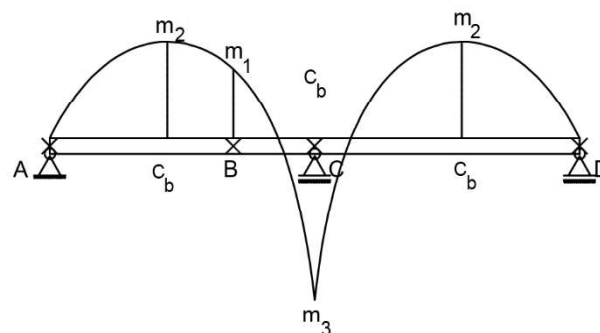
$$f = \frac{\pi}{2 \times 1200^2} \sqrt{\frac{2040 * 2 * 33740 * 981}{5.30 * 10^{-3}}} = 5.50 \text{ Hz} \geq 5 \text{ Hz}$$

ملاحظه می شود که در برخی موارد، کنترل ارتعاش تیر منجر به افزایش مقطع تیر به مقدار بیش از نیاز ظرفیت خمشی آن خواهد شد.

۴-۷ تعیین مقطع بحرانی در تیر

در حل مسائل مختلف، ابتدا دیاگرام لنگر تیر رسم می شود، سپس ناحیه بحرانی تعیین می گردد. ناحیه ای بحرانی است که لنگر بیشتر، فاصله مهار جانبی بزرگتر و ضریب یکنواختی نمودار لنگر کمتری داشته باشد. تیر براساس ناحیه بحرانی طرح شده و برای سایر نواحی کنترل می شود.

به عنوان مثال در شکل ۴-۲۳ دیاگرام لنگر یک تیر دو دهانه با دهانه های مساوی تحت اثر بار گسترده نشان داده شده است. این تیر در نقاط A, B, C, D دارای مهار جانبی بال فشاری است. در این شکل m_3 لنگر منفی حداکثر در محل تکیه گاه میانی و m_2 لنگر مثبت حداکثر تیر و m_1 لنگر در محل مهار B است.



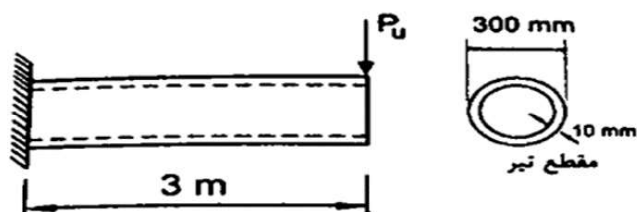
شکل ۴-۲۳ دیاگرام لنگر یک تیر دو دهانه تحت اثر بار گسترده یکنواخت

چنانچه فرض شود $m_3 > m_2 > m_1$ باشد، با بررسی سه ناحیه اول، دوم و سوم این تیر نتیجه می‌شود که لنگر طراحی در نواحی دوم و سوم برابر m_3 بوده و از لنگر طراحی ناحیه اول بیشتر است. در ناحیه سوم، فاصله مهار جانبی بزرگتر از ناحیه دوم است. در مورد ضریب C_b این دو ناحیه نمی‌توان بدون محاسبات اظهار نظر نمود. انتخاب ناحیه بحرانی، بر اساس لنگر ماکزیمم بیشتر، فواصل مهار جانبی بیشتر (L_b) و ضریب C_b کمتر انجام می‌شود. لذا انتظار می‌رود ناحیه سوم، ناحیه بحرانی باشد. در نهایت لازم است طراحی تیر بر اساس ناحیه بحرانی آن انجام می‌گیرد و سپس تیر برای نواحی دیگر کنترل شود.

توجه: در تعیین ناحیه بحرانی توصیه می‌شود ابتدا لنگر بیشتر، سپس L_b بیشتر و در نهایت C_b کمتر مورد توجه قرار گیرد.

۴-۸ تستهای فصل چهارم

۱. اگر از وزن واحد طول تیر طره ای شکل زیر صرف نظر شود و تیر در انتهای آزاد خود فاقد مهار جانبی باشد، آنگاه بر اساس کنترل مقاومت خمشی، حداکثر P_u قابل تحمل توسط تیر بر حسب KN به کدام یک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟ (محاسبات اوردیبهشت ۹۷)



۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

۴۰ (۲)

۷۰ (۱)

$$\frac{D}{t} = \frac{300}{10} = 30 < 0.07 \frac{E}{F_y} = 58 \quad OK$$

جدول ۴-۲-۱۰ نسبت‌های پهنا به ضخامت اجزای فشاری تقویت شده در اعضای تحت اثر خمش

مثال‌های نمونه	حداکثر نسبت پهنا به ضخامت		نسبت پهنا به ضخامت	شرح اجزا	حالت
	لاغر / غیر فشرده (λ_p)	غیر فشرده / فشرده (λ_p)			
	$0.7 \frac{E}{F_y}$	$0.31 \frac{E}{F_y}$	D/t	مقاطع توخالی دایره‌ای شکل	۲۰

مقطع فشرده می باشد. بنابراین

$$(M_u = P_u \times L) < (\phi M_n = \phi Z F_y)$$

$$(P_u \times 3) < (0.9 \times Z F_y)$$

اساس پلاستیک (Z) مقطع لوله برابر $Z = 4R^2 t$ می باشد و در شکل فوق شعاع میانگین لوله برابر $R = 145 \text{ mm}$ می باشد. بنابراین:

$$(P_u \times 3000 \text{ mm}) < (0.9 \times (4R^2 t) F_y) \rightarrow P_u < \frac{0.9 \times 4 \times 145^2 \times 10 \times 240}{3000} = 60.55 \text{ kN}$$

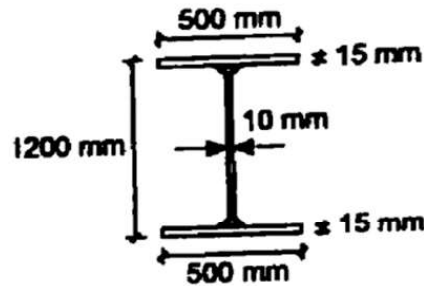
۲. تیرورق شکل زیر تحت خمش حول محور اصلی است. بال‌های این تیر ورق به طور سراسری و پیوسته توسط جوش گوشه به بعد ۱۰ متری متصل است، در خصوص طبقه بندی مقطع تیر از منظر کماتش موضعی، کدام گزینه صحیح است؟ (محاسبات، آبان ۹۳)

(1) مقطع با بال فشرده و جان لاغر

(2) غیر فشرده

(3) فشرده

(4) مقطع با اجزای لاغر

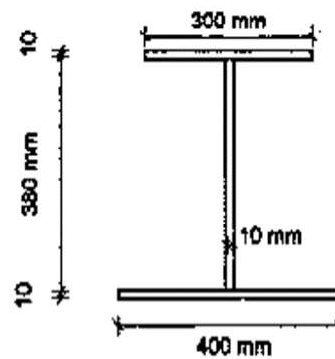


$$\left(0.38 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 10.96 \right) < \frac{b}{t} = \frac{250}{15} = 16.7 < \left(\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 28.86 \right)$$

$$\left(3.76 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 108 \right) < \frac{h}{t} = \frac{1200 - 30}{10} = 117 < \left(5.7 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 163.72 \right)$$

۳. تیر ورقی با مقطع مقابل با ST37 با اتصال جوش جان به بال ساخته شده است و تحت لنگر خمشی مثبت قرار دارد.

بال فشاری این مقطع از نظر کمانش موضعی چگونه طبقه بندی می شود؟ (محاسبات خرداد ۹۳)



(۲) فشرده

(۱) لاغر

(۴) با اطلاعات داده شده قابل بررسی نیست

(۳) غیر فشرده

$$Y = \frac{300 \times 10 \times 395 + 380 \times 10 \times 200 + 400 \times 10 \times 5}{300 \times 10 + 380 \times 10 + 400 \times 10} = 182 \text{ mm}$$

$$\frac{S_{xt}}{S_{xc}} = \frac{182}{400 - 182} = 0.835 \rightarrow F_L = 0.7F_y = 186 \text{ MPa}$$

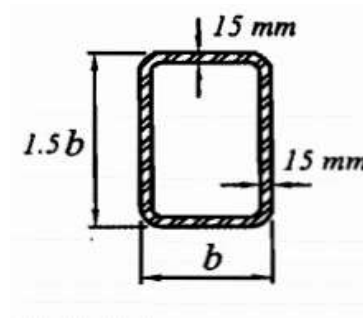
$$K_c = \frac{4}{\sqrt{\frac{h}{t_w}}} = \frac{4}{\sqrt{\frac{380}{10}}} = 0.65$$

$$\lambda_r = 0.95 \sqrt{\frac{0.65E}{F_L}} = 0.95 \sqrt{\frac{0.65 \times 200000}{186}} = 25.11$$

$$\lambda_p = 0.38 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 0.38 \sqrt{\frac{200000}{240}} = 10.96$$

$$\lambda = \frac{145}{10} = 14.5$$

۴. مقطع نشان داده شده در شکل زیر تحت اثر نیروی محوری فشاری و لنگر خمشی دو محوره نسبت به محورهای اصلی مقاطع قرار دارد. حداکثر مقدار b حدودا چقدر میتواند باشد ؟ تا مقطع از منظر کماتش موضعی در برابر نیروی محوری فشاری غیرلاغر در برابر لنگرهای خمشی فشرده باشد ؟ (محاسبات ، بهمن ۹۴)



(۴) ۳۵۰ میلیمتر

(۳) ۴۳۰ میلیمتر

(۲) ۵۳۰ میلیمتر

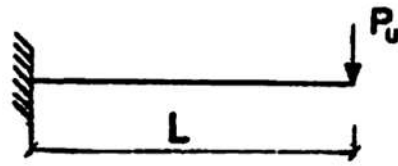
(۱) ۶۵۰ میلیمتر

با توجه به اینکه خمش دو محوره است، هر چهار وجه مقطع ممکن است به عنوان بال استفاده شوند و بنابراین وجه بلندتر باید کنترل شود (1.5b):

$$\frac{(1.5b - 45)}{t} < \begin{cases} 1.12 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 32.33 \\ 1.4 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 40.4 \end{cases} \rightarrow b < 353 \text{ mm}$$

(ت) برای بالهای مقاطع توخالی مستطیلی شکل (HSS)، پهنای b عبارت است از فاصله آزاد بین جانها منهای شعاع گوشه داخلی در هر طرف. برای جانهای مقاطع توخالی مستطیل شکل (HSS)، h عبارت است از فاصله آزاد بین بالها منهای شعاع گوشه داخلی در هر طرف. چنانچه شعاع گوشه معلوم نباشد، مقادیر h و b را می توان معادل بعد متناظر خارجی منهای سه برابر ضخامت در نظر گرفت.

