فصل ۳

طراحی قطعات فشاری

طراحی کاربردی سازه های فولادی (جلد یک)- محسن گرامی

در این فصل:

۳-۱	پیشگفتار	۲
۳-۲	پدیده کمانش در اعضای فشاری	۲
۳-۳	کمانش خمشی غیرارتجاعی	۶
۳-۴	مقاومت فشاری طرح	۷
۳-۵	تعیین ضریب لاغری ستون (K) یا ضریب طول مؤثر قطعه فشاری	۸
۳-۶	مراحل گام به گام طراحی اعضای فشاری	۱۹
۳-۷	نکات مهم در طراحی اعضای فشاری	۱۹
۳-۸	کنترل کمانش موضعی	۳۱
۳-۹	طراحی ستونهای (مرکبِ) مشبک	۳۴
۳-۱۰	تستهای فصل سوم	۵۲
۳-۱۱	مسائل فصل سوم	۶۳

۳-۱ پیشگفتار

در این فصل قطعاتی که تحت اثر نیروی فشار محوری هستند، مورد بررسی قرار خواهند گرفت. ستونها جزء متداولترین اعضای فشاری هستند که در ساختمانها مورد استفاده قرار می‌گیرند. این نوع قطعات بندرت فقط تحمل نیروی فشاری می‌کنند، ولی هر گاه بارهای وارده از طریق تیرها به ستون وضعیت متقارن داشته و یا اینکه بتوان از دوران انتهای قطعه صرفنظر کرد به نحوی که لنگر انتهایی ستون نسبت به نیروی فشاری بسیار اندک باشد، می‌توان این قطعه را ستون با نیروی محوری تنها طراحی کرد.

اغلب اعضای یک سازه فولادی، علاوه بر نیروی محوری، نیروهای برشی و لنگر خمشی را نیز تحمل می‌کنند. این اعضا تیرستون نامیده می‌شوند و ضوابط طراحی آنها در فصل هفتم ارائه شده است. ولی در هر حال لازمه طراحی تیرستون مطالعه و بررسی دقیق اعضایی است که فقط تحت تأثیر نیروی محوری قرار دارند.

۳-۲ پدیده کمانش در اعضای فشاری

در اعضای لاغر و باریک که تحت تأثیر نیروی فشاری هستند ممکن است قبل از اینکه تنشها در مقطع به تنش تسلیم F_y برسند، انهدام رخ دهد که در این حالت گفته می‌شود که عضو ناپایدار گشته یا کمانش کرده است. در این اعضا به جای اینکه عضو در اثر فشار مستقیم خراب شود، معمولاً خمیده شده و تغییرشکل جانبی می‌دهد و افزایش بار محوری موجب افزایش تغییر شکل جانبی شده و نهایتا ستون خراب می‌شود. چون موضوع کمانش به عنوان بحثی در پایداری مطرح است برای بهتر روشن شدن موضوع به مثال زیر توجه کنید.

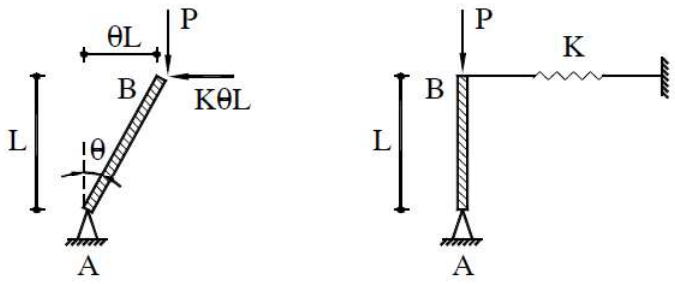
گلوله‌ای در سه وضعیت مختلف در شکل ۳-۱ نشان داده شده است. هنگامی که گلوله در داخل سطح مقعر قرار دارد، اگر قدری آن را از حالت تعادل خارج کنیم تمایل به بازگشت به حالت اولیه خود را دارد و پس از چند نوسان در نقطه اولیه خواهد ایستاد که این وضعیت را اصطلاحا تعادل پایدار گویند. در حالتی که گلوله روی سطح محدب قرار گیرد با قدری تغییر وضعیت، گلوله تمایل به بازگشت به حالت اولیه خود را ندارد و از نقطه تعادل اولیه فاصله می‌گیرد که به این حالت تعادل ناپایدار گفته می‌شود. در حالتی که گلوله روی یک سطح صاف و بدون اصطکاک قرار گیرد، یک وضعیت بینابین دارد که نه تمایل به بازگشت به نقطه اولیه را دارد و نه دور شدن و ناپایدار شدن که اصطلاحا به این حالت تعادل خنثی گفته می‌شود.

شکل ۳-۱ گلوله در تعادل ناپایدار، پایدار و خنثی

برای درک بهتر این مطلب یک ستون صلب تحت اثر بار محوری مطابق شکل ۳-۲-الف را در نظر بگیرید که در انتهای خود در نقطه A توسط یک مفصل کامل و در سر دیگر توسط یک فنر با سختی K نگهداری شده و بار محوری P برآن وارد می‌شود. چنانچه مطابق شکل ۳-۲-ب ستون را به اندازه زاویه کوچک θ از حالت تعادل خارج کنیم، نیروی فشاری در فنر معادل $K\theta L$ خواهد بود. در

این حالت لنگر محرک $P\theta L$ تمایل به واژگونی و ناپایدار کردن ستون دارد، در حالی که لنگر $K\theta L^2$ به عنوان لنگر مقاوم ستون را به حالت اولیه متمایل می‌کند و خواهیم داشت:

$$K\theta L^2 > P\theta L \quad \text{تعادل پایدار}$$
$$K\theta L^2 = P\theta L \quad \text{تعادل خنثی} \qquad (۳-۱)$$
$$K\theta L^2 < P\theta L \quad \text{تعادل ناپایدار}$$



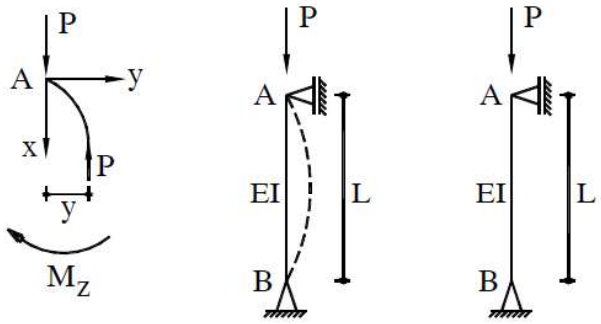
الف-ستون صلب تحت اثر بار محوری ب-ستون صلب که از حالت تعادل خارج شده

شکل ۳-۲ بررسی پایداری یک ستون صلب

هنگامی که بار P به مقدار KL می‌رسد در واقع گذر از مرحله پایداری به ناپایداری بوده و باری که از این حالت بدست می‌آید بار بحرانی می‌نامند و با P_{cr} نمایش می‌دهند.

۳-۲-۱ محاسبه بار بحرانی برای ستون دو سر مفصل

ستون باریکی با دو انتهای مفصلی و طول L و با صلبیت EI مطابق شکل ۳-۳-الف که نیروی P به مرکز سطح مقطع آن وارد می‌شود و مصالح آن الاستیک خطی است در نظر می‌شود.



الف- ستون در حالت تعادل ب-ستون که از حالت تعادل خارج شده ج-نمودار آزاد ستون

شکل ۳-۳ ستون با دو تکیه گاه مفصلی

چنانچه بار P افزایش یابد به شرایط تعادل خنثی خواهیم رسید که درآن شکل ستون ممکن است به صورت خمیده درآید و مقدار بار متناظر با این حالت بار بحرانی یا P_{cr}نامیده می شود. برای تعیین بار بحرانی، ستون را از تعادل اولیه خارج کرده و مطابق شکل ۳-۳-ب انحنا درآن ایجاد می‌شود.

برای تعیین نیروهای مقاوم و محرک مطابق شکل ۳-۳-ج، با محاسبه لنگر حول نقطه A رابطه $M_Z - P.y = ۰$ بدست می‌آید. از مقاومت مصالح$M_z = -EI\frac{d^2y}{dx^2}$ است، $\frac{P}{EI}$ مساوی β^2 فرض می‌شود و با جایگذاری آنها معادله دیفرانسیل $\frac{d^2y}{dx^2} + \beta^2 y = ۰$ حاصل می گردد که جواب عمومی آن به صورت $y = A\sin\beta x + B\cos\beta x$ است. A و B ضرایبی هستند که با اعمال شرایط مرزی تعیین می‌شوند. شرایط مرزی یک ستون دو سر مفصل عبارت است از $y(۰) = ۰ , y(L) = ۰$ از شرایط $y(۰) = ۰$ مقدار B صفر خواهد بود و رابطه $A\sin\beta L = ۰$ به دست می‌آید. در این رابطه اگر $A = ۰$ باشد، تغییر شکل y برای هر مقدار βL برابر صفر شده و ستون مستقیم باقی می‌ماند. اگر $\beta L = ۰$ باشد باری بر قطعه وارد نمی‌شود و نهایتا اگر $\sin\beta L = ۰$ باشد، در این صورت $\beta L = n\pi$ خواهد بود که n می‌تواند هر عدد صحیحی باشد. با توجه به $\beta^2 = \frac{P}{EI}$ و اینکه مقدار β از حل معادله تساوی نیروهای محرک و مقاوم حاصل شده است، بار P به بار بحرانی تبدیل خواهد شد و رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$(\frac{n\pi}{L})^2 = \frac{P}{EI} \qquad ۲\text{-}۳$$

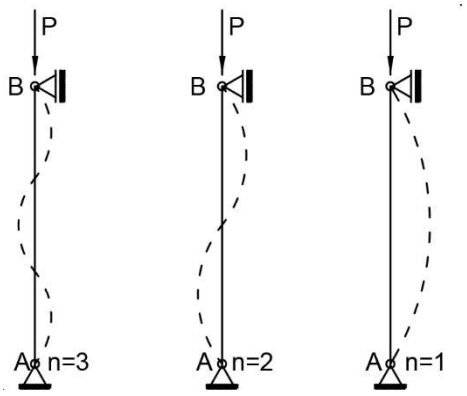
بار بحرانی بدست آمده طبق رابطه فوق به بار اولر شناخته می‌شود. معادله منحنی تغییر شکل $y = A\sin\frac{n\pi x}{L}$ خواهد بود. کوچکترین بار ستون با $n = 1$ بدست می‌آید که شکل کمانش این حالت، یک نیم موج سینوسی است که به مود کمانشی آن مود اولیه و به بار کمانش آن بار بحرانی پایه گویند. بنابراین بار بحرانی کمانش اولر که معیاری برای پایداری در طراحی است، برای یک ستون دو سر مفصل مقدار $P_e = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$ خواهد بود.

چنانچه شرایط تکیه گاهی ستون تغییر نماید، از طول موثر ستون L_e که به صورت $L_e = KL$ تعریف می شود، استفاده می‌گردد. K ضریب لاغری ستون است که نحوه محاسبه آن در بخشهای بعدی ارائه شده است. بنابراین می‌توان بار بحرانی $(\boldsymbol{P_e})$ یک ستون در مود اول را بطور کلی به صورت رابطه زیر بیان نمود. همچنین تنش بحرانی فشاری $(\mathbf{f_e})$ برای ستون با سطح مقطع A_g، با استفاده از رابطه $I = A_g r^2$ (I ممان اینرسی حول محور x و A_g سطح مقطع کل و r شعاع ژیراسیون حول محور x) به صورت زیر قابل محاسبه است.

$$\boldsymbol{P_e} = \frac{\boldsymbol{n^2\pi^2 EI}}{\boldsymbol{{L_e}^2}} = \frac{\boldsymbol{n^2\pi^2 EI}}{\boldsymbol{(KL)^2}}$$
$$\boldsymbol{f_e} = \frac{\boldsymbol{P_e}}{\boldsymbol{A_g}} = \frac{\boldsymbol{n^2\pi^2 EI}}{\boldsymbol{{L_e}^2 A_g}} = \frac{\boldsymbol{n^2\pi^2 E}}{\boldsymbol{\left(\frac{Le}{r}\right)^2}} = \frac{\boldsymbol{n^2\pi^2 E}}{\boldsymbol{\left(\frac{KL}{r}\right)^2}} = \frac{\boldsymbol{n^2\pi^2 E}}{\boldsymbol{\lambda^2}} \qquad ۳\text{-}۳$$

P_e	بار بحرانی ستون	f_e	تنش بحرانی ستون
K	ضریب لاغری ستون	L	طول ستون
L_e	طول موثر ستون	λ	لاغری ستون

در رابطه فوق λ لاغری ستون است که در دو جهت x و y به صورت $\boldsymbol{\lambda_x} = \boldsymbol{\frac{K_x L_x}{r_x}}$ و $\boldsymbol{\lambda_y} = \boldsymbol{\frac{K_y L_y}{r_y}}$ تعیین می‌گردد. شکل کمانش برای حالتی که $n = 2$ و $n = 3$ باشد، در شکل زیر نشان داده شده است که در این حالتها ستون به ترتیب دارای دو انحناء و سه انحناء خواهد بود.