۵. یک عضو طره ای که انتهای آزاد آن فاقد مهارجانبی بوده و تحت اثر بار متمرکز P_u در انتهای آزاد قرار دارد. دارای مقطع I شکل فشرده با دو محور تقارن بوده و تحت اثر خمش حول محور قوی قرار دارد. اگر در این تیر $L_p = 0.5L$ و $L_r = 1.5L$ و $Z_x = 1.25 S_x$ محاسبه شده باشد، مقدار مقاومت خمشی طراحی آن به کدام یک از مقادیر زیر نزدیکتر است ؟ (محاسبات مهر ۹۸)



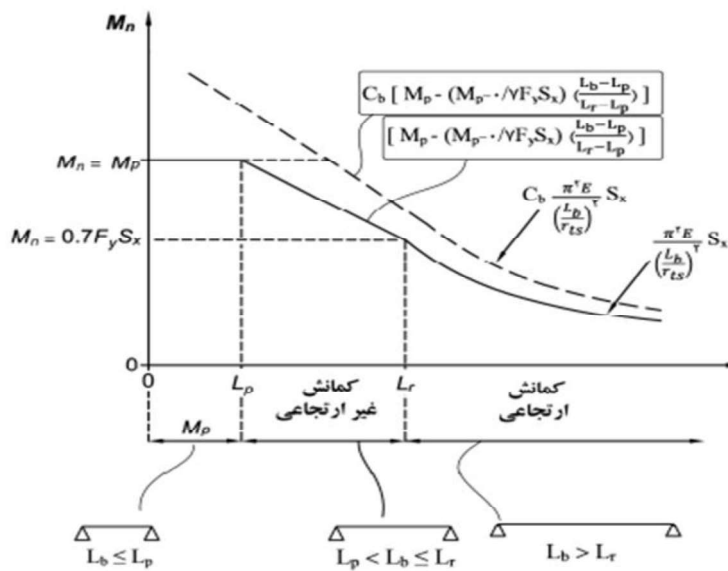
$$0.9 M_p \quad (1)$$

$$0.7 M_p \quad (2)$$

$$0.78 M_p \quad (3)$$

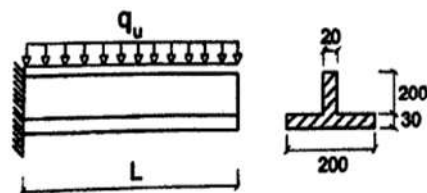
$$0.56 M_p \quad (4)$$

$$\phi M_n = \frac{\phi M_p + \phi \times 0.7 S F_y}{2} = \frac{0.9 Z F_y + 0.9 \times 0.7 \left(\frac{Z}{1.25} \right) F_y}{2} = 0.7 M_p$$



۶. در یک عضو خمشی طره ای با مقطع شکل زیر نسبت لنگر پلاستیک به لنگر تسلیم آن نسبت به دورترین تار کششی

مقطع به کدام یک از مقادیر زیر نزدیکتر است ؟ (محاسبات بهمن ۹۷)



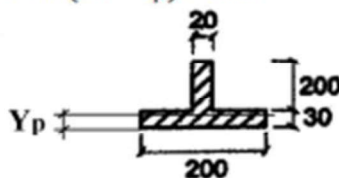
$$1.35 \quad (1)$$

$$1.65 \quad (2)$$

$$1.8 \quad (3)$$

$$2.4 \quad (4)$$

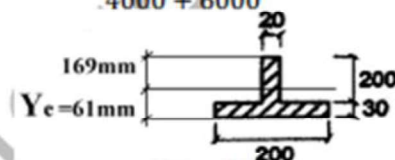
$$200Y_p = 4000 + (30 - Y_p) \times 200 \rightarrow Y_p = 25 \text{ mm}$$



$$Z = 4000 \times (100 + 5) + 1000 \times (2.5) + 5000 \times (12.5) = 485000 \text{ mm}^3$$

$$M_p = ZF_y = 485000 \times 240 = 116.4 \text{ kN.m}$$

$$y_e = \frac{4000 \times (100 + 30) + 6000 \times (15)}{4000 + 6000} = 61 \text{ mm}$$



$$I = \frac{20 \times 200^3}{12} + 4000 \times (169 - 100)^2 + \frac{30 \times 200^3}{12} + 6000 \times (61 - 15)^2 = 45.523 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$M_y = SF_y = \frac{I}{y} F_y = \frac{45.523 \times 10^6}{169} 240 = 64.64 \text{ kN.m}$$

$$\frac{M_p}{M_y} = \frac{116.4}{64.64} = 1.8$$

۷. در شکل های زیر نمودار لنگر خمشی چند تیر فولادی به طول که بر آن ها مهار های جانبی فقط در ابتدا و انتهای

تیر قرار دارند، نشان داده است. کدام یک از تیرهای زیر به لحاظ کمایش جانبی-پیچشی از شرایط بحرانی تری برخوردار

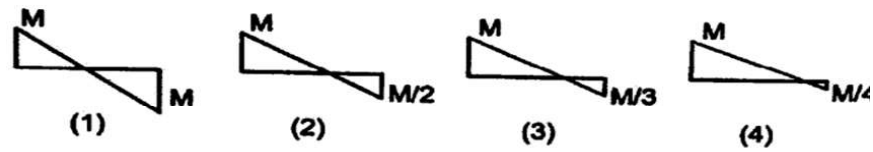
است؟ (محاسبات بهمن ۹۷)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

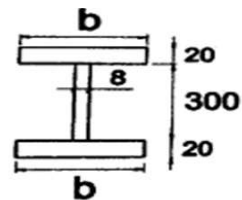
۱ (۱)



با توجه به نمودارهای خمشی در تیر ۴ قسمت عمده مقطع به صورت یک طرفه تحت خمشی قرار دارد و بنابراین بحرانی تر از بقیه است.

البته می توان برای هر کدام از تیرها مقدار C_b را محاسبه کرد و بر اساس مقدار C_b به نتیجه فوق رسید C_b تیر ۴ از همه کمتر خواهد بود.

۸. در یک تیر فولادی با مقطع شکل زیر چنانچه فاصله مهارهای جانبی برابر ۳ متر باشد، آنگاه بدون توجه به نمودار لنگر خمشی تیر، حداقل پهنای بال مقطع (b) برای آنکه حالت حدی کمانش جانبی-پیچشی حاکم بر مقاومت خمشی اسمی تیر نشود، به کدام یک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟ (محاسبات-بهمین-۹۷)



۳۰۰ (۴)

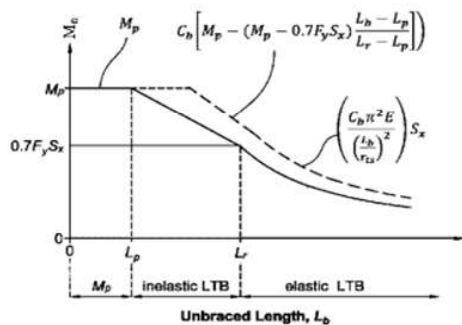
۲۶۰ (۳)

۲۳۰ (۲)

۲۰۰ (۱)

مقطع فشرده است و در صورتی که کمانش پیچشی جانبی حاکم نشود، مقاومت خمشی بر اساس لنگر مقاوم پلاستیک مقطع (M_p) محاسبه می شود.

به شکل زیر توجه کنید. برای اینکه کمانش پیچشی جانبی حاکم نشود، طول آزاد باید کمتر از L_p شود.



ب-اگر $L_b \leq L_p$ باشد لزومی به در نظر گرفتن کمانش پیچشی - جانبی نمی باشد.

ب-۲) برای $L_p < L_b \leq L_r$

$$M_n = C_b [M_p - (M_p - 0.7F_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right)] \leq M_p \quad (۴-۵-۲-۱۰)$$

ب-۳) برای $L_b > L_r$:

$$M_n = F_y S_x \leq M_p \quad (۵-۵-۲-۱۰)$$

$$(L_b = 3000) < \left(L_p = 1.76 r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 50.8 \sqrt{\frac{I_y}{A}} \right) \rightarrow \frac{I_y}{A} > 3485$$

$$\rightarrow \frac{I_y}{A} = \frac{2 \left(\frac{20 \times b^3}{12} \right) + \frac{300 \times 8^3}{12}}{2 \times 20b + 300 \times 8} = \frac{3.3333b^3 + 12800}{40b + 2400} > 3485$$

$$b = 200 \rightarrow \frac{I_y}{A} = 2565 \text{ N.G.}$$

$$b = 230 \rightarrow \frac{I_y}{A} = 3497 \text{ OK}$$

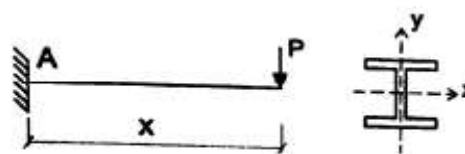
$$b = 260 \rightarrow \frac{I_y}{A} = 4578 \text{ OK}$$

$$b = 300 \rightarrow \frac{I_y}{A} = 6250 \text{ OK}$$

۹. در شکل زیر، فقط در نقطه A تکیه گاه جانبی دارد اگر مقطع تیر IPE200 بوده و مقاومت خمشی اسمی آن حول

محور X برابر 0.8Mpa تیر باشد. حداکثر طول مجاز تیر بر حسب متر به کدام یک از گزینه های زیر نزدیک تر

است؟ (محاسبات، بهمن ۹۷)



$$F_y = 240 \text{ Mpa}$$

(۴)

۲,۰(۳)

۲,۵(۲)

۳,۰(۱)

با توجه به شکل زیر (جزوه فولاد ویرایش ۹۷)، و با توجه به اینکه طبق گفته مساله مقاومت خمشی اسمی تیر برابر $0.8M_p$ می باشد، حتما طول آزاد تیر مابین L_p و L_r می باشد و مقاومت آن از رابطه زیر بدست می آید:

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - 0.7S_x F_y) \frac{X - L_p}{L_r - L_p} \right] \rightarrow C_b \left[M_p - (M_p - 0.7S_x F_y) \frac{X - L_p}{L_r - L_p} \right] = 0.8M_p$$

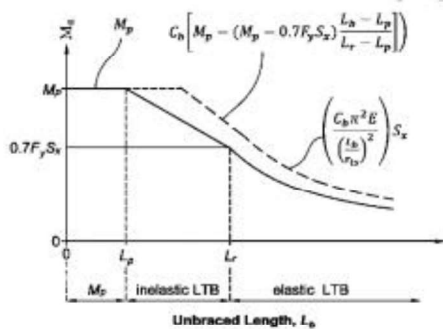
$$M_n = 0.8M_p$$

با توجه به طره بودن، ضریب $C_b = 1$ خواهد بود.

در انتهای جزوه فولاد، برای مقاطع IPE مقادیر L_p و L_r ارائه شده است. این مقادیر در برخی جداول اشتاینل نیز آمده است. با جاگذاری مقادیر لازم از جدول اشتاینل داریم:

$$1 \left[285000F_y - (285000F_y - 0.7 \times 252000F_y) \frac{X - 1029}{4543 - 1029} \right] = 0.8 \times 285000F_y$$

$$285000 - (285000 - 0.7 \times 252000) \frac{X - 1029}{4543 - 1029} = 228000 \rightarrow X = 2873 \text{ mm}$$



ب-۱) اگر $L_b \leq L_p$ باشد لزومی به در نظر گرفتن کماتش پیچشی - جانبی نمی باشد.

ب-۲) برای $L_p < L_b \leq L_r$

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - 0.7F_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p \quad (4-5-10)$$

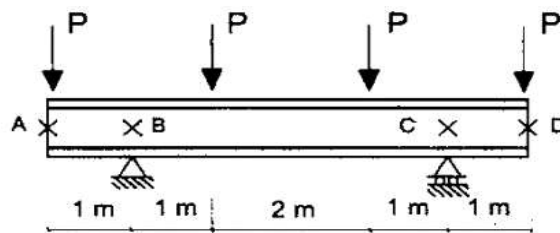
ب-۳) برای $L_b > L_r$

$$M_n = F_y S_x \leq M_p \quad (5-5-10)$$

۱۰. در تیر با مقطع شکل زیر، فرض کنید در نقاطی که با علامت X مشخص شده است، مهارهای جانبی وجود دارد.

مقدار ضریب اصلاح کماتش پیچشی - جانبی (C_b) در ناحیه BC به کدام یک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟

مهر ۹۶)



۳(۴)

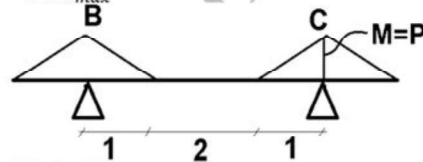
۱,۶۷ (۳)

۱ (۲)

۵(۱)

با توجه به شکل زیر در فاصله نقاط B تا C مقدار قدر مطلق لنگر در یک چهارم ابتدایی، یک دوم میانی و سه چهارم طول تیر برابر با صفر است و بنابراین داریم:

$$C_b = \frac{12.5M_{max}}{2.5M_{max} + 3M + 4M + 3M} = \frac{12.5M_{max}}{2.5M_{max}} = 5$$



- در اصلاحیه مبحث دهم (به شکل زیر توجه کنید) برای C_b محدودیت ۳ قرار داده شده است. منتهی این محدودیت تنها برای مواردی عنوان شده که ضریب C_b بر اساس تبصره ۲ (با اعمال ضریب R_m) اصلاح شود.

در این سوال "طبق مبحث دهم" محدودیت ۳ برای C_b حاکم نیست و بنابراین مقدار $C_b=5$ خواهد بود.

۳-۱-۵-۲-۱۰ برای اعضا با مقطع دارای یک محور تقارن و با انحنای ساده و خمش حول محور

قوی و برای کلیه اعضا با مقطع دارای دو محور تقارن، ضریب اصلاح کمانش پیچشی- جانبی (C_b)

در نمودار لنگر خمشی غیر یکنواخت در حد فاصل دو مقطع مهارشده از رابطه زیر تعیین می‌شود.

$$C_b = \frac{12/5 M_{max}}{2/5 M_{max} + 2M_A + 2M_B + 2M_C} \quad (1-5-2-10)$$

M_{max} = قدر مطلق لنگر خمشی حداکثر در حد فاصل دو مقطع مهارشده

M_A = قدر مطلق لنگر خمشی در نقطه $\frac{1}{4}$ طول مهارنشده

M_B = قدر مطلق لنگر خمشی در نقطه $\frac{1}{4}$ طول مهارنشده

M_C = قدر مطلق لنگر خمشی در نقطه $\frac{3}{4}$ طول مهارنشده

تبصره ۱: برای تیرهای طره‌ای که انتهای آزاد آنها مهار نشده است، C_b مساوی واحد می‌باشد.

تبصره ۲: برای اعضا با مقطع دارای یک محور تقارن و با انحنای مضاعف ضریب اصلاح کمانش

پیچشی- جانبی (C_b) باید به شرح زیر با ضریب R_m تشدید شود.

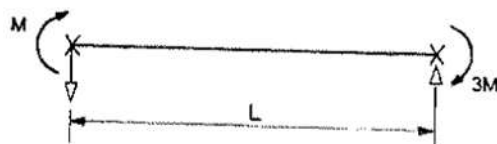
$$R_m = 0.5 + 2 \left(\frac{I_{y \text{ Top}}}{I_y} \right)^2 \quad (2-5-2-10)$$

ردیف	شرح	غلط	صحیح
۲۲	صفحه ۶۲ سطر دوم از انتهای صفحه، تبصره ۲	با ضریب R_m تشدید شود	با ضریب R_m اصلاح شود. در هر صورت C_b اصلاح شده نباید از ۳ بزرگتر در نظر گرفته شود

۱۱. در عضو خمشی نشان داده شده در شکل زیر که در دو انتهای خود دارای مهارجانبی بوده و در طول خود فاقد بار

خارجی است. مقدار ضریب اصلاح کمانش پیچشی- جانبی به کدام یک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟ (شهریور ۹۵)

(

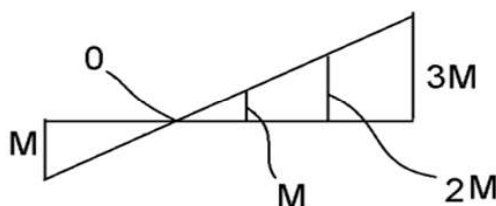


2.14(1)

1.6(2)

1.36(3)

1(4)



$$\left. \begin{matrix} M_A = 0 \\ M_B = M \\ M_C = 2M \end{matrix} \right\} C_b = \frac{12.5 \times 3M}{2.5 \times 3M + 3 \times 0 + 4 \times M + 3 \times 2M} = 2.14$$

۱-۵-۲-۱۰ الزامات عمومی

۱-۵-۲-۱۰-۱ مقاومت خمشی طراحی مساوی $\phi_b M_n$ می‌باشد که در آن، ϕ_b ضریب کاهش مقاومت برابر ۰/۹ و M_n مقاومت خمشی اسمی می‌باشد که باید طبق الزامات بندهای ۱-۵-۲-۱۰ و ۱۲-۵-۲-۱۰ تعیین شود.

تبصره: انتخاب بند مربوط به تعیین مقاومت خمشی اسمی اعضای خمشی برای مقاطع مختلف می‌تواند مطابق جدول ۱-۵-۲-۱۰ اختیار شود.

۱-۵-۲-۱۰-۲ تمامی الزامات این بخش بر این فرض استوار هستند که از پیچش مقطع حول محور طولی عضو در نقاط تکیه‌گاهی اعضای خمشی جلوگیری شده است.

۱-۵-۲-۱۰-۳ برای اعضا یا مقطع دارای یک محور تقارن و با انحنای ساده و خمش حول محور قوی و برای کلیه اعضا یا مقطع دارای دو محور تقارن، ضریب اصلاح کمانش پیچشی- جانبی (C_b) در نمودار لنگر خمشی غیر یکنواخت در حد فاصل دو مقطع مهارشده از رابطه زیر تعیین می‌شود.

$$C_b = \frac{12/5 M_{max}}{2/5 M_{max} + 2M_A + 2M_B + 2M_C} \quad (1-5-2-10)$$

که در آن:

M_{max} = قدر مطلق لنگر خمشی حداکثر در حد فاصل دو مقطع مهارشده

M_A = قدر مطلق لنگر خمشی در نقطه $\frac{1}{4}$ طول مهارنشده

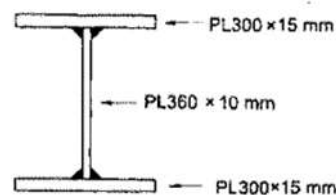
M_B = قدر مطلق لنگر خمشی در نقطه $\frac{1}{2}$ طول مهارنشده

M_C = قدر مطلق لنگر خمشی در نقطه $\frac{3}{4}$ طول مهارنشده

۱۲. مقطع تیر نشان داده شده در شکل زیر تحت خمش حول محور قوی قرار دارد. به ازای حدودا چه طول مهار نشده

این عضو، حالت حدی تسلیم خمشی و حالت حدی کمانش پیچشی جانبی غیر ارتجاعی به طور همزمان حاکم بر

طرح میشود؟ (شهریور ۹۵)

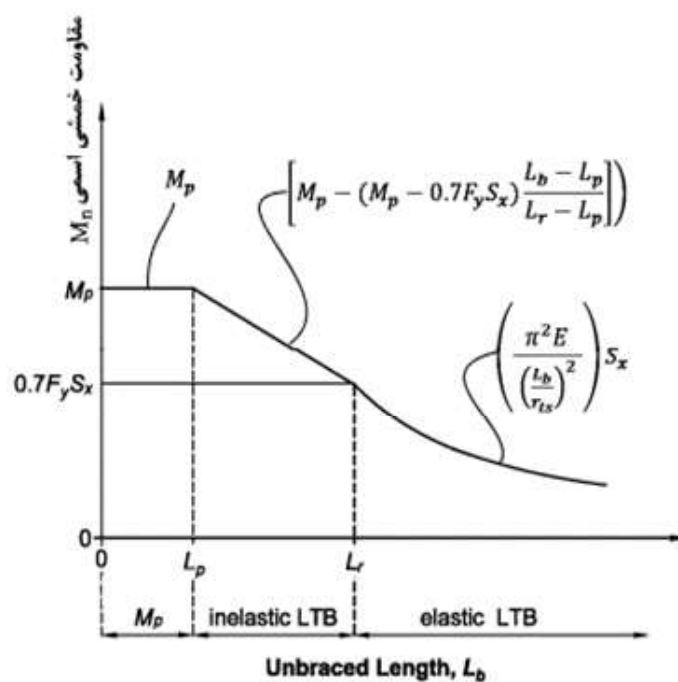


۳,۷۲(۴)

۲,۷۲(۳)

۴,۷۲(۲)

۱,۷۲(۱)

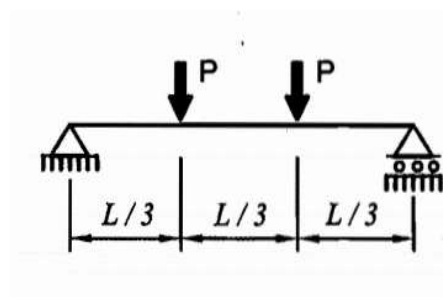


اگر $L_b = L_p$ شود حالت مرزی اتفاق می افتد:

$$L_p = 1.76 r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 1.76 \sqrt{\frac{I_y = 2 \times \frac{15 \times 300^3}{12} + \frac{360 \times 10^3}{12}}{A = 2 \times 300 \times 15 + 360 \times 10}} \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 3719 \text{ mm}$$

۲۸) چنانچه مقطع تیر فولادی نشان داده شده در شکل زیر دارای دو محور تقارن بوده و تیر در تکیه گاه ها و در وسط دهانه

دارای مهارجانبی باشد، مقدار ضریب C_b به کدام یک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟ (بهمن ۹۴)



۱,۶۷ (۴)

۱,۳ (۳)

۱,۴ (۲)

۱ (۱)

گزینه ۳

$$\left. \begin{aligned} M_A &= M \\ M_B &= \frac{0.25}{0.333} M = 0.75M \\ M_C &= \frac{0.125}{0.333} M = 0.375M \end{aligned} \right\} C_b = \frac{12.5 \times M}{2.5M + 3M + 4 \times 0.75M + 3 \times 0.375M} = 1.299$$

۱-۵-۲-۱۰ الزامات عمومی

۱-۵-۲-۱۰-۱ مقاومت خمشی طراحی مساوی M_u می‌باشد که در آن، ضریب کاهش مقاومت برابر ϕ و M_n مقاومت خمشی اسمی می‌باشد که باید طبق الزامات بندهای ۱-۵-۲-۱۰ و ۱-۵-۲-۱۰ تعیین شود.

تبصره: انتخاب بند مربوط به تعیین مقاومت خمشی اسمی اعضای خمشی برای مقاطع مختلف می‌تواند مطابق جدول ۱-۵-۲-۱۰ اختیار شود.

۱-۵-۲-۱۰-۲ تمامی الزامات این بخش بر این فرض استوار هستند که از پیش‌فرض مقطع حول محور طولی عضو در نقاط تکیه‌گاهی اعضای خمشی جلوگیری شده است.

۱-۵-۲-۱۰-۳ برای اعضا با مقطع دارای یک محور تقارن و با اتحنای ساده و خمش حول محور قوی و برای کلیه اعضا با مقطع دارای دو محور تقارن، ضریب اصلاح کمانش پیچشی-جانبی (C_b) در نمودار لنگر خمشی غیر یکنواخت در حد فاصل دو مقطع مهارشده از رابطه زیر تعیین می‌شود.

$$C_b = \frac{12/5 M_{max}}{2/5 M_{max} + 2M_A + 2M_B + 2M_C} \quad (1-5-2-10)$$

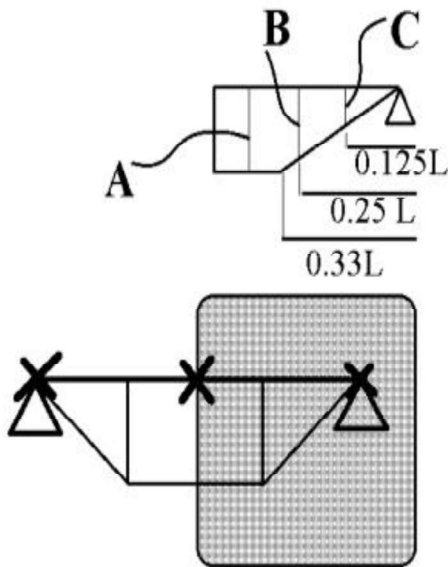
که در آن:

M_{max} = قدر مطلق لنگر خمشی حداکثر در حد فاصل دو مقطع مهارشده

M_A = قدر مطلق لنگر خمشی در نقطه $\frac{1}{4}$ طول مهارشده

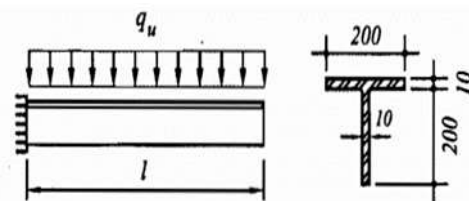
M_B = قدر مطلق لنگر خمشی در نقطه $\frac{1}{2}$ طول مهارشده

M_C = قدر مطلق لنگر خمشی در نقطه $\frac{3}{4}$ طول مهارشده



۱۳. چنانچه تیر طره ای با مقطع سپری شکل زیر از تکیه گاه جانبی کافی برخوردار باشد، بر اساس حالت حدی تسلیم،

مقاومت خمشی اسمی تیر بر حسب کیلونیوتن متر به کدام یک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟ (بهمن ۹۴)