شکل ۳-۴ مدهای کمانشی ۱، ۲ و ۳

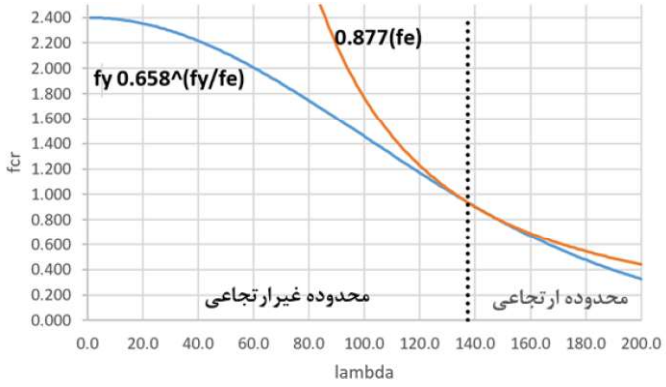
تعداد انحناء مود کمانشی، در ظرفیت فشاری ستون مؤثر است، مثلاً کمانش در مود دوم $\boldsymbol{n = 2}$ ظرفیت فشاری ستون را ۴ برابر می‌کند $(\boldsymbol{n^2})$. همانطور که در رابطه مشخص است، با افزایش طول ستون، ظرفیت فشاری آن کاهش می‌یابد. باید توجه داشت که کمانش ستون حول محوری اتفاق می‌افتد که r آن کمترین مقدار است. لذا در طراحی ستون از مقاطعی استفاده می‌شود که r_{min} آن بیشتر باشد، مثلاً برای انتخاب مقطع ستون از دو شکل دایره و لوله با مساحت یکسان، مقطع لوله مناسبتر است زیرا شعاع ژیراسیون حداقل آن بیشتر است.

۳-۲-۲ کمانش خمشی ارتجاعی

در ستونهای بلند که طول آنها نسبت به ابعاد مقطع عرضی زیاد است، قبل از آنکه تنش قطعه به حد نهایی خود برسد، تحت اثر کمانش منهدم می‌شوند. به عبارت دیگر مقاومت کمانشی هر ستون، با زیاد شدن طول آن کاهش خواهد یافت. در طولی بیش از یک طول پایه، تنش کمانشی به زیر حد مقاومت مصالح نزول می‌کند و کمانش رخ می‌دهد که به آن کمانش ارتجاعی می‌گویند که در «محدوده ارتجاعی» شکل زیر، قابل مشاهده است. با توجه به تحقیقات گسترده ای که در این خصوص صورت گرفته تئوری اولر فقط برای اعضای فشاری که لاغری زیادی دارند با واقعیت نزدیک می باشد، علت اصلی رفتار ارتجاعی ستونها در کمانش خمشی می باشد.

مرز بین دو ناحیه کمانش ارتجاعی و غیر ارتجاعی توسط لاغری بحرانی (λ_{cr}) تعیین می‌شود که مقدار آن مطابق رابطه زیر است.

$$\boldsymbol{\lambda_{cr} = 4.71\sqrt{\frac{E}{f_y}}} \qquad \text{۴-۳}$$

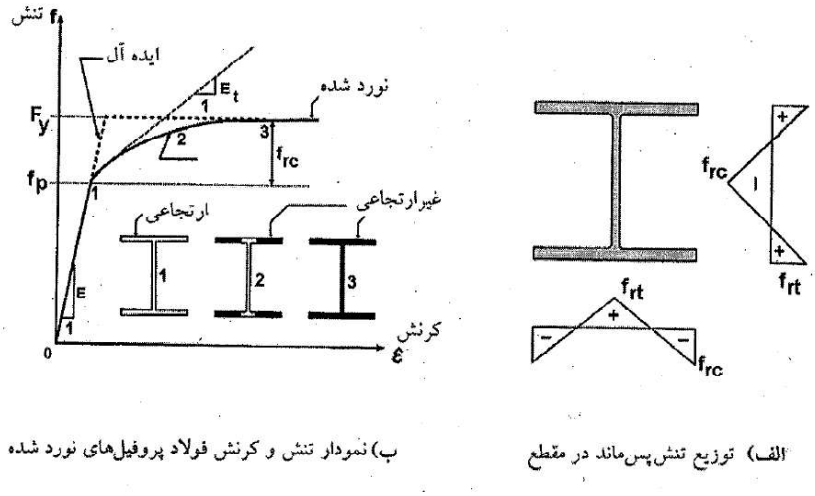


شکل ۳-۵ رابطه f_{cr} با نسبت لاغری λ برای اعضای فشاری بر اساس کمانش خمشی برای فولاد ST37

۳-۳ کمانش خمشی غیرارتجاعی

بررسی کمانش خمشی ارتجاعی توسط اولر، راهی موثر در بررسی رفتار اعضای فشاری بود، اما تحقیقات نشان داد که مقاومت کمانشی ستونهای با طول معمولی و با لاغری متوسط، به مراتب کوچکتر از نتیجه بدست آمده با تئوری اولر می باشد و با توجه به شکل فوق، رابطه اولر در «محدوده غیر ارتجاعی» صادق نیست.

یکی از دلایل عدم تطبیق به در نظر نگرفتن تنشهای پسماند ناشی از نورد یا جوشکاری و همچنین در نظر نگرفتن تغییرشکلهای غیرارتجاعی احتمالی در هنگام کمانش ستونها مربوط می شود. وجود تنشهای پسماند عامل مهمی در مقاومت اعضای فشاری به شمار می‌رود. عامل اصلی به وجود آمدن اینگونه تنشها خنک شدن غیر یکنواخت پس از نورد گرم می‌باشد. به عنوان مثال در پروفیلهای I شکل نوک بالها و وسط جان پس از نورد گرم سریعتر سرد می‌شوند و به صورت جامد در می‌آیند و دیگر تمایلی به منقبض شدن ندارند. در صورتی که محل اتصال بالها و جان نیمرخ به انقباض خود ادامه می‌دهند و در نتیجه در نواحی زود سرد شده اولیه تنش فشاری و در نواحی که در مرحله دوم سرد و جامد می‌شوند، تنش کششی ایجاد می‌شود که در شکل ۳-۶ نشان داده شده است.



ب) نمودار تنش و کرنش فولاد پروفیل‌های نورد شده

الف) توزیع تنش پس‌ماند در مقطع

شکل ۳-۶ اثر تنش های پسماند در نمودار تنش و کرنش فولاد نرمه

گاهی شدت این تنش های پسماند f_r تا پنجاه درصد تنشهای تسلیم فولاد می رسد. وجود تنشهای پسماند باعث می‌شود که حد خطی تنش f_p در نمودار تنش- کرنش فولاد نرمه کاهش یابد و به حدود نصف تنش تسلیم برسد و از نقطه حد خطی تا تسلیم فولاد، منحنی تنش کرنش به صورت غیرخطی امتداد پیدا کند. با توجه به شکل ۳-۶-ب از آنجا که در هنگام کمانش در برخی ستونها با لاغری متوسط و کم، نقاطی از مقطع ممکن است زودتر از کل مقطع جاری شوند، در نتیجه مقاومت کمانشی ستونها با توجه به کاهش شیب منحنی تنش- کرنش و کاهش مدول الاستیسیته E به شکل قابل توجهی نقصان می‌یابد که این مورد مهم در بررسی کمانش ارتجاعی ستونها دیده نشده است. به بیان دیگر تئوری اولر برای ستونهای کوتاه و چاق دارای خطای فاحشی می باشد.

امروزه با توجه به تئوری اولر برای کمانش ارتجاعی در ستون های لاغر و فرضیه‌هایی مانند شانلی برای کمانش غیرارتجاعی می‌توان نمودار تنش بر حسب لاغری را با دقت بیشتری برای اعضای فشاری رسم نمود که آیین نامه ها به این مهم پرداخته‌اند.

۳-۴ مقاومت فشاری طرح

مقاومت طرح اعضای فشاری مساوی $\phi_c P_n$ می باشد که در آن $\phi_c = 0.9$ ضریب تقلیل مقاومت و P_n مقاومت فشاری اسمی می‌باشد که برای اعضای فشاری با مقطع بدون اجزای لاغر بر اساس کمانش خمشی محاسبه گردند. در این اعضاء فرض بر آن است که مقطع I شکل با دو محور تقارن و بدون اجزای لاغر بوده و طول آزاد مهار نشده در برابر پیچش، کمتر از طول آزاد مهار نشده خمشی بوده و کمانش پیچشی حاکم نمی‌باشد[۱].

۳-۴-۱ مقاومت فشاری اسمی (P_n) و مقاومت طرح

مقاومت فشاری اسمی اعضای فشاری که با رابطه $P_n = f_{cr} A_g$ تعریف می‌شود، برای مقاطع I شکل با دو محور تقارن بر اساس کمانش خمشی با رابطه زیر کنترل می‌شود:

$$P_u \le \phi_c P_n = \phi_c f_{cr} A_g \qquad ۳-۵$$

$\phi_c = 0.9$	ضریب کاهش مقاومت	P_u	نیروی محوری ضریبدار
f_{cr}	تنش ناشی از کمانش خمشی	P_n	مقاومت فشاری اسمی
A_g	سطح مقطع کلی عضو		

در رابطه فوق f_{cr} تنش ناشی از کمانش خمشی است که محاسبه آن با توجه به لاغری مقطع صورت می‌گیرد. مقادیر عددی f_{cr} برای دو نوع فولاد ST37 و ST52 در جدول ۳-۴ و جدول ۳-۵ انتهای فصل ارائه شده‌اند.

$$f_{cr} = \begin{cases} f_y * 0.658^{\frac{f_y}{f_e}} & \leftarrow \lambda \le \lambda_{cr} \text{ کمانش غیرارتجاعی} \\ 0.877 f_e & \leftarrow \lambda \ge \lambda_{cr} \text{ کمانش ارتجاعی} \end{cases} \qquad ۳-۶$$

f_{cr}	تنش کمانش بحرانی	f_y	تنش تسلیم فولاد
f_e	تنش کمانش بحرانی اولر در حالت الاستیک که مقدار آن عبارت است از $f_e = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$		
$\lambda = \frac{KL}{r}$	لاغری حداکثر عضو	λ_{cr}	لاغری بحرانی برابر $\lambda_{cr} = 4.71\sqrt{\frac{E}{f_y}}$

[۱] برای اطلاع از ضوابط طراحی سایر حالتها به بند ۱۰-۲-۴ مبحث دهم مقررات ملی ساختمان مراجعه شود.

E	مدول الاستیسیته فولاد	K	ضریب طول مؤثر
L	طول مهار نشده	r	شعاع ژیراسیون مقطع عضو

با توجه به اینکه رابطه کمانش ارتجاعی به مقدار f_yبستگی ندارد، لذا تغییر در نوع فولاد در بازه $\lambda > \lambda_{cr}$ منجر به تغییر در f_{cr} نمی‌شود (این مورد از مقایسه اعداد جدول ۳-۴ و جدول ۳-۵ نیز مشهود است). می‌توان نشان داد که اگر لاغری بحرانی $\lambda_{cr} = 4.71\sqrt{\frac{E}{f_y}}$ در رابطه تنش بحرانی جایگذاری شود، مقدار تنش بحرانی هر دو رابطه یکسان خواهد بود.

توجه: مطابق ضوابط آیین‌نامه، لاغری ستونها به مقدار ۲۰۰ محدود شده است $(\lambda \leq 200)$.

مثال ۱-۳

مقدار لاغری بحرانی، تنش اولر و تنش بحرانی معادلِ لاغری بحرانی را برای فولاد ST37 محاسبه نمایید.

حل:

$$\lambda_{cr} = 4.71\sqrt{\frac{E}{f_y}} = 4.71 * \sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 137.32$$

$$f_e = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{\pi^2 * 2040}{137.32^2} = 1.068\frac{ton}{cm^2} \cong 0.445 f_y$$

$$f_{cr} = f_y * 0.658^{\frac{f_y}{f_e}} = 2.4 * 0.658^{\frac{2.4}{1.068}} = 0.937\frac{ton}{cm^2} \cong 0.39 f_y$$ (رابطه اول)

$$f_{cr} = 0.877 f_e = 0.877 * 1.068 = 0.937\frac{ton}{cm^2}$$ (رابطه دوم)

تمرین:

با مقایسه اعداد جدول ۳-۴ و جدول ۳-۵ بحث نمائید که چرا اعداد ردیف‌های انتهایی دو جدول مذکور یکسان است؟

۳-۵ تعیین ضریب لاغری ستون (K) یا ضریب طول مؤثر قطعه فشاری

تاکنون در بررسی بار بحرانی ستونها فرض بر آن بوده است که دو سر ستون دارای وضعیت مفصلی باشد به نحوی که هیچ گونه لنگر مقاومی در دو سر آن وجود نداشته باشد. در این حالت اگر جابجایی یک سر ستون نسبت به انتهای دیگر آن ممکن نباشد، طول مؤثر ستون KL با طول واقعی ستون برابر خواهد بود. به عبارت دیگر در چنین وضعیتی ضریب لاغری ستون یا ضریب طول مؤثر قطعه فشاری $K = 1.0$ است.

طول مؤثر در واقع فاصله بین نقاط عطف در منحنی کمانشی ستون است. این ضریب بر حسب درجه گیرداری دو سر ستون در دو وضعیت قابل تعیین است.

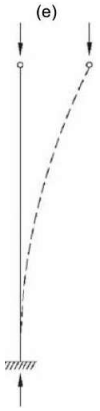
۳-۵-۱ ضریب طول مؤثر ستون (K) دارای شرایط تکیه گاهی ایده آل (تکیه‌گاه مفصلی یا گیردار)

در جدول ۳-۱ تعدادی ستون با شرایط مرزی مختلف همراه با ضرایب طول موثر (ضریب نسبت لاغری و یا ضریب لاغری) نشان داده شده است. همان طور که ملاحظه می‌شود ضریب طول مؤثر K علاوه بر قیود ابتدا و انتهای عضو به آزاد بودن یا مقید بودن ستون

در مقابل حرکت جانبی بستگی دارد. در این جدول در حالات (۱ و ۲ و ۳) که امکان جابجایی جانبی دو سر ستون نسبت به هم وجود ندارد، ضریب طول مؤثر نظری در بازه $0.5 \leq K \leq 1$ قرار دارد. در حالات (۴، ۵، ۶) که دو انتهای ستون در برابر حرکت جانبی نسبی مقید نشده‌اند، ضریب طول موثر در بازه $1 \leq K \leq \infty$ قرار دارد.

بار بحرانی ستونها با شرایط تکیه‌گاهی مختلف را می‌توان با توجه به مفهوم طول مؤثر به بار بحرانی ستون دو سر مفصل نسبت داد. بار بحرانی یک ستون با ضریب طول موثر رابطه عکس دارد و هرچه یک ستون ضریب طول موثر کمتری داشته باشد، بار بحرانی آن بیشتر بوده و ستون قوی‌تر است، به عنوان مثال ستون دو سر گیردار بدون جابجایی بالاترین بار بحرانی را با ضریب طول موثر ۰,۵ دارد. بار بحرانی این ستون معادل با بار بحرانی یک ستون دو سر مفصل با طول مؤثر $\frac{L}{2}$ است.

جدول ۳-۱ ضریب طول مؤثر برای ستونها با شرایط تکیه‌گاهی استاندارد

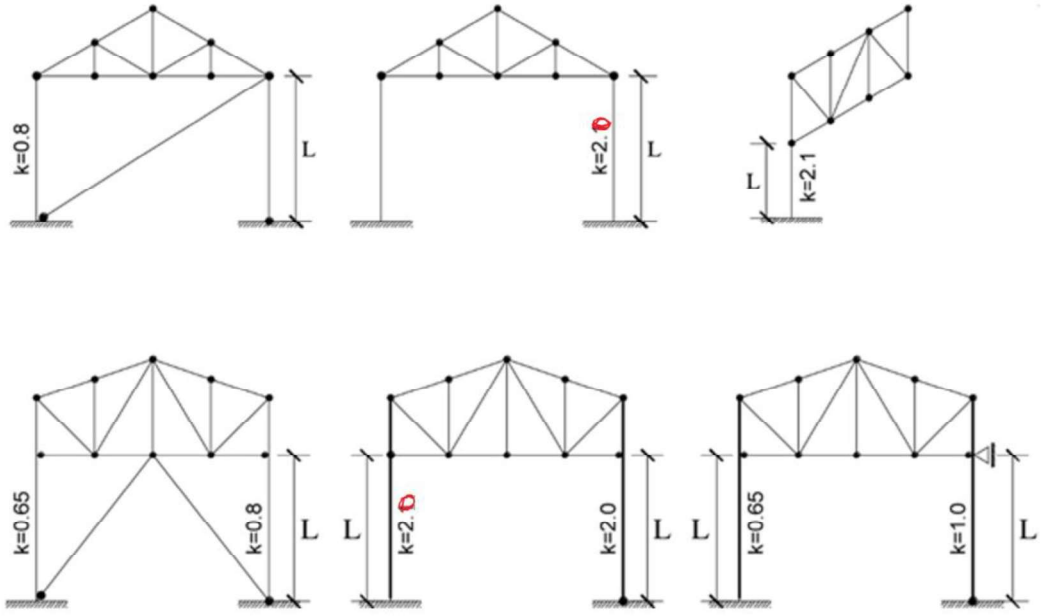
وضعیت ستون	بدون مهار جانبی $K \geq 1$			با مهار جانبی $K \leq 1$		
شکل کمانش یافته ستون و شرایط تکیه گاهی	(f)	(e) 	(c)	(d)	(b)	(a)
مقادیر تئوری K	۲/۰	۲/۰	۱/۰	۱/۰	۰/۷	۰/۵
K مقادیر طراحی آیین نامه	۲,۰	۲,۱	۱,۲	۱,۰	۰,۸	۰,۶۵
وضعیت تکیه‌گاهها	تکیه‌گاه مفصلی و گیردار با جابجایی	تکیه‌گاه گیردار با جابجایی انتهای آزاد	تکیه‌گاه گیردار با جابجایی	تکیه‌گاه مفصلی بدون جابجایی	تکیه‌گاه مفصلی و گیردار بدون جابجایی	تکیه‌گاه گیردار بدون جابجایی

انتقال و دوران مقید
انتقال مقید و دوران آزاد
انتقال آزاد و دوران مقید
انتقال و دوران آزاد

توجه: به دلیل عدم انطباق کامل شرایط اجرایی اتصال مفصلی و گیردار با فرضیات تئوری آنها، مقادیر تئوری (K) با مقادیر توصیه آیین‌نامه متفاوت است. لذا در محاسبات از مقادیر توصیه آیین نامه‌ای استفاده می‌شود.

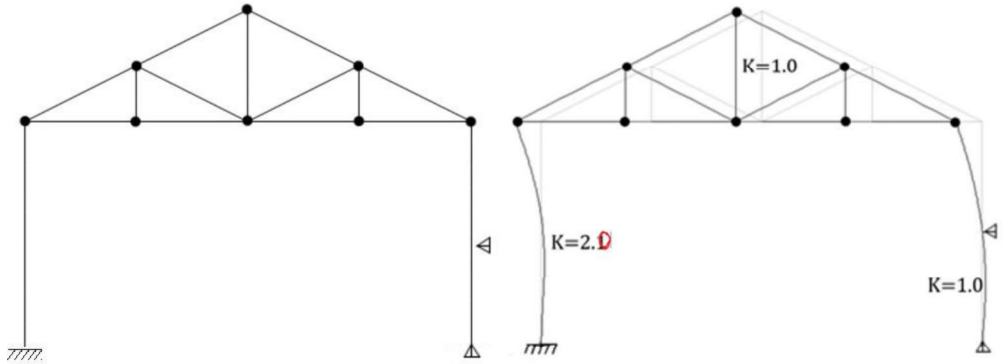
نحوه استفاده از جدول ۳-۱ در شکلهای زیر نشان داده شده است. در تعیین K در ستونهای واقع در سازه‌های خاص (به جز قابهای صلب) می‌بایست از جدول فوق استفاده گردد. در این حالت سعی می‌شود ستون مورد نظر به یکی از حالات جدول انطباق داده

شده و برای آن ستون از جدول مورد نظر انتخاب گردد. در حالتی که ستون در یک گره به صورت ممتد (ادامه‌دار) باشد، آن نقطه به صورت صلب در نظر گرفته می‌شود و چنانچه ستون در گره مذکور قطع شده باشد، تکیه گاه موردنظر، همان تکیه گاه گره خواهد بود.

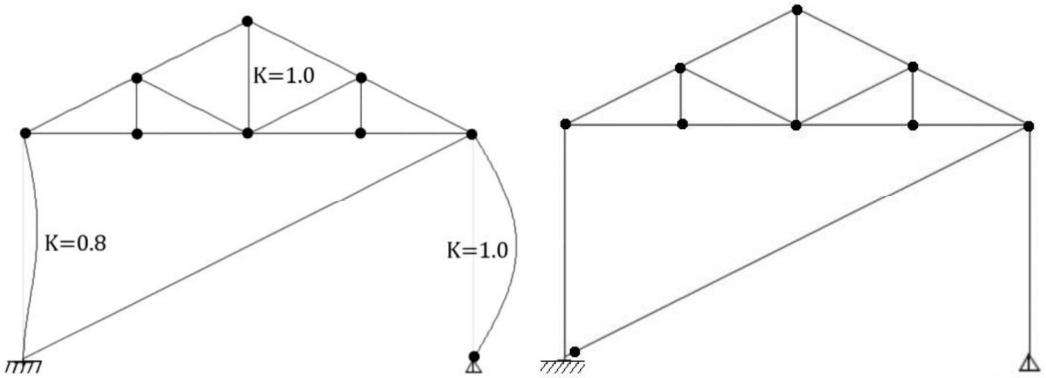


شکل ۳-۷ مثال‌هایی از تعیین ضریب طول مؤثر ستون

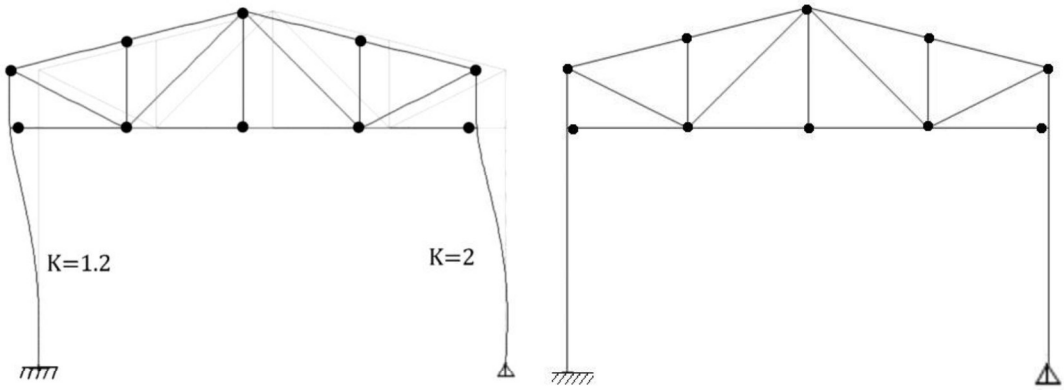
شمای تغییرشکل یافته برخی از سازه‌های مذکور، در شکلهای زیر مشاهده می‌شود.



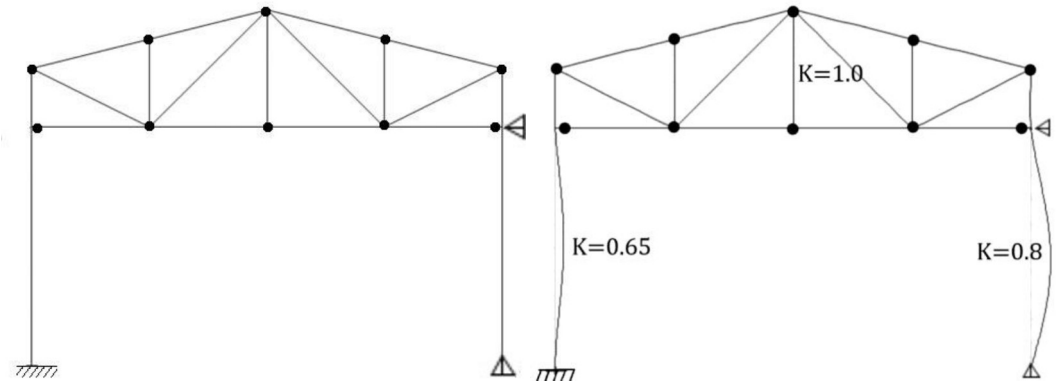
نمونه شماره یک



نمونه شماره دو



نمونه شماره سه

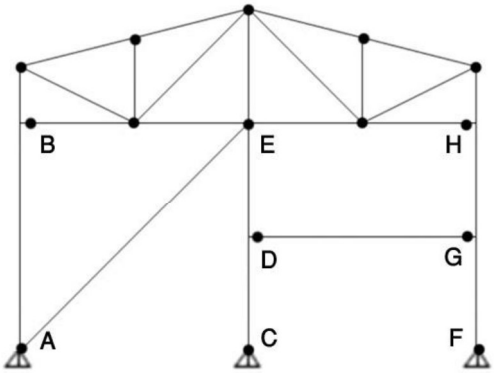


نمونه شماره چهار

شکل ۳-۸ مثالهایی از تعیین ضریب طول مؤثر ستون

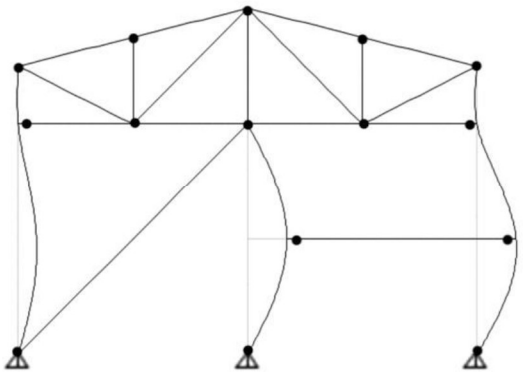
مثال ۲ـ۳

ضریب طول مؤثر ستونهای AB, CE, FH, CD سازه شکل زیر را مشخص نمایید.

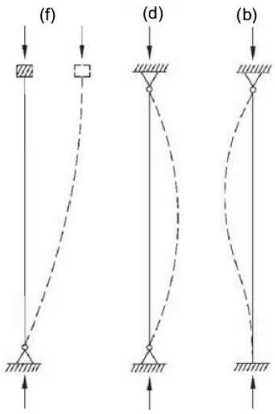


حل

جهت آشنایی بیشتر با رفتار ستونها، وضعیت تغییر شکل یافته سازه مطابق شکل زیر می‌باشد.



وضعیت ستونهای مورد نظر در شکل زیر مشاهده می‌شود.



وضعیت ستونهای AB و CE و CD

ستون CE دارای مهار جانبی است. با توجه به تکیه‌گاه مفصلی پایین ستون و اتصال مفصلی بالای ستون، K=1.0 خواهد بود.

ستونهای AB,FH دارای مهار جانبی هستند. با توجه به تکیه‌گاه مفصلی پایین ستونها و اتصال صلب بالا، امکان دوران بالای ستون به مقدار ناچیزی فراهم است و لذا K=0.8 خواهد بود.

ستون CD دارای مهار جانبی نیست. با توجه به تکیه‌گاه مفصلی پایین ستون و عدم وجود دوران در بالای ستون (به دلیل تقارن) K=2.0 خواهد بود.

۳-۵-۲ ضریب طول مؤثر (K) ستون در قاب

معمولاً ستونهای سازه، اعضای قابهای ساختمانی هستند که شرایط مرزی آنها به نحوه اتصال ابتدا و انتهای ستون و نیز سختی اعمال شده از طریق اعضای متصل به ستون و آزاد یا مقید بودن ستون در برابر حرکت جانبی بستگی دارد.