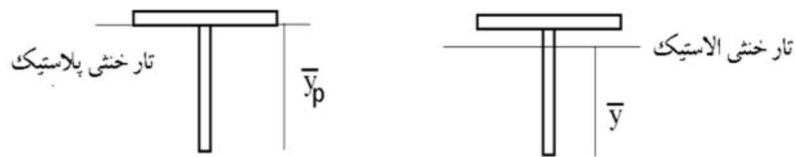


۷۳،۹(۴)

۵۰،۴(۳)

۴۴،۶(۲)

۲۷،۹(۱)



$$y_p = 200 \text{ mm}$$

$$y_e = \frac{200 \times 10 \times 100 + 200 \times 10 \times 205}{4000} = 152.5$$

$$I = \frac{10 \times 200^3}{12} + 10 \times 200 \times (152.5 - 100)^2 + \frac{10^3 \times 200}{12} + 10 \times 200 \times (205 - 152.5)^2 = 17708333 \text{ mm}^3$$

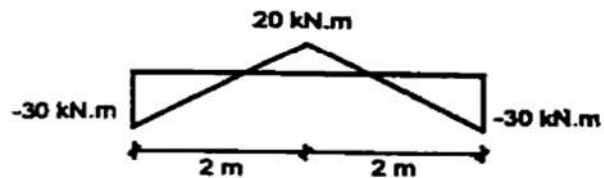
در شکل فوق جان تحت فشار خواهد بود و بنابراین باید از قسمت الف-۲ محاسبه شود:

$$M_n = \min \left\{ \begin{array}{l} ZF_y = (200 \times 10 \times 5 + 200 \times 10 \times 100) \times 240 = 50400000 \text{ N.mm} = 50.4 \text{ kN.m} \\ M_y = SF_y = \frac{I}{y} F_y = \frac{17708333}{152.5} \times 240 = 27868852 \text{ N.mm} = 27.869 \text{ kN.m} \end{array} \right\} = 27.9 \text{ kN.m}$$

۱۴. نمودار لنگر خمشی یک تیر فولادی IPE300 به طول ۴ متر به صورت زیر است. در صورتی که تیر در تکیه گاه ها

و در وسط دهانه دارای مهار جانبی باشد، ضریب اصلاح کمانش پیچشی - جانبی (C_b) به کدام یک نزدیکتر است؟

(ابان ۹۳)



۲،۲(۴)

۲(۳)

۱،۲(۲)

۳(۱)

$$C_b = \frac{12.5 \times 30}{2.5 \times 30 + 3 \times 17.5 + 4 \times 5 + 3 \times 7.5} = 2.206$$

۱۰-۲-۵-۳ برای اعضا با مقطع دارای یک محور تقارن و با انحنا ساده و خمش حول محور

قوی و برای کلیه اعضا با مقطع دارای دو محور تقارن، ضریب اصلاح کمانش پیچشی-جانبی (C_b)

در نمودار لنگر خمشی غیر یکنواخت در حد فاصل دو مقطع مهار شده از رابطه زیر تعیین می شود.

$$C_b = \frac{12/5 M_{\max}}{2/5 M_{\max} + 2M_A + 4M_B + 2M_C} \quad (۱۰-۲-۵)$$

۱۵. یک تیر خمشی با مقطع IPE270 تحت خمش یکنواخت حول محور قوی قرار دارد. در صورتی که دهانه تیر ۶ متر و فواصل تکیه گاهی جانبی بال فشاری ۳ متر باشد، مقاومت خمشی اسمی این عضو کدام است ؟ ($Z_x = 1.12 S_x$) (آبان ۹۳)

0.75Mp (1

Mp(2

0.9Mp(3

0.85Mp(4

طراح فراموش کرده است که تنش تسلیم را ارائه کند. البته با توجه به اینکه تمام مقاطع IPE موجود در ایران از نوع S240 می باشند، تنش تسلیم برابر 240MPa فرض می شود.

$$L_b = 3000 \text{ mm} \quad L_p = 50.8 \sqrt{\frac{420}{45.9}} = 153.66 \text{ cm} = 1536.6 \text{ mm} \quad r_{ts} = \sqrt{\frac{4200000 \times 259.8}{2 \times 429000}} = 3.566 \text{ cm} = 35.66 \text{ mm}$$

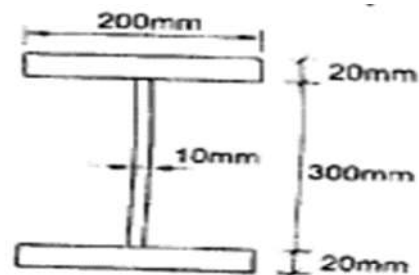
$$J = \frac{2 \times 135 \times 10.2^3 + 259.8 \times 6.6^3}{3} = 120406$$

$$L_r = 1.95 \times 35.66 \times \frac{200000}{0.7 \times 240} \sqrt{\frac{120406 \times 1}{429000 \times 259.8} + \sqrt{\left(\frac{120406 \times 1}{429000 \times 259.8}\right)^2 + 6.76 \left(\frac{0.7 \times 240}{2 \times 10^5}\right)^2}} = 4909 \text{ mm}$$

با توجه به اینکه خمش یکنواخت داریم، C_b برابر یک خواهد بود.

$$M_n = 1 \left[M_p - (M_p - 0.7 S_x F_y) \frac{3000 - 1536.6}{4909 - 1536.5} \right] = \left[M_p - (M_p - 0.625 M_p) \frac{3000 - 1536.6}{4909 - 1536.5} \right] = 0.837 M_p$$

۱۶. چنانچه مقطع یک تیر مطابق شکل زیر باشد، طول مهار نشده آن که مرز بین حالت حدی تسلیم و حالت حدی کمانش پیچشی-جانبی غیر ارتجاعی را مشخص میکند، به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟ (محاسبات-مرداد ۹۴-)



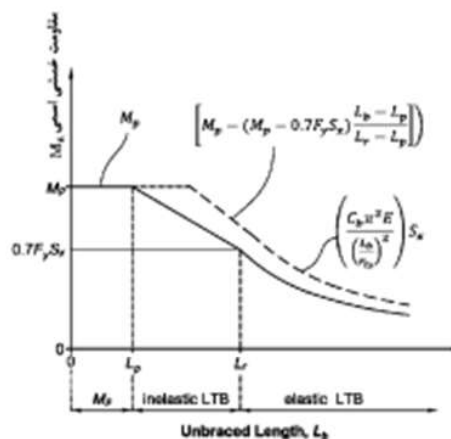
3.0(1

2.5(2

2.0(3

.1(4

سوال در واقع مقدار L_p را می خواهد. (به شکل زیر توجه نمایید).



تعریف زیر نیز در مبحث ۱۰ آمده است:

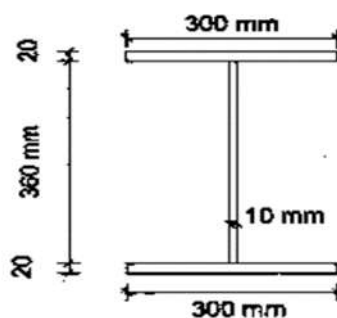
L_p = طول مهارنشده عضو مطابق رابطه زیر، که مرز بین حالت حدی تسلیم و حالت حدی کماتش پیچشی - جانبی غیرارتجاعی را مشخص می کند.

$$L_p = 1.76 r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} \quad (۶-۵-۲-۱۰)$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$L_p = 1.76 \sqrt{\frac{I_x}{A}} \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 1.76 \sqrt{\frac{2 \times \frac{20 \times 200^3}{12} + \frac{300 \times 10^3}{12}}{2 \times 20 \times 200 + 10 \times 300}} \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 1.76 \sqrt{\frac{26691667}{11000}} \sqrt{\frac{200000}{240}} = 2502 \text{ mm}$$

۱۷. مقطع مقابل تحت خمش حول محور قوی است. مقدار شعاع ژیراسیون موثر T_{ts} به کدام یک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟ فولاد ST37 است. (محاسبات خرداد ۹۳)



۱۰۰ (۴)

۸۵ (۳)

۵۰ (۲)

۲۵ (۱)

روش دقیق:

$$\alpha_w = \frac{3600}{6000} = 0.6$$

$$r_t = \frac{3600}{\sqrt{12 \left(\frac{380}{400} + \frac{1}{6} \times 0.6 \frac{360^2}{380 \times 400} \right)}} = 85$$

روش تقریبی:

$$r_t = \frac{300}{\sqrt{12 \left(1 + \frac{1}{6} \times 0.6 \right)}} = 82.5$$

در روابط فوق:

 h_o = مرکز تا مرکز بال‌ها h = فاصله بین شروع گردی ریشه جان به بال برای نیمرخ‌های نوردشده و فاصله آزاد بین دو بال

برای مقاطع ساخته‌شده از ورق

 d = ارتفاع کلی مقطع b_{fc} = پهنای بال فشاری t_{fc} = ضخامت بال فشاری t_w = ضخامت جان a_w = نسبت دو برابر مساحت جان تحت فشار به مساحت کلیه اجزای بال فشاری به عبارت دیگر:

$$a_w = \frac{h_c t_w}{b_{fc} t_{fc}} \quad (27-5-2-10)$$

۴-۵-۲-۱۰ مقاومت خمشی اسمی سایر اعضای با مقطع I شکل با یک یا دو محور تقارن

با بال‌های فشرده یا غیر فشرده و جان فشرده یا غیر فشرده حول محور قوی

(ب) کماتش پیچشی- جانبی

 r_t = شعاع ژیراسیون موثر برای کماتش پیچشی- جانبی مطابق روابط زیر:

• برای مقاطع I شکل با بال فشاری مستطیلی

$$(25-5-2-10)$$

$$r_t = \frac{b_{fc}}{\sqrt{12 \left(\frac{h_o}{d} + \frac{1}{6} a_w \frac{h^2}{h_o d} \right)}}$$

• برای مقاطع I شکل با بال فشاری غیرمستطیلی نظیر بال‌های تقویت‌شده با ورق یا ناودانی:

 r_t = شعاع ژیراسیون مقطعی شامل مجموع بال فشاری و یک سوم ناحیه فشاری جان نسبت به

محور مار بر جان تیر (محور Y)

تبصره: برای مقاطع I شکل با بال فشاری مستطیلی، r_t را می‌توان به طور محافظه‌کارانه مساویشعاع ژیراسیون بال فشاری به علاوه $\frac{1}{3}$ ناحیه فشاری جان نسبت به محور ضعیف مقطع

(محور Y) در نظر گرفت. به عبارت دیگر:

$$r_t = \frac{b_{fc}}{\sqrt{12 \left(1 + \frac{1}{6} a_w \right)}} \quad (26-5-2-10)$$

۱۸. تیر IPE300 با مهار جانبی کافی بال فشاری، در محل اتصال خمشی با ستون در هر یک از بال‌های بالا و پایین

دارای دو سوراخ با قطر ۲۰ میلی متر است. دو سوراخ بال پایین و دو سوراخ بال بالا همگی در یک مقطع عرضی از

تیر قرار دارند و فواصل آنها از لبه‌ها به درستی تنظیم شده است. در صورتی که فولاد از نوع ST37 باشد مقدار

مقاومت خمشی اسمی مقطع در محدوده سوراخ به کدام یک از مقادیر نزدیک است؟ (خرداد ۹۳)

۱۱۰ (۴)

۱۳۵ (۳)

۱۵۰ (۲)

۱۷۰ (۱)

$$F_u A_{fn} = 370 \times 10.7(150 - 40) = 435.5 \text{ kN}$$

$$Y_t F_y A_{fg} = 240 \times 10.7(150) = 385.2 \text{ kN}$$

بنابراین سوراخها تاثیری بر مقاومت خمشی ندارند و با توجه به فشرده بودن مقطع و نیز وجود مهار جانبی کافی:

$$M_n = Z F_y \cong 1.12 S F_y = 1.12 \times 557000 \times 240 = 149.7 \text{ kN.m}$$

۱۰-۲-۵-۱۳ تناسبیات ابعادی مقطع اعضای خمشی

الف) اعضای با مقاطع دارای بال کششی سوراخ دار

این بند مربوط است به اعضای با مقاطع نوردشده و ساخته شده از ورق که مقطع آنها دارای سوراخ بوده و مقاومت خمشی اسمی آنها بر مبنای سطح مقطع کلی محاسبه شده است.

در این گونه اعضا در صورت وجود سوراخ در بال یا بال ها، در محاسبه مقاومت خمشی اسمی (M_n) در محدوده سوراخ باید محدودیت های گسیختگی بال کششی در نظر گرفته شود.

در صورت برقراری رابطه زیر، هیچ گونه محدودیتی در محاسبه مقاومت خمشی اسمی به خاطر وجود سوراخ در بال کششی در نظر گرفته نمی شود.

$$F_u A_{fb} \geq Y_t F_y A_{fg} \quad (۷۶-۵-۲-۱۰)$$

که در آن:

 A_{fg} = سطح مقطع کلی بال کششی A_{fb} = سطح مقطع خالص بال کششی که بر اساس الزامات بخش (۱۰-۲-۳) محاسبه می شود. F_u - تنش کششی نهایی فولاد F_y = تنش تسلیم فولاد

Y_t = ضریب تاثیر سوراخ که برای شرایط $\frac{F_y}{F_u} \leq 0.8$ برابر یک و برای شرایط $\frac{F_y}{F_u} > 0.8$ برابر $1/1$ است.

در صورت عدم برقراری رابطه ۱۰-۲-۵-۷۶، در محاسبه مقاومت خمشی اسمی در محدوده سوراخ باید محدودیت زیر به خاطر گسیختگی بال کششی در نظر گرفته شود.

$$M_n \leq \frac{F_u A_{fn}}{A_{fg}} S_x \quad (۷۷-۵-۲-۱۰)$$

که در آن:

 S_x = اساس مقطع الاستیک

۱۹. مقدار C_b محاسبه شده برای یک تیر دو سر ساده با بار متمرکز در وسط دهانه که در تکیه گاه ها و وسط دهانه

مهار شده است، به کدام یک نزدیک است؟ (خرداد ۹۳)

۱،۹ (۱) ۱،۵ (۲) ۲ (۳) ۱،۷ (۴)

$$C_b = \frac{12.5 M_{max}}{2.5 M_{max} + 3 \left(\frac{M_{max}}{4} \right) + 4 \left(\frac{M_{max}}{2} \right) + 3 \left(\frac{3 M_{max}}{4} \right)} = 1.67$$

۱۰-۲-۵ الزامات طراحی اعضا برای خمش

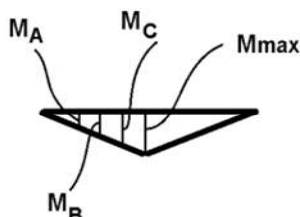
۱۰-۲-۵-۱ الزامات عمومی

۱۰-۲-۵-۳ برای اعضا با مقطع دارای یک محور تقارن و یا انحنای ساده و خمش حول محور

قوی و برای کلیه اعضا با مقطع دارای دو محور تقارن، ضریب اصلاح کمانش پیچشی - جانبی (C_b) در نمودار لنگر خمشی غیر یکنواخت در حد فاصل دو مقطع مهار شده از رابطه زیر تعیین می شود.

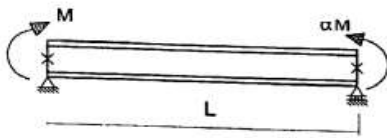
$$C_b = \frac{12/5 M_{max}}{2/5 M_{max} + \tau M_A + \tau M_B + \tau M_C} \quad (۱-۵-۲-۱۰)$$

که در آن:

 M_{max} = قدر مطلق لنگر خمشی حداکثر در حد فاصل دو مقطع مهار شده M_A = قدر مطلق لنگر خمشی در نقطه $\frac{1}{4}$ طول مهار نشده M_B = قدر مطلق لنگر خمشی در نقطه $\frac{1}{4}$ طول مهار نشده M_C = قدر مطلق لنگر خمشی در نقطه $\frac{3}{4}$ طول مهار نشده

۲۰. در تیر فولادی دو سر ساده شکل زیر، در حالت کلی به ازای چه مقداری از α ، مقاومت خمشی اسمی ناشی از کمانش

پیچشی - جانبی دارای کمترین مقدار خواهد بود؟ (اسفند ۹۵)



(1) 2

(2) 1

(3) 0.5

(4) 0

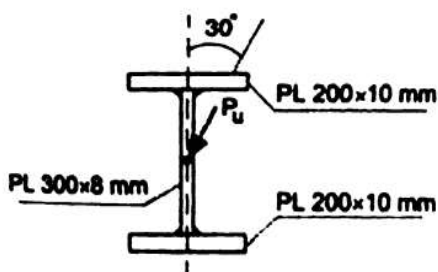
با توجه به شکل زیر کمترین مقاومت زمانی حاصل می شود که در سراسر تیر مقدار لنگر ثابت باشد ($C_b=1$) بنابراین اگر ضریب α برابر یک باشد، احتمال کمانش پیچشی جانبی افزایش یافته و تیر کمترین مقاومت ممکن را خواهد داشت.

C_b	نمودار M
1	
1.136	
1.25	
1.316	
1.667	
2.273	

۲۱. تیر ساخته شده از ورق فولادی با تنش تسلیم $F_y=240$ با دهانه ۴ متر و تکیه گاه های ساده در وسط دهانه

تحت اثر بار P با زاویه ۳۰ درجه مطابق شکل زیر است. اگر از وزن تیر صرف نظر کنیم و از کمانش جانبی آن ممانعت

شود، حداکثر P (بار متمرکز ضریب دار) قابل تحمل توسط تیر کدام است؟ (مهر ۹۸)



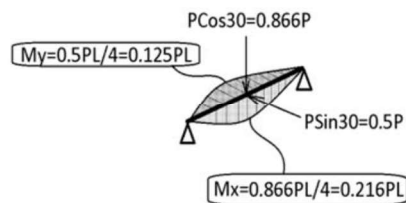
(1) 49KN

(2) 61KN

(3) 79KN

(4) 92KN

گزینه ۲ (سطح سوال با توجه به جدید بودن آن متوسط)



تیر تحت اثر خمش دو محوره قرار دارد. $\begin{cases} M_{ux} = 0.216P_u L \\ M_{uy} = 0.125P_u L \end{cases}$

$$\frac{M_{ux}}{\phi M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi M_{ny}} < 1 \rightarrow \frac{0.216P_u L}{0.9Z_x F_y} + \frac{0.125P_u L}{0.9Z_y F_y} < 1$$

$$\left. \begin{aligned} Z_x &= 2000 \times 310 + \frac{8 \times 300^2}{4} = 800000 \\ Z_y &= 2 \left(\frac{10 \times 200^2}{4} \right) + \frac{300 \times 8^2}{4} = 204800 \end{aligned} \right\} \frac{0.216P_u \times 4000}{0.9 \times 800000 \times 240} + \frac{0.125P_u \times 4000}{0.9 \times 204800 \times 240} < 1 \rightarrow P_u < 61 \text{ kN}$$

۲۲. فرکانس دوره ایی (f) یک تیر فولادی دو سر ساده به طول L و با مقطع IPE 180 تحت اثر بار مرده گسترده یکنواخت

qD برابر ۳ هرترز محاسبه شده است. برای آنکه این تیر از منظر ارتعاش قابل قبول تلقی شود کدام یک از مقاطع زیر

باید به عنوان حداقل شماره مقطع تیر انتخاب شود؟ (از وزن واحد طول تیر صرف نظر نموده و فرض کنید تیر مذکور

سطوح بزرگ خالی از تیغه بندی را تحمل مینماید)

IPE 220(۴)

IPE 200(۳)

IPE 270(۲)

IPE 240(۱)

با توجه به رابطه زیر، فرکانس تیر با جذر ممان اینرسی رابطه مستقیم دارد.

$$f = \frac{\pi}{2L^2} \sqrt{\frac{EIg}{q_D}} \rightarrow \left. \begin{aligned} 3 &= \frac{\pi}{2L^2} \sqrt{\frac{E \times I_{IPE180} \times g}{q_D}} \\ 5 &= \frac{\pi}{2L^2} \sqrt{\frac{E \times ? \times g}{q_D}} \end{aligned} \right\} ? = \left(\frac{5}{3}\right)^2 \times I_{IPE180} = 3666 \text{ cm}^4$$

$$\begin{cases} IPE200 \rightarrow I = 1940 \text{ cm}^4 \\ IPE220 \rightarrow I = 2770 \text{ cm}^4 \\ IPE240 \rightarrow I = 3890 \text{ cm}^4 > 3666 \quad OK \end{cases}$$

۲۳. برای تیر مقطع مستطیلی فولادی توپر و خمش حول محور قوی مقدار مقاومت خمشی طراحی در مرز حالت حدی

تسلیم و کمانش پیچشی - جانبی غیر الاستیک به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟ (مقدار Cb برابر واحد

فرض شود و My لنگر تسلیم مقطع است)

1.35My(۴)

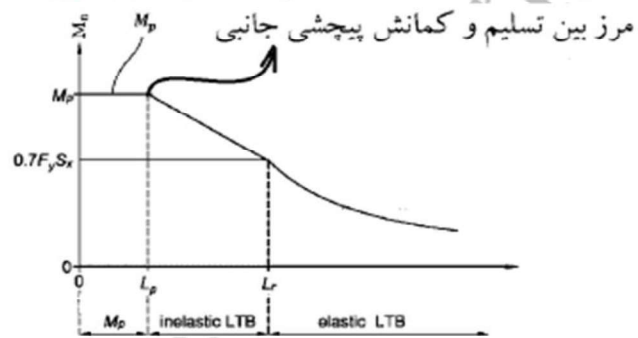
1.60My(۳)

1.50My(۲)

0.90My(۱)

$$\left. \begin{aligned} M_p &= ZF_y = \frac{bh^2}{4} F_y \\ M_y &= \frac{bh^2}{6} F_y \end{aligned} \right\} \varphi M_p = 0.9 \times 1.5 M_y = 1.35 M_y$$

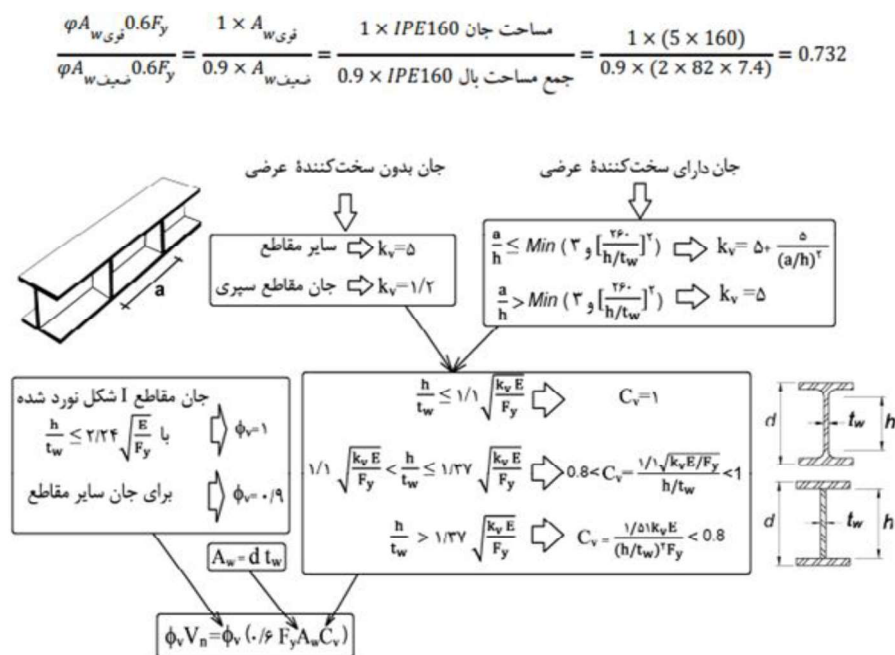
دقت شود که در حالت مرز مقاومت تسلیم و مقاومت پیچشی-جانبی غیرالاستیک باهم برابر می شوند:



۴-۹ تستهای فصل چهارم (برش)

۲۴. در یک عضو فولادی با مقطع IPE 160 ، نسبت مقاومت برشی طراحی در صفحه جان مقطع به مقاومت برشی طراحی در امتداد عمود بر محور ضعیف مقطع کدام است ؟ ($E=2 \times 10^5 \text{ MPa}$, $F_y=240 \text{ MPa}$) (مهر ۹۸)