قابهای ساختمانی به دو دسته کلی مهار شده و مهار نشده تقسیم بندی می‌شوند. یک قاب مهار شده به قابی اطلاق می‌شود که عدم امکان جابجایی جانبی دو سر ستونها توسط بادبندهای مناسب، دیوار برشی، سازه مهار شده دیگر و یا توسط کف و سقف مقاوم که امکان جابجایی برای آن ممکن نباشد، مهار شده است. در واقع در یک قاب مهار شده امکان جابجایی افقی یک سرستون نسبت به انتهای دیگر ممکن نخواهد بود. در این حالت $K \leq 1.0$ است که در جهت اطمینان می‌توان $K = 1.0$ را در محاسبات منظور نمود.

قاب مهار نشده به قابی گفته می‌شود که میزان جابجایی جانبی قاب بستگی به صلبیت خمشی اتصالات تیر و ستون قاب داشته باشد. کمانش ستون در یک قاب مهار نشده همواره به نحوی خواهد بود که جابجایی یک سر ستون نسبت به انتهای دیگر آن ممکن باشد، مقدار K برای این ستونها همیشه بیش از واحد است $(K > 1)$.

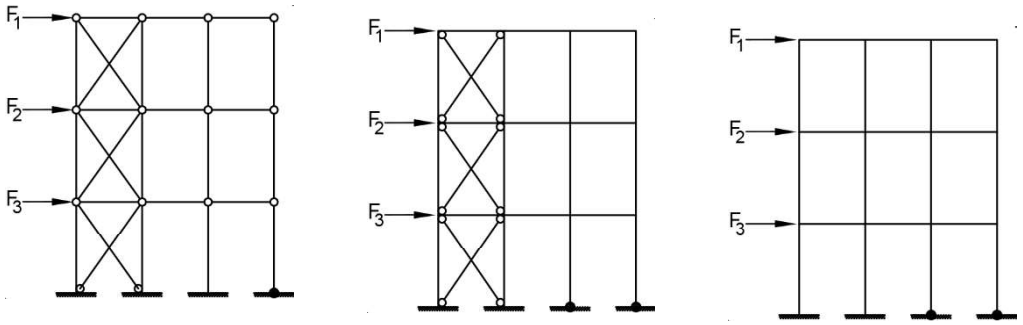
مبحث دهم مقررات ملی ساختمان در قابهای بدون جابجایی بجای استفاده از نمودار ژولیان و لورنس، ضریب طول مؤثر K را برای اعضای فشاری برابر ۱،۰ نیز مجاز می‌داند. در کلیه مثالها و تمرینهای این کتاب، چنانچه ستون در قاب خمشی با مهار بوده است، مقدار K به جای توصیه آیین نامه $(K = 1.0)$ مقدار حاصل از روابط ژولیان-لورانس $(K \leq 1.0)$ در نظر گرفته شده است. بدیهی است در کارهای اجرایی (بعد از فارغ التحصیلی) مقدار K در ستونهای مذکور، می‌تواند طبق توصیه آیین نامه برابر $K = 1.0$ مورد استفاده قرار گیرد.

در شکل زیر دو قاب ساختمانی مهار شده و یک قاب خمشی مهار نشده و چگونگی تغییر مکان آنها در اثر بارهای جانبی نشان داده شده است. قاب خمشی، قابی است که در آن اتصال تیرها به ستونها از نوع صلب می‌باشد (گره صلب). گره صلب، گره‌ای است که در صورت دوران یکی از اعضاء وارد بر آن گره در اثر بارگذاری خارجی، تمام اعضاء متصل به آن گره به یک اندازه دوران می‌نمایند (دوران گره).

در قاب مفصلی با مهاربند، ضریب طول مؤثر (K) از جدول استاندارد تعیین می‌گردد. برای قاب صلب با مهاربند از نمودار ژولیان و لورنس بدون جابجایی و برای قاب صلب با جابجایی از نمودار ژولیان و لورنس با جابجایی استفاده می‌شود.

توجه: برای تعیین ضریب طول مؤثر K در ستون، چنانچه حداقل یک تیر با اتصال صلب به ستون متصل شده باشد از روش ژولیان و لورنس استفاده می‌شود. در غیر این صورت ضریب طول مؤثر K با مراجعه به جدول استاندارد تعیین می‌گردد.

از آنجا که برای سیستم‌های مهار جانبی محدودیتهایی از نظر ارتفاع در آیین‌نامه‌ها وجود دارد، در برخی موارد لازم است از بیش از یک سیستم مهار جانبی در قاب استفاده شود تا تغییرشکل‌های ایجاد شده در قاب، کنترل شوند.



ج) قاب خمشی (اتصالات صلب) بدون مهاربند **ب) سیستم دوگانه قاب خمشی (اتصالات صلب) با مهاربند** **الف) قاب ساختمانی (اتصالات مفصلی) با مهاربند**

شکل ۳-۹ قاب‌های مهارشده و مهار نشده

توجه شود که در قاب، گره‌های داخلی فقط می‌توانند صلب و یا مفصلی باشند. گره‌های خارجی نیز فقط می‌توانند گیردار و یا مفصلی باشند. مفصل در گره داخلی را مفصل داخلی و مفصل در گره خارجی را مفصل تکیه‌گاهی می‌نامند. مفصل داخلی می‌تواند در گره و یا در انتهای یک عضو واقع شود. چنانچه مفصل در گره واقع شده باشد، تمام اعضاء وارد بر گره دارای اتصال مفصلی می‌باشند و چنانچه مفصل در انتهای عضو واقع شود، فقط همان عضو با اتصال مفصلی به گره متصل است و سایر اعضاء متصل به گره دارای اتصال صلب خواهند بود.

روش تعیین K در قابهای خمشی ساختمانی، استفاده از رابطه و یا نمودار ژولیان و لورنس است. بدین صورت که ابتدا پارامتر G برای دو انتهای ستون با دو مقدار G_A و G_B بدست می‌آید. پارامتر G نسبت مجموع سختی خمشی ستونهای متصل به گره مورد نظر به مجموع سختی خمشی تیرهای موجود در صفحه خمش و متصل به آن گره است. در اصل پارامتر G نماینده میزان دوران در نقاط بالا و پایین می باشد. هر چه این پارامتر بزرگتر باشد، دوران راحت‌تر و هر چه کوچکتر باشد دوران در نقاط بالا و پایین ستون سخت‌تر صورت می‌گیرد. به عبارت دیگر، گیرداری نقاط بالا و پایین افزایش و ضریب طول مؤثر ستون کاهش می‌یابد. پارامتر G برای دو انتهای ستون از روابط زیر تعیین می‌شود.

$$\boldsymbol{G_A = \sum_{col} \frac{E_{col} I}{L} \div \sum_{beam} \boldsymbol{\beta}\ \frac{E_{beam} I}{L} \xrightarrow{E_{beam}=E_{col}} G_A = \frac{\sum_{col} \frac{EI}{L}}{\sum_{beam} \boldsymbol{\beta} \frac{EI}{L}} \rightarrow}$$

$$\boldsymbol{G_A = \frac{\sum_{col} \frac{I}{L}}{\sum_{beam} \boldsymbol{\beta} \frac{I}{L}}} \qquad \text{۷-۳}$$

$$\boldsymbol{G_B = \frac{\sum_{col} \frac{I}{L}}{\sum_{beam} \boldsymbol{\beta} \frac{I}{L}}}$$

$\sum_{\mathrm{col}} \frac{\mathrm{I}}{\mathrm{L}}$ مجموع $\frac{I}{L}$ کلیه ستون‌های متصل به گره مورد نظر در صفحه قاب.

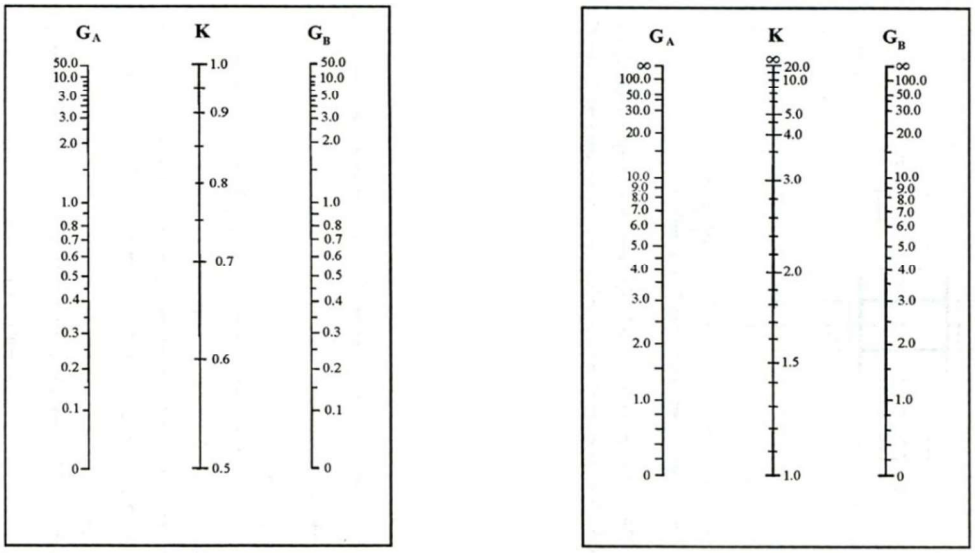
$\sum_{\mathrm{beam}} \beta\ \frac{\mathrm{I}}{\mathrm{L}}$ مجموع $\frac{I}{L}$ کلیه تیرهای متصل به گره مورد نظر در صفحه قاب.

β ضریب اصلاح سختی تیرها که در بند ۴-۵-۳ تعریف می‌شود.

در مرحله بعد، در دو وضعیت با امکان جابجایی (ستون مهار نشده) و بدون امکان جابجایی (ستون مهار شده)، با استفاده از رابطه زیر و یا نمودار ژولیان و لورنس، مقدار Kبرای ستون مشخص می‌گردد.

$$\boldsymbol{K = \begin{cases} \frac{3G_AG_B + 1.4(G_A+G_B) + 0.64}{3G_AG_B + 2(G_A+G_B) + 1.28} \leq 1.0 \\ \sqrt{\frac{1.6G_A \times G_B + 4(G_A+G_B) + 7.5}{G_A+G_B+7.5}} \geq 1.0 \end{cases}} \qquad \text{۸-۳}$$

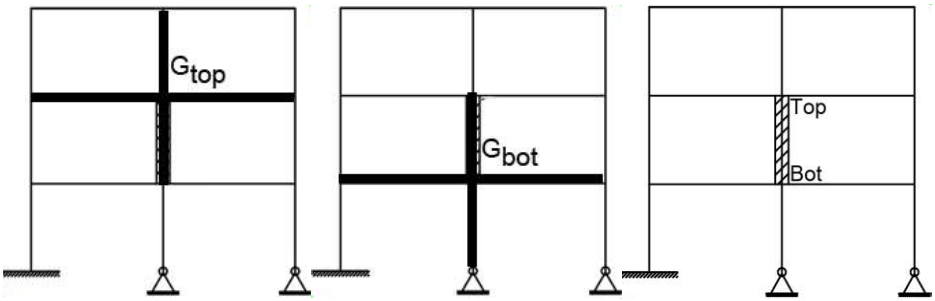
نمودار ژولیان و لورنس در دو وضعیت با امکان جابجایی و بدون امکان جابجایی در شکل زیر ارائه شده است.



الف) ستون با حرکت جانبی **ب) ستون بدون حرکت جانبی**

شکل ۳-۱۰ نمودار ژولیان و لورنس

به عنوان مثال، ستون میانی طبقه دوم قاب شکل زیر مد نظر است. ابتدا وضعیت مهار جانبی ستون بررسی شده و تعیین می‌گردد که ستون دارای مهار شده هست $(K \leq 1)$ یا ستون مهار نشده است $(K \geq 1)$. برای تعیین دو پارامتر G_{top} (گره بالایی ستون) و G_{Bot} (گره پایینی ستون) دو وضعیت نشان داده شده مورد محاسبه قرار گرفته و برای هر وضعیت، با توجه به سختی خمشی تیرها و ستونهای همان وضعیت، پارامتر G محاسبه می‌گردد. سپس با قرار دادن دو مقدار G_{top} و G_{Bot} در رابطه ژولیان و لورنس، مقدار K به دست می‌آید.



الف- وضعیت ستون در قاب **ب- گره بالا** **پ- گره پایین**

شکل ۳-۱۱ نمایش وضعیت ستون در روابط ژولیان ولورنس

۳-۵-۳ ضریب G در تکیه‌گاه

اگر اتصال پای ستون مفصل باشد به سادگی دوران می کند و مثل آن است که تیرهایی با I صفر به ستون وارد شده و از نظر تئوری $G = \infty$ است. اما رفتار واقعی تکیه‌گاه مفصلی، به صورت مفصل ایده‌آل نمی‌باشد و لذا در محاسبات از $G = 10$ استفاده می‌شود..

اگر اتصال پای ستون گیردار باشد دوران آن صفر است و مثل آن است که تیرهایی با لنگر اینرسی بی‌نهایت به آن وارد می‌شود و از نظر تئوری $G = 0$ است. اما رفتار واقعی تکیه‌گاه گیردار، به صورت گیردار ایده‌آل نمی‌باشد و لذا در محاسبات از $G = 1.0$ استفاده می‌شود.

۳-۵-۴ ضریب اصلاح سختی تیرها (β)

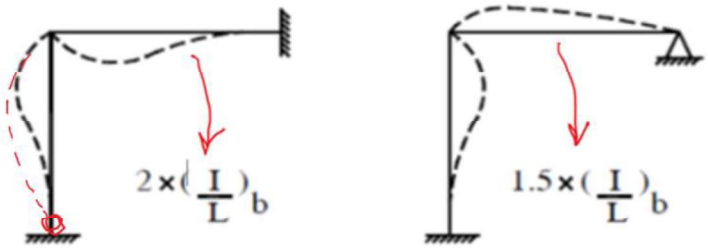
اگر گره دور تیری که گره نزدیک آن به ستون صلب است، با اتصال غیر صلب باشد در این صورت سختی تیرها $(\frac{I}{L})_{beam}$ در ضرایبی مطابق جدول زیر ضرب می‌شوند. در غیر این صورت ضریب اصلاح سختی برابر واحد است $(\beta = 1)$.