0.66(1 0.73(2 1.37(3 1.46 (4



۲۵. در یک تیر شکل فولادی ساخته شده از ورق در یکی از چشمه ها مقدار ضریب K_v برابر ۱۰ محاسبه شده است . حداکثر مقدار h/t_w برای آنکه در این چشمه تعبیه سخت کننده های عرضی اضافی عملاً نتواند مقدار مقاومت برشی اسمی مقطع را افزایش دهد ، به کدام یک نزدیک تر است ؟ ($F_y=240 \text{ MPa}$, $E=2 \times 10^5 \text{ MPa}$) (بهمن ۹۷)

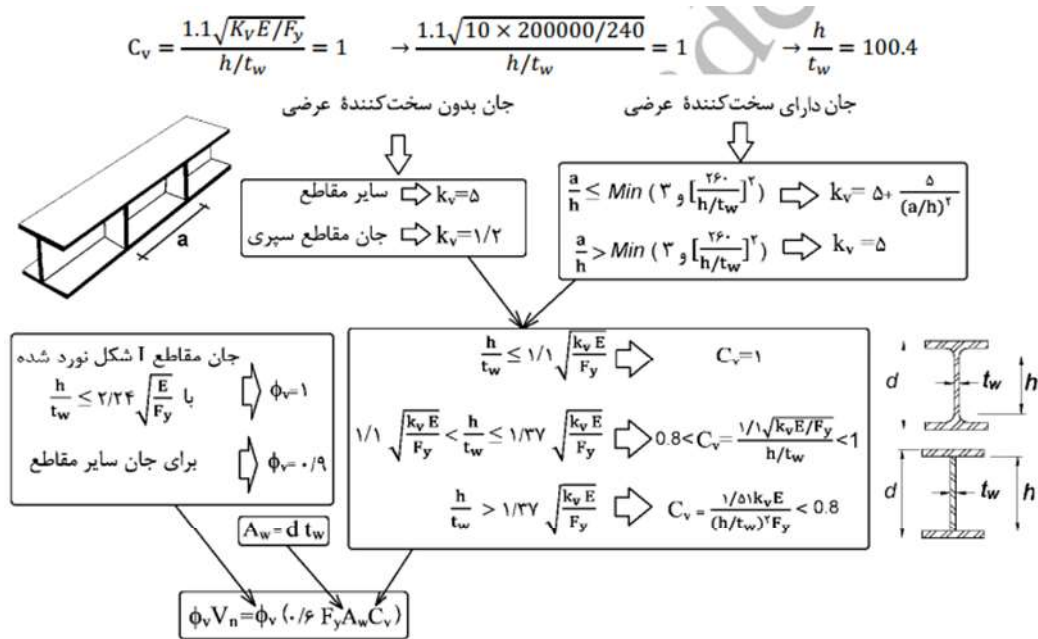


123 (4

64 (3

70 (2

100(1



۲۶. مقاومت برشی طراحی ناودانی UNP300 در امتداد عمود بر محور ضعیف مقطع بر حسب KN به کدام یک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟ عضو تحت پیچش نیست و سخت کننده عرضی ندارد. ($F_y = 240 \text{ MPa}$)

(بهمن ۹۷)

461 (4)

414 (3)

388 (2)

207 (1)

$$\phi V_n = 0.9(0.6 F_y A_w C_v)$$

با توجه به فشرده بودن مقطع ناودانی مقدار C_v برابر یک خواهد بود.

و با توجه به اینکه جهت برش در راستای عرضی است، مقدار A_w برابر جمع مساحت بالها خواهد بود و بنابراین:

$$\phi V_n = 0.9(0.6 \times 240 \times (2 \times 16 \times 100) \times 1) = 414.72 \text{ kN}$$

۷-۶-۲-۱۰ مقاومت برشی اعضای که تحت اثر برش در امتداد عمود بر محور ضعیف

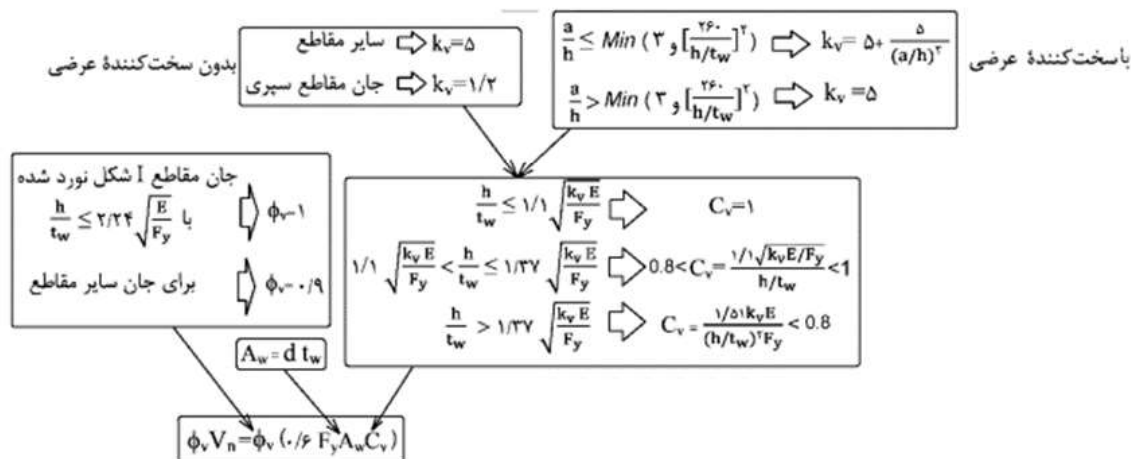
مقطع قرار دارند.

در صورتی که این نوع اعضا تحت اثر پیچش قرار نداشته باشند، مقاومت برشی اسمی (V_n) هر یک از اجزای مقاومت کننده در برابر برش باید از طریق رابطه ۷-۶-۱۰ و بر اساس الزامات بند ۷-۶-۲-۱۰-ب با $A_w = b_f t_f$ و $h/t_w = b/t_f$ و $k_v = 1/2$ تعیین شود. که در آن:

t_f = ضخامت جزء مقاوم در مقابل برش

b_f = پهنای جزء مقاوم در مقابل برش

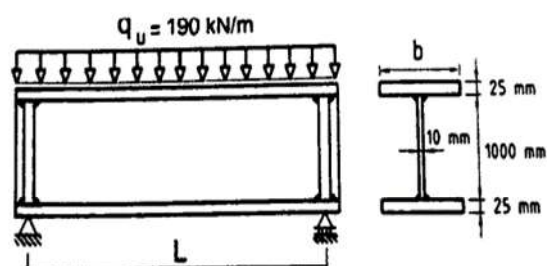
b = نصف پهنای کلی بال برای مقطع I شکل و پهنای کلی بال برای مقاطع ناودانی شکل



۲۷. در تیر شکل زیر سخت کننده های عرضی فقط در محل تکیه گاه ها تعبیه شده اند. بدون توجه به لزوم تعبیه سخت

کننده های عرضی در طول تیر و فقط بر اساس کنترل برش، حداکثر طول مجاز تیر بر حسب متر کدام است؟ (فرض

کنید وزن واحد طول تیر در q_u لحاظ شده است) ($F_y = 240 \text{ Mpa}$, $E = 2 \times 10^5 \text{ Mpa}$) (ارپهشت ۹۷)



10(4 9(3 8(2 14(1

$$K_V = 5 \left\{ \frac{h}{t_w} = 100 > 1.37 \sqrt{5 \times \frac{E}{F_y}} = 88 \right\} C_V = \frac{1.51 \times 5 \times 200000}{100^2 \times 240} = 0.629$$

$$\phi V_n = 0.9 \times 0.6 \times 240 \times 1050 \times 10 \times 0.629 = 856 \text{ kN}$$

$$\left(V_u = \frac{q_u L}{2} \right) < (\phi V_n = 856 \text{ kN}) \rightarrow L < \frac{2 \times 856}{190} = 9 \text{ m}$$

۱-۲-۶-۲-۱۰ مقاومت برشی اسمی

$$V_n = 0.6 F_y A_w C_v$$

(۱-۶-۲-۱۰)

الف) برای جان مقطع I شکل نورد شده با $\frac{h}{t_w} \leq 2.74 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$

$$C_v = 1 \text{ و } \phi_v = 1$$

(۲-۶-۲-۱۰)

ب) برای جان سایر مقاطع به استثنای مقاطع لولهای، ضریب برشی جان به شرح زیر است:

$$C_v = 1$$

$$\text{ب-۱) برای } \frac{h}{t_w} \leq 1.1 \sqrt{\frac{K_V E}{F_y}}$$

(۳-۶-۲-۱۰)

$$C_v = \frac{1.1 \sqrt{K_V E / F_y}}{h / t_w}$$

$$\text{ب-۲) برای } 1.1 \sqrt{\frac{K_V E}{F_y}} < \frac{h}{t_w} \leq 1.37 \sqrt{\frac{K_V E}{F_y}}$$

(۴-۶-۲-۱۰)

$$C_v = \frac{1.37 \sqrt{K_V E}}{(h / t_w)^2 F_y}$$

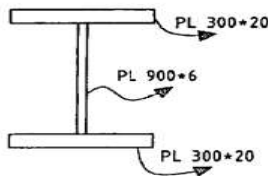
$$\text{ب-۳) برای } \frac{h}{t_w} > 1.37 \sqrt{\frac{K_V E}{F_y}}$$

(۵-۶-۲-۱۰)

۲۸. در یک تیر فولادی دو سر ساده با مقطع شکل زیر، چنانچه مقاومت برشی مورد نیاز آن در دو انتها برابر ۶۰۰ کیلونیوتن

باشد، حداکثر فاصله سخت کننده عرضی در نزدیکی تکیه گاه ها برای تامین مقاومت برشی مورد نیاز به کدام یک

نزدیک است؟ (اسفند ۹۵)



(1) 450 میلی متر

(2) 630 میلی متر

(3) 900 میلی متر

(4) 1350 میلی متر

$(V_u = 600 \times 10^3) < [\phi 0.6 F_y A_w C_v = 0.9 \times 0.6 \times 240 \times (940 \times 6) \times C_v] \rightarrow 0.82 < C_v$
 بنابراین برای اینکه مقاومت مورد نیاز تامین شود، باید مقدار C_v بیش از ۰.۸۲ باشد. فرض اولیه:

$$\left(1.37 \sqrt{\frac{K_v E}{F_y}}\right) < \left(\frac{h}{t_w} = \frac{900}{6} = 150\right) \rightarrow C_v = \frac{1.51 k_v E}{\left(\frac{h}{t_w}\right)^2 F_y} \quad 0.82 = \frac{1.51 k_v \times 200000}{(150)^2 \times 240} \rightarrow k_v = 14.66$$

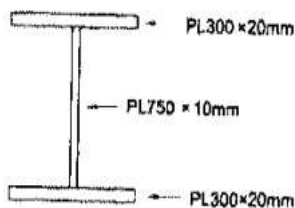
$$1.37 \sqrt{\frac{K_v E}{F_y}} = 151.42 > \left(\frac{h}{t_w} = \frac{900}{6} = 150\right) \quad \text{کنترل فرض:}$$

بنابراین فرض اشتباه بود. تکرار محاسبات:

$$\left(1.37 \sqrt{\frac{K_v E}{F_y}}\right) > \left(\frac{h}{t_w} = \frac{900}{6} = 150\right) \rightarrow C_v = \frac{1.1 \sqrt{K_v E / F_y}}{\left(\frac{h}{t_w}\right)} \quad 0.82 = \frac{1.1 \sqrt{k_v \times 2 \times 10^5 / 240}}{(150)} \rightarrow k_v = 15$$

فاصله سخت کننده ها باید طوری باشد که مقدار K_v به ۱۵ برسد: $15 = 5 + \frac{5}{\left(\frac{a}{h}\right)^2} \rightarrow \frac{a}{h} = 0.7 \rightarrow a = 636 \text{ mm}$

۲۹. مقطع یک تیر به طول ۱۰ متر با تکیه گاه های ساده مطابق شکل است. اگر فواصل آزاد سخت کننده ها در جان تیر ورق برابر یک متر باشد، مقاومت برشی طراحی این تیر ورق بر حسب کیلونیوتن در چشمه ابتدایی و انتهایی، کدام است؟ ($F_y = 240 \text{ Mpa}$) (شهریور ۹۵)



1020(1)

1138(2)

645(3)

715(4)

در چشمه های انتهایی مقاومت برشی بدون استفاده از میدان کششی محاسبه می شود:

$$k_v = 5 + \frac{5}{\left(\frac{1000}{750}\right)^2} = 7.81$$

$$\frac{h}{t_w} = \frac{750}{10} = 75 < 1.1 \sqrt{\frac{7.81 \times 200000}{240}} = 88.7$$

$$\rightarrow \phi 0.6 F_y A_w C_v = 0.9 \times 0.6 \times 240 \times 790 \times 10 \times 1 = 1023 \text{ kN}$$

۲-۶-۲-۱۰ مقاومت برشی اعضا بدون توجه به عمل میدان کششی

الزامات این بند مربوط است به تعیین مقاومت برشی اعضای با مقطع نوردشده یا ساخته شده از ورق دارای تقارن یک محوره یا دو محوره که تحت اثر برش در صفحه جان قرار دارند. مقاومت برشی اعضای با مقطع ناودانی که تحت اثر برش در صفحه جان قرار دارند نیز باید بر اساس الزامات این بند محاسبه شوند.