سختی تیرهایی که به صورت مفصلی در هر گره متصل هستند در محاسبات G وارد نمی‌شود. به همین دلیل در راستای قاب‌های ساده ساختمانی مهاربندی شده، $K = 1.0$ در نظر گرفته می‌شود.

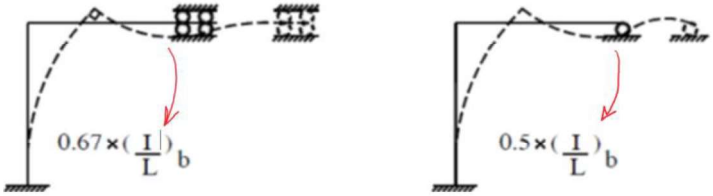
جدول ۳-۲ ضریب اصلاحی برای محاسبه سختی تیرها (β)

وضعیت انتهای تیر	وضعیت ستونی که تیر به آن متصل است	
	ستون با حرکت جانبی مقید	ستون با حرکت جانبی آزاد
هر دو انتها صلب	$\beta = 1$	$\beta = 1$
گره دور مفصلی	$\beta = \frac{3}{2}$	$\beta = \frac{1}{2}$
گره دور گیردار	$\beta = 2$	$\beta = \frac{2}{3}$
گره نزدیک مفصلی	$\beta = 0$	$\beta = 0$
تیر طره‌ای (انتهای دور آزاد)	$\beta = 0$	$\beta = 0$

در شکل زیر چگونگی استفاده از برخی مقادیر جدول به صورت شماتیک نشان داده شده است.



الف) ستون عضوی از قاب بدون جابجایی، انتهای تیر مفصلی ب) ستون عضوی از قاب بدون جابجایی و انتهای تیر گیردار

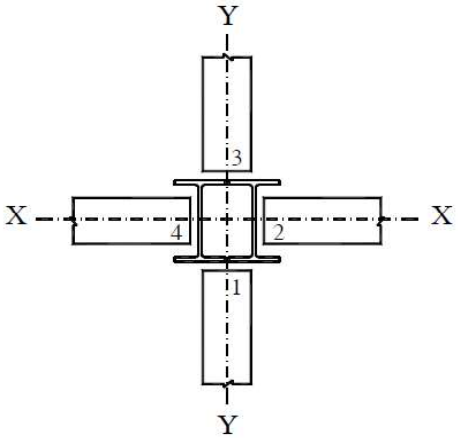


ج) ستون عضوی ازقاب با جابجایی و انتهای تیر مفصلی د) ستون عضوی از قاب با جابجایی و انتهای تیرگیردار

شکل ۳-۱۲ ضرایب اعمالی اصلاح سختی به تیرها (β) در اتصال دور آنها به گره‌های غیرصلب

۳-۵-۵ نکات تعیین ضریب G

- در تعیین پارامتر G سختی تیرهایی در محاسبه G وارد می‌شوند که در آن راستا دارای سختی خمشی هستند. به عنوان مثال در شکل زیر برای خمش حول محور x و محاسبه K_x باید سختی خمشی تیرهای ۱ و ۳ و برای خمش حول محور y و محاسبه K_y باید سختی خمشی تیرهای ۲ و ۴ منظور گردد.



شکل ۳-۱۳ پلان اتصال تیرها به ستون در دو قاب عمود بر هم

- در محاسبه G باید به چگونگی اتصال تیرها و ستون‌ها دقت شود. چنانچه تیر به بال ستون متصل شده باشد، باید I_x نیمرخ ستون در محاسبه سختی خمشی بکار رود، اما اگر تیر به جان ستون متصل شده باشد، باید I_y نیمرخ ستون به کار گرفته شود.
- در اجرای متداول قابهای خمشی، عمدتاً جان تیرها در راستای قائم قرار می‌گیرد. از این رو در تعیین سختی خمشی تیرها برای محاسبه G سختی خمشی محور قوی تیر (I_x) استفاده می‌شود. بدیهی است چنانچه جان تیر به صورت افقی قرار گیرد، سختی خمشی محور ضعیف آن (I_y) در محاسبات استفاده می‌شود. در همه مسائل این کتاب، سختی خمشی محور قوی تیر (I_x) در محاسبات استفاده می‌شود.
- در قابهایی که تیر طره وجود دارد، سختی تیر طره در محاسبات G وارد نمی‌شود.
- به دلیل اتصال مفصلی مهاربندها به اجزاء سازه، سختی مهاربندها در استفاده از نمودار ژولیان و لورنس برای اعضاء مهاربند لحاظ نمی‌شود.

۳-۶ مراحل گام به گام طراحی و کنترل اعضای فشاری

چنانچه مقطع ستون و یا جهت قرارگیری مقطع مشخص نباشد، ابتدا گامهای مرتبط با طراحی (گامهای ۱ الی ۳) انجام شده و وضعیت مقطع ستون مشخص می‌شود. سپس گامهای مرتبط با کنترل آن مقطع (گامهای ۴ به بعد) انجام می‌شود.

گام ۱: تنش فشاری بحرانی فرضی $\phi_c f_{cr}$ در محدوده $\phi_c f_{cr} \cong 1.5\sim1.8\frac{ton}{cm^2}$ باشد. همچنین می‌توان نسبت لاغری فرضی ماکزیمم را حدود $\lambda_{max} \cong 80\sim110$ در نظر گرفت و تنش فشاری بحرانی فرضی را محاسبه نمود.

گام ۲: سطح مقطع مورد نیاز از رابطه $A_g \geq \frac{P_u}{\phi_c f_{cr}}$ تعیین می‌گردد.

گام ۳: با توجه به سطح مقطع بدست آمده، مناسبترین پروفیل با توجه به جدول اشتال (متناظر با نوع مقطع ستون) انتخاب می‌گردد.

گام ۴: با تعیین نسبت لاغری ستون و شعاع ژیراسیون مقطع و طول ستون با توجه به شرایط در دو جهت، نسبت لاغری λ_x و λ_y برای دو جهت محاسبه می‌شود.

گام ۵: λ_{max} با توجه به λ_x و λ_y انتخاب می‌شود.

گام ۶: با استفاده از λ_{max} تنش فشاری بحرانی محاسباتی f_{cr} از رابطه و یا جداول بدست می‌آید.

گام ۷: نیروی نهایی فشاری P_u با ظرفیت نهایی $\phi_c f_{cr} A_g$ مقایسه می شود.

گام ۸: الف) اگر $P_u > \phi_c f_{cr} A_g$ باشد، بایستی نمره پروفیل افزایش یابد و محاسبات از مرحله ۴ مجددا تکرار می‌شود.

ب) اگر $P_u \leq \phi_c f_{cr} A_g$ باشد، طراحی قابل قبول است (به شرط آنکه طرح اقتصادی باشد).

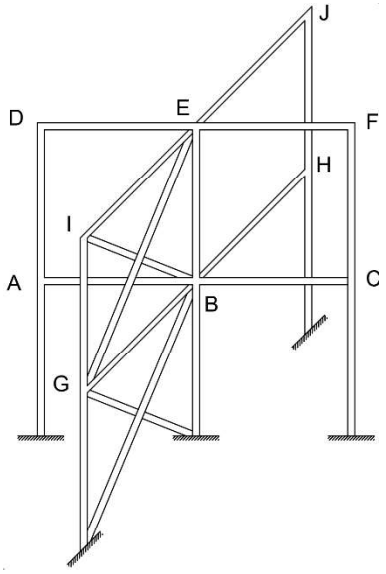
ج) اگر $P_u << \phi_c f_{cr} A_g$ باشد، نمره پروفیل را کاهش داده و محاسبات تکرار می شود.

۳-۷ نکات مهم در طراحی اعضای فشاری

در طراحی اعضای فشاری توجه به نکات اجرایی زیر توصیه می شود:

الف) قاعده قرارگیری ستون به گونه ای است که باید KL بیشتر با r بیشتر و KL کمتر با r کمتر همراه باشد. همانگونه که در شکل زیر نشان داده شده، ضریب لاغری برای ستونها در صفحه کاغذ بیشتر از ۱,۰ و برای ستونها در صفحه عمود کمتر از ۱,۰ است. بنابراین تیرهای قاب در صفحه به بال پروفیل I متصل می‌شوند تا KL بیشتر با r بیشتر همراه شود و تیرهای قاب در صفحه عمود، به جان پروفیل I متصل می‌گردند تا KL کمتر با r کمتر همراه باشد.

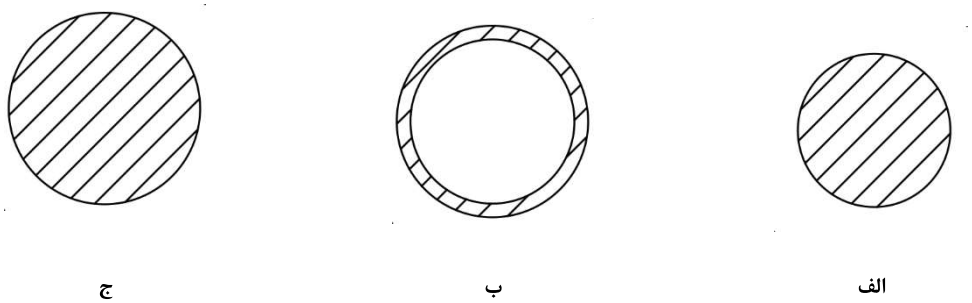
همانگونه که ملاحظه می‌شود، در حالتی که ستون در یک صفحه با جابجایی و در صفحه دیگر بدون جابجایی باشد، انتخاب جهت ستون به آسانی میسر می باشد. اما چنانچه ستون در هر دو صفحه، قاب با جابجایی و یا در هر دو صفحه، قاب بدون جابجایی باشد، لازم است، انتخاب جهت ستون از طریق سعی و خطا صورت پذیرد. بدین ترتیب که مسئله دو بار حل شود (یک بار با انتخاب جهت مفروض، بار دیگر با انتخاب جهت متفاوت با فرض قبلی) و انتخاب صحیح جهت ستون، جهتی خواهد بود که به پروفیل سبکتری منجر شود.



شکل ۳-۱۴ قاب مورد نظر در صفحه و صفحه عمود

حالت خاص این که KL ستون اگر در دو صفحه یکسان باشد (مثل ساختمانهای دو طرف مهاربند یا دیوار برشی که K ستونها در دو جهت ۱,۰ است) جهت قرارگیری ستون از نظر طراحی مهم نیست و مسائل اجرایی در انتخاب جهت ستون مؤثر است، مانند نحوه اتصالات تیر به ستون و یا نحوه قرارگیری ستون در دیوار.

ب) در انتخاب شکل قطعه فشاری می‌بایست سعی شود که حداکثر شعاع ژیراسیون و حداقل مصالح مصرفی تواماً بدست آید، یعنی تا حد امکان مصالح ستون دورتر از مرکز ثقل قرار گیرد. این موضوع می‌تواند با اضافه کردن ابعاد مقطع و نازک کردن ضخامت اجزاء حاصل شود. البته نباید ضخامت اجزاء خیلی نازک شود که کمانش موضعی تعیین کننده شود. به عنوان مثال در شکل زیر مساحت مقطع در هر دو حالت الف و ب یکسان است ولی شعاع ژیراسیون شکل ب بیشتر از شکل الف است و برای مقطع ستون مناسبتر است و یا در شکل ب و ج قطر خارجی مقطع یکسان است، بنابراین شعاع ژیراسیون شکل ب و ج باید محاسبه گردد تا معلوم شود کدام یک شعاع ژیراسیون بیشتری دارند.



الف ب ج

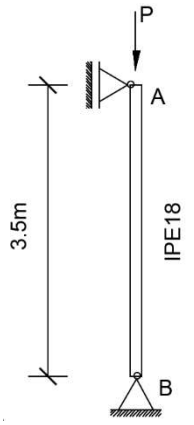
شکل ۳-۱۵ دومقطع ستون با مساحت یکسان و شعاع ژیراسیون متفاوت

ج) نحوه قرار گیری ستون در پلان بایستی به گونه ای باشد که λ_x و λ_y تقریباً برابر گردند. در این صورت از ظرفیت ستون حداکثر بهره برداری صورت می‌پذیرد، (طراحی بهینه).

د) تقویت یک عضو فشاری با افزایش سطح مقطع و کم کردن لاغری امکان‌پذیر است. کاهش لاغری به سه پارامتر بستگی دارد. هرچه طول ستون کاهش یابد و شعاع ژیراسیون افزایش پیدا کند و شرایط گیرداری در دو سر ستون بیشتر شود (K کاهش یابد) از میزان لاغری کاسته می‌شود.

مثال ۳-۳

ستون با مقطع $IPE180$ مطابق شکل زیر مد نظر است. حداکثر نیرویی را که می‌توان به ستون اعمال نمود، تعیین کنید.