۱-۲-۶-۲-۱۰ مقاومت برشی اسمی

مقاومت برشی اسمی (V_n) اعضای با مقطع دارای جان سخت نشده (بدون سخت کننده) و سخت شده (با سخت کننده) بر اساس حالت های حدی تسلیم برشی و کماتش برشی از رابطه زیر تعیین می شود.

$$V_n = 0.6 F_y A_w C_v \quad (1-6-2-10)$$

که در آن:

F_y = تنش تسلیم فولاد جان

A_w = مساحت جان مقطع که برابر است با حاصل ضرب عمق کلی مقطع (d) در ضخامت جان (t_w)
 C_v = ضریب برشی جان به شرح زیر:

الف) برای جان مقطع I شکل نورد شده با $\frac{h}{t_w} \leq 2.14 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$

$$C_v = 1 \quad \text{و} \quad \phi = 1 \quad (2-6-2-10)$$

ب) برای جان سایر مقاطع به استثنای مقاطع لولهای، ضریب برشی جان به شرح زیر است:

$$\text{ب-۱) برای } \frac{h}{t_w} \leq 1.1 \sqrt{\frac{E}{F_y}} : C_v = 1$$

$$(3-6-2-10)$$

$$\text{ب-۲) برای } \frac{1}{1.1} \sqrt{\frac{E}{F_y}} < \frac{h}{t_w} \leq 1.37 \sqrt{\frac{E}{F_y}} : C_v = \frac{1.1 \sqrt{\frac{E}{F_y}}}{\frac{h}{t_w}}$$

$$(4-6-2-10)$$

$$\text{ب-۳) برای } \frac{h}{t_w} > 1.37 \sqrt{\frac{E}{F_y}} : C_v = \frac{1}{5} \frac{k_v E}{(h/t_w)^2 F_y} \quad (5-6-2-10)$$

در روابط فوق k_v ضریب کماتش برشی ورق جان بوده و به شرح زیر تعیین می شود.

۱. برای جان های سخت نشده (بدون سخت کننده عرضی) با $\frac{h}{t_w} < 260$ ، $k_v = 5$ می باشد. به استثنای جان مقاطع سپری که برای آن $k_v = 1/2$ است.

۲. برای جان های سخت شده (دارای سخت کننده عرضی):

$$\begin{cases} k_v = 5 & \frac{a}{h} \leq \left\{ 3 \text{ و } \left[\frac{260}{h/t_w} \right]^2 \right\} \\ k_v = 5 & \frac{a}{h} > \left\{ 3 \text{ یا } \left[\frac{260}{h/t_w} \right]^2 \right\} \end{cases}$$

در روابط فوق:

a = ضخامت جان مقطع

a = فاصله آزاد بین سخت کننده های عرضی جان

h = برای تیرهای نوردشده مساوی فاصله آزاد بین دو بال منتهای شمع های گردی محل اتصال جان به بال

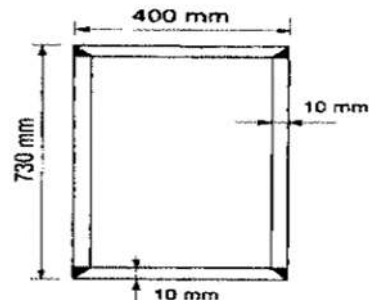
= برای مقاطع ساخته شده از ورق چنانچه اتصال جان به بال ها جوشی باشد مساوی فاصله آزاد بین دو بال

= برای مقاطع ساخته شده از ورق چنانچه اتصال جان به بال های پیچی باشد مساوی فاصله بین خطوط پیچ

= برای مقاطع سپری مساوی عمق کلی مقطع

۳۰. شکل مقابل یک مقطع ساخته شده با جوش قوس الکتریکی را نشان می دهد . مقاومت برشی طراحی این مقطع در

امتداد محور ضعیف بر حسب کیلو نیوتن کدام است ؟ $F_y = 240 \text{ Mpa}$ (شهریور ۹۵)



$$2045(4)$$

$$1840(3)$$

$$1765(2)$$

$$1590(1)$$

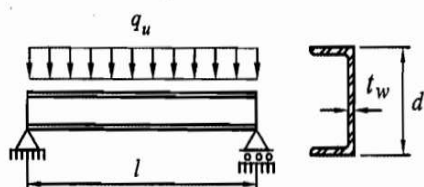
$$\left(1.1 \sqrt{\frac{5 \times 200000}{240}} = 71 \right) < \frac{h}{t_w} = \frac{710}{0.93 \times 10} = 76.34 < 1.37 \sqrt{\frac{5 \times 200000}{240}}$$

$$C_v = \frac{1.1 \sqrt{\frac{5 \times 200000}{240}}}{\frac{h}{t_w}} = \frac{71}{76.34} = 0.93$$

$$\rightarrow \phi 0.6 F_y A_w C_v = 0.9 \times 0.6 \times 240 \times (2 \times 710 \times 0.93 \times 10) \times 0.93 = 1591.7 \text{ kN}$$

۳۱. (۴۴) در تیر دو سر ساده زیر با طول L و عمق مقطع d و ضخامت جان t_w و اساس مقطع پلاستیک نسبت به محور قوی برابر Z_x ، به ازای چه مقدار طول L ، معیارهای حالت های حدی تسلیم خمشی و تسلیم برشی به طور هم زمان حاکم بر طراحی تیر میشوند؟ فرض کنید تیر در سر تا سر طول خود دارای مهار جانبی بیچشی بوده و عمق مقطع تیر کمتر از ۳۰۰ میلی متر است و ضخامت جان آن بزرگتر از ۵ میلی متر است. بال مقطع فشرده است (بهمین ۹۴)

$$F_y = 240 \text{ Mpa}, E = 2 \times 10^5 \text{ Mpa}$$



$$L = 6 \cdot Z_x / d t_w \quad (1)$$

$$L = 20/3 \cdot Z_x / d t_w \quad (2)$$

$$L = 3 \cdot Z_x / d t_w \quad (3)$$

$$L = 10/3 \cdot Z_x / d t_w \quad (4)$$

۱۰-۲-۶-۱ مقاومت برشی اسمی

مقاومت برشی اسمی (V_n) اعضای با مقطع دارای جان سخت نشده (بدون سخت کننده) و سخت شده (با سخت کننده) بر اساس حالت های حدی تسلیم برشی و کماتش برشی از رابطه زیر تعیین می شود.

$$V_n = 0.6 F_y A_w C_v \quad (1-6-2-10)$$

که در آن:

F_y = تنش تسلیم فولاد جان

A_w = مساحت جان مقطع که برابر است با حاصل ضرب عمق کلی مقطع (d) در ضخامت جان (t_w)

C_v = ضریب برشی جان به شرح زیر:

$$\text{الف) برای جان مقاطع I شکل نورد شده با } \frac{h}{t_w} \leq 2.24 \sqrt{\frac{E}{F_y}} \quad (2-6-2-10)$$

$$C_v = 1 \text{ و } \phi_v = 1$$

ب) برای جان سایر مقاطع به استثنای مقاطع لولغای، ضریب برشی جان به شرح زیر است:

$$\text{ب-۱) برای } \frac{h}{t_w} \leq 1.1 \sqrt{\frac{K_y E}{F_y}} \quad (3-6-2-10)$$

$$C_v = 1$$

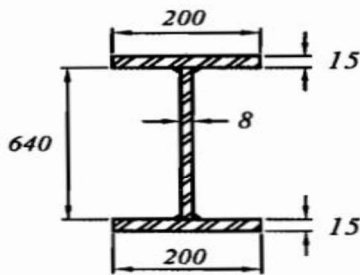
$$\left(\frac{h}{t_w} < \frac{300}{5} = 60 \right) < 2.24 \sqrt{\frac{E}{F_y}} \rightarrow C_v = 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(M_u = \frac{q_u L^2}{8} \right) < (\phi M_n = 0.9 Z F_y) \\ \left(V_u = \frac{q_u L}{2} \right) < (\phi V_n = 0.9 \times 0.6 F_y A_w C_v) \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{q_u L^2}{8} \right) \\ \left(\frac{q_u L}{2} \right) \end{array} \right\} = \frac{(0.9 Z F_y)}{(0.9 \times 0.6 F_y A_w C_v)}$$

$$\rightarrow \frac{L}{4} = \frac{Z}{0.6 A_w C_v} \rightarrow L = \frac{4Z}{0.6(d t_w) \times 1} = \frac{20}{3} \frac{Z}{d t_w}$$

۳۲. یک تیر با تکیه گاه های ساده و مقطع ساخته شده شکل زیر دارای سخت کننده های عرضی در محل تکیه گاه ها و نیز سخت کننده های عرضی در محل تکیه گاه ها و نیز سخت کننده های عرضی میانی به فواصل آزاد ۱۶۰۰ میلیمتر است . اتصال جان به بال جوشی است . مقاومت برشی طراحی چشمه انتهای تیر برحسب کیلونیوتن کدام است ؟ (بهمن ۹۴)

$$F_y = 240 \text{ Mpa}, E = 2 \times 10^5 \text{ Mpa}$$



664(1)

695(2)

738(3)

772(4)

در چشمه های انتهایی نمی توان از عمل میدان کششی استفاده کرد:

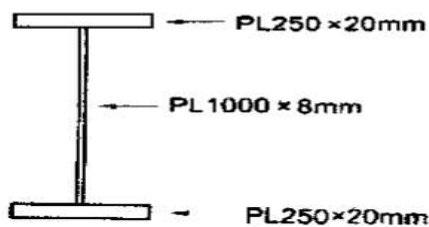
$$\frac{a}{h} = \frac{1600}{640} = 2.5 \rightarrow K_v = 5 + \frac{5}{(2.5)^2} = 5.8$$

$$\left(1.1 \sqrt{\frac{K_v E}{F_y}} = 84 \right) < \left(\frac{h}{t_w} < \frac{640}{8} = 80 \right) < \left(1.37 \sqrt{\frac{K_v E}{F_y}} = 95.24 \right)$$

$$\rightarrow C_v = \frac{1.1 \sqrt{\frac{K_v E}{F_y}}}{\frac{h}{t_w}} = 0.956$$

$$\phi V_n = 0.9 \times 0.6 F_y A_w C_v = 0.9 \times 0.6 \times 240 \times 670 \times 8 \times 0.956 = 664042 \text{ N} = 664 \text{ kN}$$

۳۳. در یک تیر ورق با مقطع نشان داده شده در شکل مقدار CV لازم برای تامین مقاومت برشی مورد نیاز برابر ۰.۶ است. حداکثر فاصله مجاز سخت کننده های عرضی در چشمه های ابتدایی و انتهایی به کدام یک نزدیک است ؟
 $F_y = 240 \text{ MPa}, E = 2 \times 10^5 \text{ MPa}$ (مرداد ۹۴)



1400 (1)

2800 (2)

700 (3)

2100(4)

$$\frac{h}{t_w} = \frac{1000}{8} = 125$$

مقدار C_v "لازم" داده شده است. باید بر اساس روابط آیین نامه ای مقدار C_v را محاسبه و برابر 0.6 قرار دهیم.