شکل ۳-۱۶ نمایش ستون

حل:

مشخصات مقطع

$$IPE18: A = 23.9cm^2, r_x = 7.42cm, r_y = 2.06cm$$

گام ۱- لاغری ماکزیمم

$$\lambda_x = \frac{K_x L_x}{r_x} = \frac{1\times350}{7.42} = 47.2$$

$$\lambda_y = \frac{K_y L_y}{r_y} = \frac{1\times350}{2.06} = 169.9$$
$$\lambda_{max} = \lambda_y = 169.9$$

گام ۲- تنش بحرانی کمانش

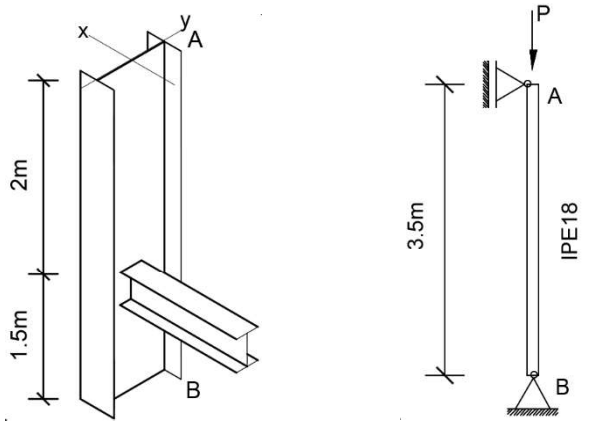
$$\lambda_{max} = 169.9 > \lambda_{cr} = 4.71\sqrt{\frac{E}{f_y}} = 4.71\sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 137.3$$
$$f_e = \frac{\pi^2\times2040}{169.9^2} = 0.697\,\frac{ton}{cm^2}$$
$$f_{cr} = 0.877 f_e = 0.877 * 0.697 = 0.61\,\frac{ton}{cm^2}$$

گام ۳- ظرفیت ستون

$$P_n = f_{cr} A_g = 0.61 \times 23.9 = 14.58\ ton$$
$$P_u \le \phi_c P_n = \phi_c f_{cr} A_g = 0.9 \times 0.61 \times 23.9 = 13.12\ ton$$

مثال ۳-۴

ستون با مقطع $IPE180$ مطابق شکل زیر مد نظر است (تکرار وضعیت مثال قبل). با ایجاد مهار جانبی میان ستون مطابق شکل، ظرفیت ستون را تعیین و نتیجه را با مثال قبل مقایسه نمایید.



شکل ۳-۱۷ نمایش ستون

حل:

گام ۱- لاغری ماکزیمم

$$\lambda_x = \frac{K_x L_x}{r_x} = \frac{1\times350}{7.42} = 47.2$$
$$\lambda_y = \frac{K_y L_y}{r_y} = \frac{1\times200}{2.05} = 97.5$$
$$\lambda_{max} = \lambda_y = 97.5$$

گام ۲- تنش بحرانی

$$\lambda_{max} = 97.5 < \lambda_{cr} = 4.71\sqrt{\frac{E}{f_y}} = 4.71\sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 137.3$$

$$f_e = \frac{\pi^2 \times 2040}{97.5^2} = 2.12\,\frac{ton}{cm^2}$$

$$f_{cr} = 2.4 * 0.658^{\frac{2.4}{2.12}} = 1.49\,\frac{ton}{cm^2}$$

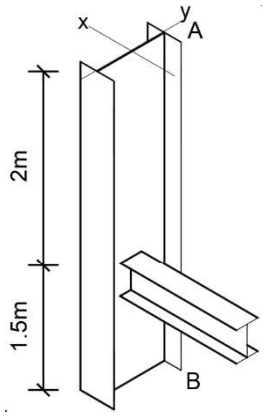
گام ۳- ظرفیت ستون

$$P_n = f_{cr}A_g = 1.49 \times 23.9 = 35.71\ ton$$

$$P_u \leq \phi_c P_n = 0.9 \times 22.43 = 32.14\ ton$$

گام ٤- مقایسه نتایج

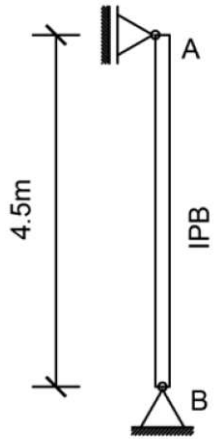
ملاحظه می‌شود که با کاهش طول کمانشی ستون، ظرفیت باربری مقطع از ۱۳ به ۳۲ تن به مقدار قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد. اگر تیر مهار در وسط باشد می‌توان گفت مود دوم حاکم می‌شود. نمونه کاربردی این مثال تیر نیم طبقه در ایستگاه راه پله است که می‌تواند مهار ستون پله باشد.



شکل ۳-۱۸ اضافه نمودن مهار جهت کاهش طول کمانشی ستون

مثال ۵-۳

ستون دو سر مفصل شکل زیر را برای بار محوری مرده $30ton$ و بار زنده $15ton$ از پروفیل IPB طرح کنید. ترکیب بار $1.2P_D + 1.6P_L$ مد نظر قرار گیرد.



شکل ۳-۱۹ ستون دوسرمفصل تحت اثر بار محوری تنها

حل:

گام ۱- تعیین نیروی ضریبدار ناشی از تحلیل سازه

P_u ناشی از ترکیبات بارگذاری طبق ترکیب بار زیر محاسبه می‌شود:

$$P_u = 1.2P_D + 1.6P_L = 1.2 \times 30 + 1.6 \times 15 = 60\ ton$$

گام ۲- فرض مقطع اولیه

$\phi_c f_{cr} = 1.8 \frac{ton}{cm^2}$ فرض می‌شود و سطح مقطع مورد نیاز محاسبه می گردد:

$$P_u \le \phi_c f_{cr} A_g \rightarrow A_g \ge \frac{P_u}{\phi_c f_{cr}} = \frac{60}{1.8} = 33.3 cm^2$$

اگر به جدول اشتال مراجعه شود مشاهده می‌شود که $IPB12$ و $IPB14$ دارای سطح مقطعی بیشتر از 33.3 می‌باشند لکن جوابگو نیستند. لذا $IPB16$ به عنوان حدس اولیه کنترل می‌شود:

$$IPB16: A = 54.3cm^2, r_x = 6.78cm, r_y = 4.05cm$$

گام ۳- لاغری ماکزیمم

$$\lambda_x = \frac{K_x L_x}{r_x} = \frac{1\times450}{6.78} = 66.4$$
$$\lambda_y = \frac{K_y L_y}{r_y} = \frac{1\times450}{4.05} = 111.1$$
$$\lambda_{max} = \lambda_y = 111.1$$

گام ٤- تنش بحرانی

$$\lambda_{max} = 111.1 < \lambda_{cr} = 4.71\sqrt{\frac{E}{f_y}} = 4.71\sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 137.3$$

$$f_e = \frac{\pi^2 \times 2040}{111.1^2} = 1.63 \frac{ton}{cm^2} \rightarrow f_{cr} = 2.4 * 0.658^{\frac{2.4}{1.63}} = 1.30 \frac{ton}{cm^2}$$

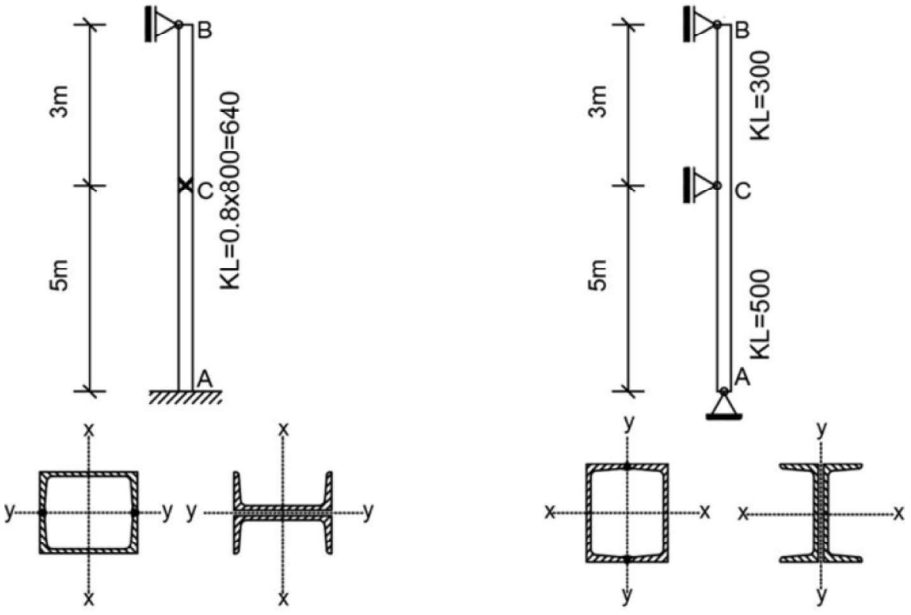
گام ۵- ظرفیت ستون

$$P_u \le \phi_c f_{cr} A_g$$
$$P_u = 60\ ton \le \phi_c f_{cr} A_g = 0.9 \times 1.30 \times 54.3 = 63.53\ ton\ O.K.$$

بنابراین $IPB16$ به عنوان مقطع ستون مورد استفاده قرار می گیرد.

مثال ۶-۳

ستونی در صفحه کاغذ به صورت یکسر گیردار و یک سر مفصل است که در مقطع C خود دارای مهار جانبی است. وضعیت این ستون، در صفحه عمود، به صورت عضو دو سر مفصل است که مهار جانبی خود به عنوان تکیه گاه مفصلی می‌باشد. بار مرده وارد به ستون ۳۵ تن و بار زنده وارد بر آن ۲۰ تن می باشد.



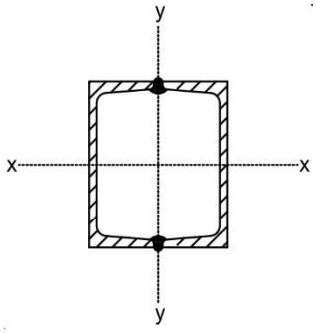
ب) ستون در صفحه عمود الف) ستون در صفحه

شکل ۳-۲۰ وضعیت قرارگیری ستون در دو صفحه عمود برهم

مطلوبست:

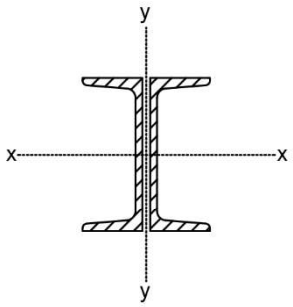
الف) چنانچه طرح ستون از IPB مورد نظر باشد، ابتدا جهت قرار گیری پروفیل را تعیین و سپس ستون را طراحی نمایید.

ب) چنانچه طرح ستون از $2UNP$ به هم چسبیده باشد، ابتدا جهت قرارگیری پروفیل را تعیین و سپس ستون را طراحی نمایید.



شکل ۳-۲۱ مقطع ستون (مثال۳-۳-ب)

ج) در قسمت (ب) چنانچه از $2UNP$ به صورت زیر استفاده شود، چه تفاوتی در حل مسئله ایجاد می‌گردد؟ بدون انجام محاسبه فقط بحث کنید.



شکل ۳-۲۲ مقطع ستون(مثال ۳-۳-ج)

حل الف)

گام ۱- تعیین جهت ستون

با توجه به اینکه KL در صفحه قاب بیشتر از KL در صفحه عمود است، بنابراین جهت قوی پروفیل در صفحه و جهت ضعیف آن عمود بر صفحه قرار می‌گیرد.

گام ۲- نیروی محوری حاصل از تحلیل سازه

P_u ناشی از ترکیبات بارگذاری طبق ترکیب بار زیر محاسبه می‌شود:

$$P_u = 1.2P_D + 1.6P_L = 1.2 \times 35 + 1.6 \times 20 = 74ton$$

گام ۳- فرض مقطع اولیه

$\phi_c f_{cr} = 1.8 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2}$ فرض می شود و سطح مقطع مورد نیاز محاسبه می گردد:

$$A_g \geq \frac{P_u}{\phi_c f_{cr}} = \frac{74}{1.8} = 41.1cm^2$$

با توجه به سطح مقطع بدست آمده، مقطع IPB14 به عنوان حدس اولیه انتخاب می‌گردد. از آنجا که این مقطع جوابگو نیست، IPB16 و سپس IPB18 به عنوان انتخاب مقطع، کنترل می‌شود.

$$IPB18: A = 65.3cm^2, r_x = 7.66cm, r_y = 4.57cm$$

گام ٤- لاغری ماکزیمم

$$\lambda_x = \frac{KL}{r})_x = \frac{0.8\times800}{7.66} = 83.55$$
$$\lambda_y = \frac{KL}{r})_y = \frac{1\times500}{4.57} = 109.4$$
$$\lambda_{max} = \lambda_y = 109.4$$

گام ٥- تنش بحرانی

$$\lambda_{max} = 109.4 < \lambda_{cr} = 4.71\sqrt{\frac{E}{f_y}} = 4.71\sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 137.3$$

$$f_e = \frac{\pi^2\times2040}{109.4^2} = 1.68\frac{ton}{cm^2} \rightarrow f_{cr} = 2.4 * 0.658^{\frac{2.4}{1.68}} = 1.32\frac{ton}{cm^2}$$

گام ٦- ظرفیت ستون

$$P_n = f_{cr}A_g = 1.32 \times 65.3 = 86.20\ ton$$

$$P_u \leq \phi_c f_{cr} A_g$$
$$P_u = 74\ ton \leq \phi_c f_{cr} A_g = 0.9 \times 1.32 \times 65.3 = 77.58\ ton\ O.K.$$

پروفیل $IPB18$ به عنوان مقطع ستون انتخاب می گردد.

تمرین: کنترل نمایید که آیا پروفیل $IPB16$ پاسخگوی حالت الف این مثال می‌باشد؟

حل ب)

گام ۷- تعیین جهت ستون

همانند حالت الف، جهت قوی پروفیل در صفحه و جهت ضعیف آن در صفحه عمود قرار می گیرد.

گام ۸- نیروی محوری حاصل از تحلیل سازه

P_u ناشی از ترکیبات بارگذاری طبق ترکیب بار زیر محاسبه می شود:

$$P_u = 1.2P_D + 1.6P_L = 1.2 \times 35 + 1.6 \times 20 = 74ton$$

گام ۹- فرض مقطع اولیه

$\phi_c f_{cr} = 1.8\frac{\text{ton}}{\text{cm}^2}$ فرض می شود و سطح مقطع مورد نیاز محاسبه می گردد:

$$A_g \geq \frac{P_u}{\phi_c f_{cr}} = \frac{74}{1.8} = 41.1cm^2 \rightarrow A_i = 20.55cm^2$$

A_i مساحت تک پروفیل است.

با توجه به سطح مقطع بدست آمده $UNP18$ به عنوان انتخاب اولیه کنترل می شود:

$$UNP18: A = 28cm^2, r_x = 6.95cm, r_y = 2.02cm, b_f = 7cm, e = 1.92cm$$

گام ۱۰- لاغری ماکزیمم

محاسبه شعاع ژیراسیون برای بدست آوردن لاغری در دو جهت:

$$r_x = r_{xi} = 6.95cm$$

r_{xi} شعاع ژیراسیون حول محور x برای تک پروفیل است.

$$r_y = \sqrt{r_{y_i}^2 + (b_f - e)^2} = \sqrt{(2.02)^2 + (7 - 1.92)^2} = 5.47cm$$

$$\lambda_x = \frac{KL}{r})_x = \frac{0.8\times800}{6.95} = 92.1$$

$$\lambda_y = \frac{KL}{r})_y = \frac{1\times500}{5.47} = 91.4$$

$$\lambda_{max} = \lambda_x = 92.1$$

گام ۱۱- تنش بحرانی

$$\lambda_{max} = 92.1 < \lambda_{cr} = 4.71\sqrt{\frac{E}{f_y}} = 4.71\sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 137.3$$

$$f_e = 2.37\frac{ton}{cm^2} \rightarrow f_{cr} = 1.57\frac{ton}{cm^2}$$

گام ۱۲- ظرفیت ستون

$$P_n = f_{cr}A_g = 1.57 \times 56 = 87.97 \text{ ton}$$

$$P_u \leq \phi_c f_{cr} A_g = 0.9 \times 87.97 = 79.17\ ton$$

$$P_u = 74\ ton \leq \phi_c f_{cr} A_g = 0.9 \times 1.57 \times 56 = 79.17\ ton\ O.K.$$

پروفیل $2UNP18$ به عنوان مقطع ستون انتخاب می گردد.

حل ج)

شعاع ژیراسیون حول محور y در قسمت (ب) بیشتر از قسمت (ج) است زیرا مصالح در فاصله بیشتری از مرکز ثقل قرار دارند بنابراین در شرایط یکسان نمره پروفیل برای مقطع قسمت (ج) بالاتر از قسمت (ب) است، زیرا لاغری حول محور y در قسمت (ج) بالاتر است.

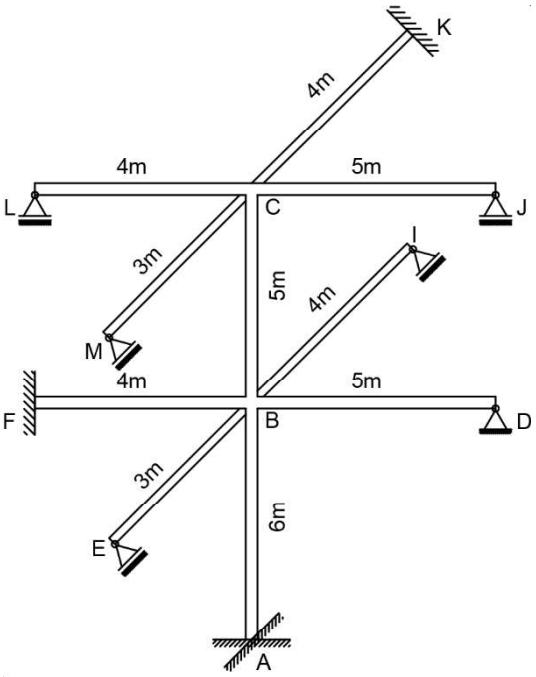
مثال ۷-۳

در شکل زیر یک قاب سه بعدی ساختمانی (در دو صفحه عمود بر هم) نشان داده شده است. در صورتی که کلیه تیرها $IPE200$ و کلیه ستونها $IPB200$ باشد، مطلوبست:

الف) جهت قرار گیری پروفیل را با ذکر دلیل تعیین کنید.

ب) K_y, K_x را برای ستونهای AB و BC تعیین کنید.

ج) نیروی فشاری قابل تحمل ستون AB با مقطع $IPB200$ را محاسبه کنید.



شکل ۳-۲۳ قاب سه بعدی ساختمانی

حل الف) جهت قرار گیری پروفیل

در قاب واقع در صفحه کاغذ ستون AB بدون امکان جابجایی جانبی است، پس $K \leq 1.0$ است و کمانش بایستی حول محور ضعیف صورت گیرد و در قاب عمود بر صفحه کاغذ، ستون AB با امکان جابجایی جانبی است. پس $K \geq 1.0$ است و کمانش بایستی حول محور قوی صورت گیرد. بنابراین لازم است تیر BD به جان ستون AB وصل شود. با توجه به اینکه ستون BC ادامه ستون AB می‌باشد، بنابراین برای ستون BC انتخاب جهت جداگانه، انجام نمی‌شود.

حل ب) K_y, K_x را برای ستونهای AB و BC

مشخصات تیر و ستون با توجه به جدول اشتال به شرح زیر می‌باشد:

$$IPE20: I_x = 1943cm^4$$
$$IPB20: A = 78.1cm^2, I_x = 5696cm^4, I_y = 2003cm^4, r_x = 8.54cm, r_y = 5.07cm$$

ستون AB در قاب موجود در صفحه و بدون امکان جابجایی:

$$\begin{cases} G_A = 1 \\ G_B = \dfrac{\sum_{col}\frac{I}{L}}{\sum_{beam}\beta\frac{I}{L}} = \dfrac{\frac{2003}{5}+\frac{2003}{6}}{\frac{1943}{5}\times 1.5+\frac{1943}{4}\times 2} = 0.47 \end{cases} \Rightarrow K_y^{AB} = 0.73$$

ستون BC در قاب موجود در صفحه و با امکان جابجایی جانبی:

$$\begin{cases} G_B = \dfrac{\sum_{col}\frac{I}{L}}{\sum_{beam}\beta\frac{I}{L}} = \dfrac{\frac{2003}{5}+\frac{2003}{6}}{\frac{1943}{5}\times 0.5+\frac{1943}{4}\times 0.67} = 1.41 \\ G_C = \dfrac{\sum_{col}\frac{I}{L}}{\sum_{beam}\beta\frac{I}{L}} = \dfrac{\frac{2003}{5}}{\frac{1943}{5}\times 0.5+\frac{1943}{4}\times 0.5} = 0.92 \end{cases} \Rightarrow K_y^{BC} = 1.37$$

ستون AB در قاب عمود بر صفحه و با امکان جابجایی جانبی:

$$\begin{cases} G_A = 1 \\ G_B = \dfrac{\sum_{col}\frac{I}{L}}{\sum_{beam}\beta\frac{I}{L}} = \dfrac{\frac{5696}{6}+\frac{5696}{5}}{\frac{1943}{4}\times 0.5+\frac{1943}{3}\times 0.5} = 3.69 \end{cases} \Rightarrow K_X^{AB} = 1.63$$

ستون BC در قاب عمود بر صفحه و با امکان جابجایی جانبی:

$$\begin{cases} G_B = 3.69 \\ G_C = \dfrac{\sum_{col}\frac{I}{L}}{\sum_{beam}\beta\frac{I}{L}} = \dfrac{\frac{5696}{5}}{\frac{1943}{4}\times 0.67+\frac{1943}{3}\times 0.5} = 1.75 \end{cases} \Rightarrow K_X^{BC} = 1.75$$

حل ج) نیروی فشاری قابل تحمل ستون AB با مقطع $IPB200$

$$\lambda_x = \frac{KL}{r})_x = \frac{1.63\times 600}{8.54} = 114.5$$

$$\lambda_y = \frac{KL}{r})_y = \frac{0.73\times 600}{5.07} = 86.4$$

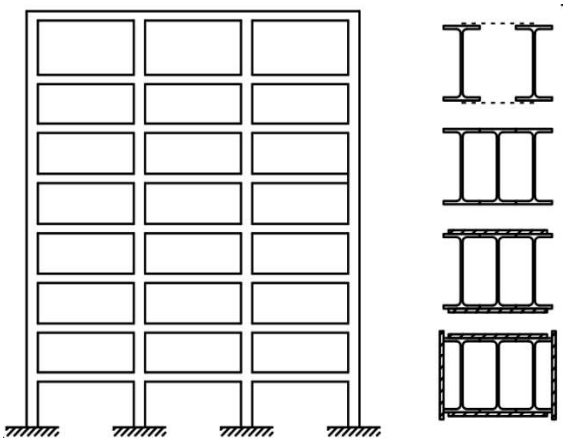
$$\lambda_{max} = \lambda_x = 114.5 < \lambda_{cr} = 4.71\sqrt{\frac{E}{f_y}} = 4.71\sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 137.3$$

$$f_e = 1.54\frac{ton}{cm^2} \rightarrow f_{cr} = 1.25\frac{ton}{cm^2}$$

$$P_n = f_{cr}A_g = 1.25 \times 78.1 = 97.62\ ton$$

$$P_u = \phi_c f_{cr} A_g = 0.9 \times 97.62 = 87.86\ ton$$

در ستون ساختمانهای چند طبقه، ستون برای طبقات بالا طرح و برای طبقات پایین تقویت می‌شود. در شکل زیر نمونه‌ای از مقاطع مختلف یک ستون در ارتفاع ساختمان نشان داده شده است.



شکل ۳-۲۴ ستون‌های با مقطع متفاوت در ساختمان‌های چند طبقه

۳-۸ کنترل کمانش موضعی

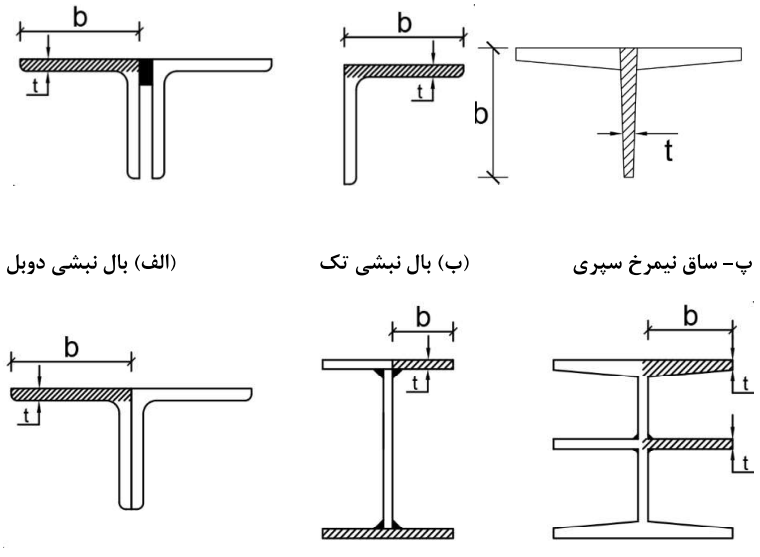
در مقاطع فولادی که اعضای آن از ورقهای نازک تشکیل شده است، ممکن است عضو دچار کمانش کلی نشده ولی اجزای تشکیل دهنده آن که همان ورقهای نازک هستند، دچار پدیده ناپایداری یا کمانش موضعی شوند. لذا برای جلوگیری از پدیده کمانش موضعی مبحث دهم مقررات ملی، نسبت عرض به ضخامت اعضای سازه‌ای را مطابق جدول ۳-۳ کنترل می نماید.

به همین منظور مقاطع فولادی به دو گروه مقاطع با اجزای غیر لاغر و مقاطع با اجزای لاغر طبقه بندی می شوند. مقاطع با اجزای غیر لاغر به مقاطعی گفته می‌شود که در آنها نسبت پهنا به ضخامت اجزای فشاری تشکیل دهنده مقطع عضو از λ_r مشخص شده در جدول ۳-۳ تجاوز ننماید. مقاطع با اجزای لاغر به مقاطعی گفته می‌شوند که در آنها نسبت پهنا به ضخامت اجزای فشاری تشکیل دهنده مقطع عضو از λ_r مشخص شده در جدول ۳-۳ تجاوز نماید.

۳-۸-۱ عناصر فشاری تقویت نشده (unstiffend)

عضو فشاری تقویت نشده، عضوی است که دارای یک لبه آزاد به موازات تنشهای فشاری باشد. عرض صفحات تقویت نشده را باید برابر با فاصله لبه آزاد تا اولین خط جوش و یا پیچ و پرچ در نظر گرفت. عرض بال نبشی، ناودانی، نیمرخ Z و ساق سپری را باید برابر عرض اسمی کامل آنها فرض کرد. عرض بال نیمرخهای I و T را باید نصف عرض بال اسمی آنها در نظر گرفت. ضخامت اعضای تقویت نشده‌ای را که سطوح آنها شیب دارند، برابر ضخامت محلی است که فاصله آن از لبه آزاد و جان نیمرخ به یک اندازه باشد.

در محاسبه ضریب تقلیل تنش برای عناصر تقویت نشده، کمترین مقدار Q_s ملاک عمل قرار می‌گیرد. پهنای آزاد اجزای تقویت نشده در صفحه ۲۵ مبحث دهم آورده شده است.