با توجه به اینکه مقدار h/t بالا می باشد، رابطه ب-۳ حاکم خواهد بود:

$$C_v = \frac{1.51 k_v E}{\left(\frac{h}{t_w}\right)^2 F_y} \rightarrow 0.6 = \frac{1.51 k_v \times 200000}{(125)^2 \times 240} \rightarrow k_v = 7.45$$

بنابراین برای اینکه مقدار C_v برابر 0.6 بدست آید، باید مقدار K_v برابر 7.45 باشد.

مقدار K_v بستگی به فواصل سخت کننده ها دارد:

$$K_v = 5 + \frac{5}{\left(\frac{a}{h}\right)^2} \rightarrow 7.45 = 5 + \frac{5}{\left(\frac{a}{1000}\right)^2} \rightarrow a = 1428 \text{ mm}$$

۳۴. مقاومت برشی اسمی مقطع IPE300 تحت اثر برش در امتداد عمود بر محور ضعیف مقطع به کدام یک از مقادیر

زیر نزدیک است؟ مقطع تحت اثر پیچش قرار ندارد فولاد از نوع ST37 است. (خرداد ۹۳)

$$F_y = 240 \text{ MPa}, F_u = 240 \text{ MPa}$$

$$306 \text{ kN} (2)$$

$$231 \text{ kN} (1)$$

$$768 \text{ kN} (4)$$

$$462 \text{ kN} (3)$$

با توجه به فشرده بودن مقطع IPE300، نسبت b/t در بال کم بوده و طبق ب-۱ مقدار $C_v = 1$ خواهد بود:

$$V_n = 0.6 F_y (2 \times 150 \times 10.7) \times 1 = 462 \text{ kN}$$

دقت شود که به جای A_w مساحت دو بال تیر قرار گرفته است.

۴-۱۰ مسائل فصل چهارم

توجه:

- فولاد مصرفی پروفیلها و ورقها از نوع ST37 می باشد.
- در کلیه مسائل، مهار جانبی تیرها در محل تکیه گاه و در بارهای متمرکز در نظر گرفته شود.
- وزن تیر به صورت جداگانه در نظر گرفته نشود.
- پارامتر K طبق مقادیر اعلام شده فرض می شود که در محدوده زیر قرار دارد:

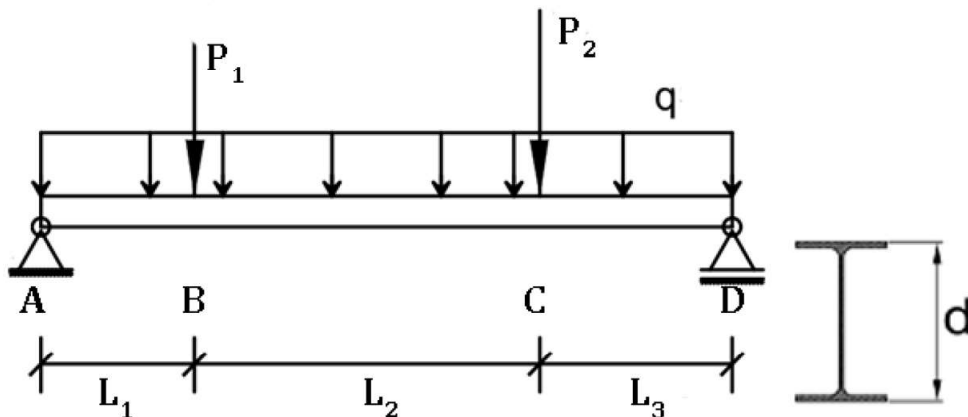
$$15 \leq K \leq 40$$

تمرین ۴-۱

تیر با بارگذاری مرده گسترده و بارهای متمرکز زنده نشان داده شده در شکل مفروض است. ظرفیت خمشی تیر را با مقطع $IPE(d)$ کنترل نمایید. ترکیب بار $1.2D+1.6L$ در نظر گرفته شود.

$$L_1 = 2m, L_2 = 5m, L_3 = 3m, d = \text{roundup}(\kappa)(cm)$$

$$P_{1D} = \frac{\kappa}{10} (ton), P_{1L} = 1ton, P_{2D} = \frac{\kappa}{5} (ton), P_{2L} = 2ton, q_D = 1.5 \frac{ton}{m}, q_L = 0$$



تمرین ۴-۲

یک تیر ساده به طول دهانه L و تحت اثر بار گسترده مرده برابر q_D و بار زنده q_L قرار دارد. این تیر را از مقطع تک IPE طراحی نمایید. مهار پیوسته در طول دهانه تیر قرار داده می شود. ترکیب بار $1.2D+1.6L$ در نظر گرفته شود.

$$L = 5m, q_D = \frac{\kappa}{5} \left(\frac{ton}{m} \right), q_L = \frac{\kappa}{15} \left(\frac{ton}{m} \right)$$

تمرین ۴-۳

مقاومت خمشی اسمی تیر ساده با مقطع IPE20 را به طول L در سه وضعیت بارگذاری زیر محاسبه نمایید.

الف- تحت بار گسترده ضریبدار

ب- تحت بار متمرکز ثقلی ضریبدار در وسط تیر

ج- تحت لنگر متمرکز ضریبدار در وسط تیر

$$L = \frac{\kappa}{4}(m)$$

تمرین ۴-۴

مقاومت خمشی اسمی تیر ساده IPE40 را در سه حالت زیر به دست آورید.

الف- طول L تحت بار گسترده ضریبدار

ب- طول $1.5L$ تحت بار متمرکز ثقلی ضریبدار در وسط تیر

ج- طول $2L$ تحت بار گسترده ضریبدار

$$L = \frac{\kappa}{4}(m)$$

تمرین ۴-۵

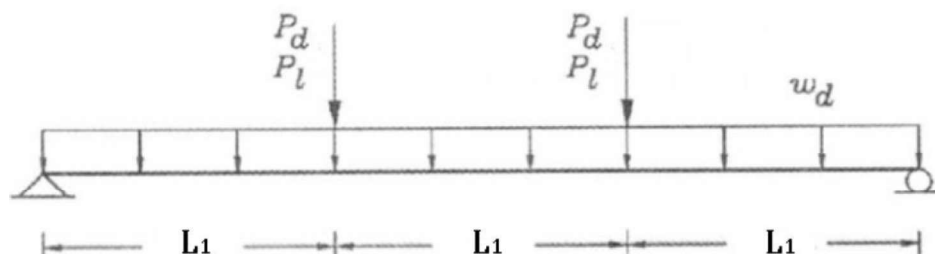
تیر نشان داده شده در شکل را در وضعیتهای مهار جانبی مشخص شده، از مقاطع IPE طراحی نمایید. بار مرده گسترده w_D و بار مرده متمرکز $P_D = 1.2\text{ton}$ و بار زنده متمرکز $P_L = 1.8\text{ton}$ می باشند. ترکیب بار $1.2D+1.6L$ در نظر گرفته شود.

الف) بدون مهار جانبی

ب) با مهارهای جانبی در محل تکیه گاهها و بارهای متمرکز

ج) با مهار جانبی پیوسته

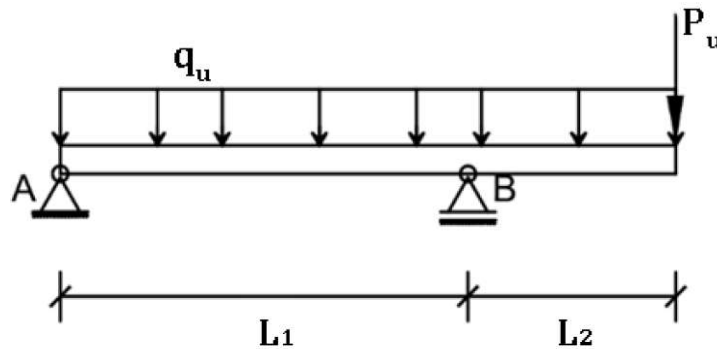
$$L_1 = \frac{\kappa}{10}(m), P_D = \frac{\kappa}{15}(\text{ton}), P_L = \frac{\kappa}{20}(\text{ton}), w_D = 0.2 \frac{\text{ton}}{m}$$



تمرین ۴-۶

تیر شکل زیر را تحت بارهای ضریبدار نمایش داده شده، از نیمرخ دابل $2IPE$ برای خمش طرح نموده و برای برش، کنترل نمایید.

$$L_1 = \frac{\kappa}{6}(m), L_2 = 3m, q_u = 3 \frac{ton}{m}, P_u = \frac{\kappa}{4}(ton)$$



تمرین ۴-۷

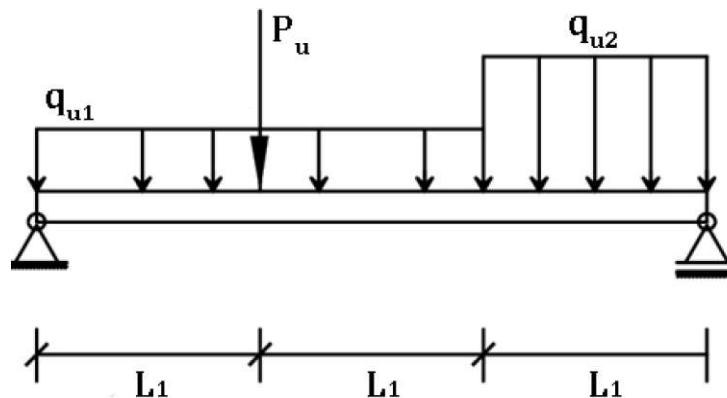
تیر ساده با دهانه L دارای نیمرخ $2IPE20$ می‌باشد. حداکثر شدت بار گسترده یکنواخت ضریبدار وارد بر تیر را با کنترل خمش، برش، ارتعاش و خیز تیر بدست آورید.

$$L = \frac{\kappa}{3}(m)$$

تمرین ۴-۸

سبکترین مقطع IPE را برای تیر با بارهای مرده گسترده و بار زنده متمرکز مطابق شکل زیر، طراحی کرده و کنترل‌های لازم را نیز انجام دهید. ترکیب بار $1.2D+1.6L$ در نظر گرفته شود.

$$L_1 = \frac{\kappa}{8}(m), q_{D1} = 0.5 \frac{ton}{m}, q_{L1} = 0, q_{D2} = 0, q_{L2} = \frac{\kappa}{30} \left(\frac{ton}{m} \right), p_D = \frac{\kappa}{10}(ton), P_L = 1.0 ton$$



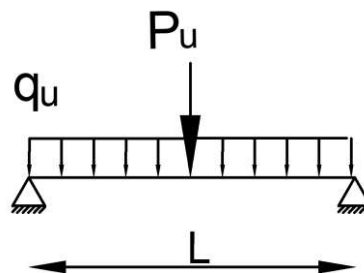
تمرین ۹-۴

تیر را با دو مقطع زیر طرح کنید و کلیه کنترل‌های لازم را انجام دهید. در انتها اختلاف وزن فولاد مصرف شده را در دو حالت مقایسه نمایید. ترکیب بار $1.2D+1.6L$ در نظر گرفته شود.

الف) نیمرخ *IPE*

ب) نیمرخ *INP*

$$L = \frac{\kappa}{4} (m), q_D = 0.5 \frac{ton}{m}, q_L = 1 \frac{ton}{m}, p_D = 1.0 ton, P_L = \frac{\kappa}{8} (ton)$$



تمرین ۱۰-۴

تیر نشان داده شده را تحت بار گسترده مرده و بار متمرکز زنده در سه حالت مهار جانبی با نیمرخ *IPE* طرح کنید.

الف) تیر در کلیه نقاط مشخص شده یعنی E, D, C, B, A تکیه‌گاه جانبی داشته باشد.

ب) تیر در نقاط D, C, B, A تکیه‌گاه جانبی داشته باشد.

ج) تیر فقط در نقاط B, A تکیه‌گاه جانبی داشته باشد.

$$L = \frac{\kappa}{5} (m), q_u = 0.5 \frac{ton}{m}, p_u = \frac{\kappa}{5} (ton)$$