(الف) بال نبشی دوبل (ب) بال نبشی تک پ- ساق نیمرخ سپری

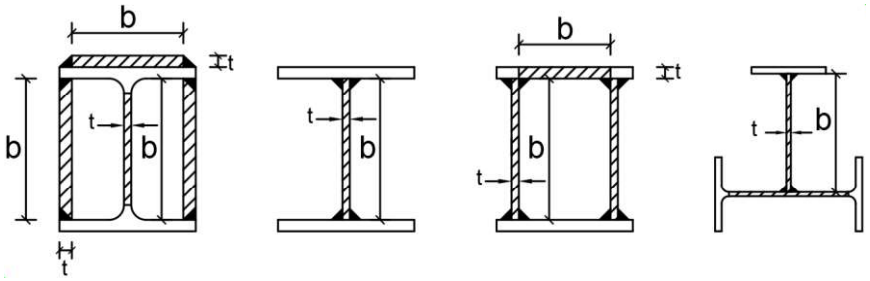
ت- بال نبشی دوبل چسبیده ث- بال تیر ورق ج- سایر اجزاء

شکل ۳-۲۵ عناصر فشاری تقویت نشده در سپری، نبشی و زوج نبشی

۳-۸-۲ عناصر فشاری تقویت شده (stiffend)

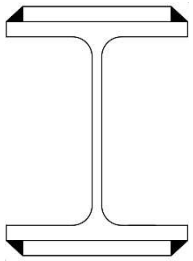
اعضای تقویت شده به اعضایی می‌گویند که در امتداد هر دو لبه خود که موازی تنشهای فشاری هستند، در جهت جانبی مهار شده باشند. عرض عضو تقویت شده در مورد نیمرخهای نورد شده، فاصله بین ریشه بالها است. برای سایر نیمرخها، عرض را باید برابر فاصله نزدیکترین خطوط جوش و یا پیچ و پرچ فرض کرد.

الف) برای هر عضو تقویت شده‌ای که تحت اثر فشار یکنواخت قرار داشته باشد:



شکل ۳-۲۶ عناصر تقویت شده

توجه: درمورد مقاطع I تقویت شده توسط ورق که در شکل زیر نشان داده شده است، مجموعه بال و ورق تقویتی به عنوان عنصر تقویت شده تلقی می گردد (با ضخامت مجموع آن دو).



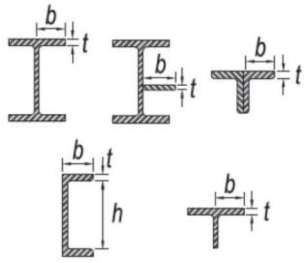
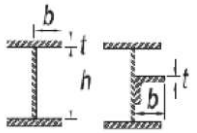
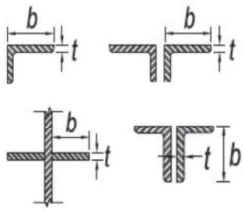
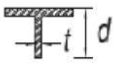
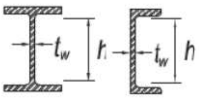
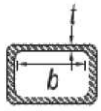
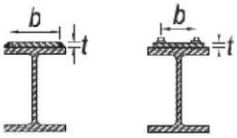
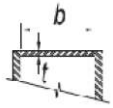
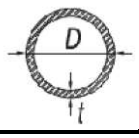
شکل ۳-۲۷ مقطع I تقویت شده توسط ورق تقویت

توجه: بحث کمانش موضعی وقتی اهمیت بیشتری پیدا می‌کند که نیروی فشاری ستون زیاد و به عبارت دیگر لاغری آن کم باشد، لذا در لاغری‌های زیاد که رابطه اولر حاکم است، بحث کمانش موضعی مطرح نیست.

به منظور جلوگیری از کمانش موضعی، آیین‌نامه ایران محدودیت پهنای آزاد[۱] به ضخامت در عناصر فشاری را مطابق جدول زیر ارائه نموده است، اگر نسبت پهنای آزاد به ضخامت در هر یک از عناصر فشاری از مقادیر داده شده در جدول تجاوز نماید، کنترل کمانش موضعی الزامی است.

[۱] پهنای آزاد اجزای تقویت شده در صفحه ۲۶ مبحث دهم ارائه شده است.

جدول ۳-۳ نسبت پهنا به ضخامت عناصر فشاری بر اساس ضوابط آیین‌نامه ایران

وضعیت	حالت	شرح	لاغری و حداکثر لاغری	مثال نمونه
تقویت نشده	۱	بالهای مقاطع I شکل نورد شده، ورقهای بیرون زده از مقاطع I شکل نورد شده، ساقهای برجسته جفت نبشی با اتصال پیوسته، بالهای مقاطع ناودانی و بالهای مقاطع سپری	$\lambda = \frac{b}{t} \le 0.56\sqrt{\frac{E}{f_y}}$	
	۲	بال های مقاطع I شکل ساخته شده از ورق و ورقها با ساق های نبشی بیرون زده از مقاطع I شکل ساخته شده از ورق	$\lambda = \frac{b}{t} \le 0.64\sqrt{\frac{EK_c}{f_y}}$	
	۳	ساقهای نبشی‌های تک، ساقهای نبشی‌های دوبل دارای جداکننده (لقمه) و سایر اجزای تقویت نشده	$\lambda = \frac{b}{t} \le 0.45\sqrt{\frac{E}{f_y}}$	
	۴	تیغه (جان) مقاطع سپری	$\lambda = \frac{d}{t} \le 0.75\sqrt{\frac{E}{f_y}}$	
تقویت شده	۵	جان مقاطع I شکل با دو محور تقارن و جان مقاطع ناودانی	$\lambda = \frac{h}{t_w} \le 1.49\sqrt{\frac{E}{f_y}}$	
	۶	بالهای مقاطع توخالی مستطیلی شکل (HSS) و جعبه‌ای با ضخامت یکنواخت	$\lambda = \frac{b}{t} \le 1.40\sqrt{\frac{E}{f_y}}$	
	۷	ورقهای پوششی و ورقهای دیافراگم در حد فاصل خطوط جوش یا پیچ	$\lambda = \frac{b}{t} \le 1.40\sqrt{\frac{E}{f_y}}$	
	۸	سایر اجزای فشاری تقویت شده	$\lambda = \frac{b}{t} \le 1.49\sqrt{\frac{E}{f_y}}$	
	۹	مقاطع توخالی دایره‌ای شکل	$\lambda = \frac{D}{t} \le 0.11\sqrt{\frac{E}{f_y}}$	

۳-۹ طراحی ستونهای (مرکبِ) مشبک

در طراحی ستونها بایستی شکل مقطع به گونه‌ای انتخاب شود که بیشترین شعاع ژیراسیون را داشته باشد تا در نتیجه مقاومت نهایی افزایش یابد. در ستونهایی که دارای طول زیاد هستند با پخش کردن سطح مقطع و کاهش نسبت لاغری در عمده ستونهای مرکب می‌توان به مقطع اقتصادی مورد نظر دست یافت. مقاطع ترکیبی معمولاً از دو یا چند نیمرخ تشکیل و توسط تسمه و ورق با جوش یا پیچ به هم متصل می‌شوند. دلایل عمده استفاده از قطعات فشاری مرکب عبارت است از:

الف) مواردی که سطح مقطع نیمرخهای نورد شده به تنهایی جوابگوی تنشهای فشاری موجود نباشد و یا اینکه نیمرخها به تنهایی دارای عملکرد مناسب نباشند.

ب) به دلیل مسائل اجرایی و اتصال نامناسب سایر اجزاء به ستونها به شکل هندسی خاصی نیاز باشد.

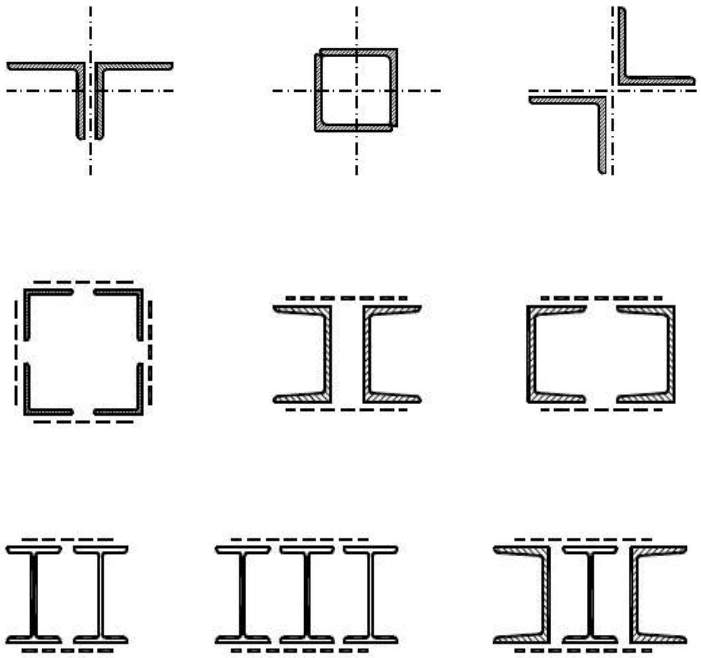
ج) لزوم افزایش شعاع ژیراسیون نسبت به مقاطع نورد شده و تنظیم نسبت دو شعاع ژیراسیون مربوط به دو محور اصلی مقطع تا لاغری نسبتاً یکسانی را در دو جهت برای ستون فراهم آورند.

در شکل زیر تعدادی از انواع قطعات فشاری مرکب نشان داده شده است. برای عملکرد مشترک دو یا چند نیمرخ بایستی آنها را به یکدیگر توسط بستهایی به صورت موازی یا مورب متصل کرد و یا در مواردی ممکن است از ورقهای سراسری برای اتصال دو یا چند نیمرخ استفاده شود.

۳-۹-۱ ضوابط طراحی ستونهای مرکب

ضوابط کلی طراحی ستونهای مرکب همانند ستونهایی با نیمرخ تک است، اما بسته به اینکه از ورقهای سرتاسری یا بستهای موازی و یا مورب برای اتصال نیمرخها استفاده شود، کنترلهایی را بایستی در طراحی انجام داد. آیین‌نامه ایران، ضوابط کلی زیر را برای قطعات فشاری مرکب ارائه نموده است.

توجه: در صورتی که برای اتصال از ورقهای سرتاسری استفاده شود، باید کمانش موضعی ورق بطور جداگانه کنترل گردد..



شکل ۳-۲۸ تعدادی از انواع ستون‌های مرکب

۳-۹-۱-۱ فاصله طولی میان جوشهای منقطع (s_1, s_2)

در دو انتهای اعضای فشاری ساخته شده از چند نیمرخ که برروی صفحاتی قرار گرفته‌اند، تمام قطعاتی که با یکدیگر تماس دارند باید به وسیله پیچها یا پرچها که فاصله آنها بیش از ۴ برابر قطر آنها نیست، در طولی معادل ۱,۵ برابر بزرگترین بعد مقطع به یکدیگر متصل شوند. در صورت استفاده از جوش این طول باید بیشتر و یا برابر بزرگترین بعد مقطع باشد. اگر در اتصال نیمرخهای یک قطعه فشاری مرکب از ورق استفاده شده باشد، چنانچه از جوش طولی ممتد استفاده نشود، حداکثر فاصله طولی بین جوشهای منقطع در خطوط اتصال مجاور (s_1) به صورت روبرو و یا پس و پیش، نباید از مقادیر زیر تجاوز کند:

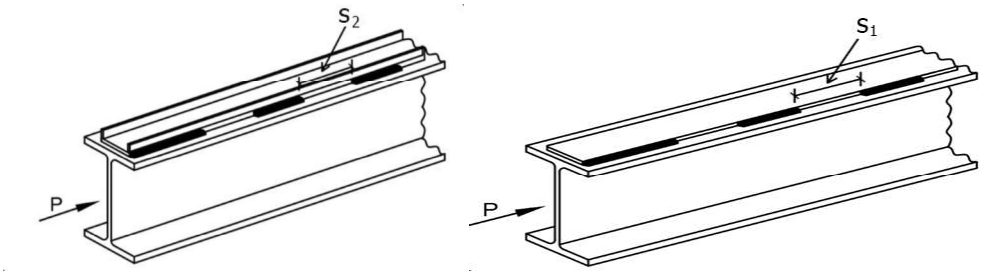
$$s_1 \leq \begin{cases} min\left(0.75t\sqrt{\frac{E}{f_y}}, 30cm\right) & \text{جوش منقطع روبرو} \\ min\left(1.12t\sqrt{\frac{E}{f_y}}, 45cm\right) & \text{جوش منقطع پس و پیش} \end{cases} \qquad ۹\text{-}۳$$

$$s_2 \leq 60cm$$

s_1 فاصله طولی میان جوشهای منقطع نیمرخ و ورق

s_2 فاصله طولی میان جوشهای منقطع نیمرخ و نیمرخ

t ضخامت ورق خارجی



الف) اتصال نیمرخ و نیمرخ در طول قطعه فشاری ب) اتصال ورق و نیمرخ در طول قطعه فشاری

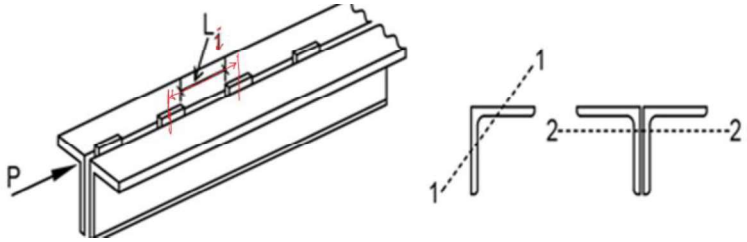
شکل ۳-۲۹ اتصال طولی اجزاء ستون مرکب

۳-۹-۱-۲ فاصله لقمه ها (L_i)

در اعضای فشاری که از دو یا چند نیمرخ نورد شده ساخته می‌شوند و با گذاردن قطعات لقمه در بین آنها به یکدیگر متصل می‌گردند، فواصل لقمه‌ها (L_i) باید طوری باشد که لاغری حداکثر هر نیمرخ $(\lambda_i = \frac{L_i}{r_i})$ در قسمتی که بین دو لقمه قرار دارد از $\frac{3}{4}$ لاغری تعیین کننده کل عضو مرکب λ_{max} تجاوز نکند. در این حالت شعاع ژیراسیون حداقل هر نیمرخ (r_i) ملاک محاسبه نسبت لاغری آن است. ضوابط ارائه شده این بخش در رابطه و شکل زیر نشان داده شده است.

$$\lambda_i = \frac{L_i}{r_i} \leq \frac{3}{4} * \lambda_{max} \qquad ۱۰-۳$$

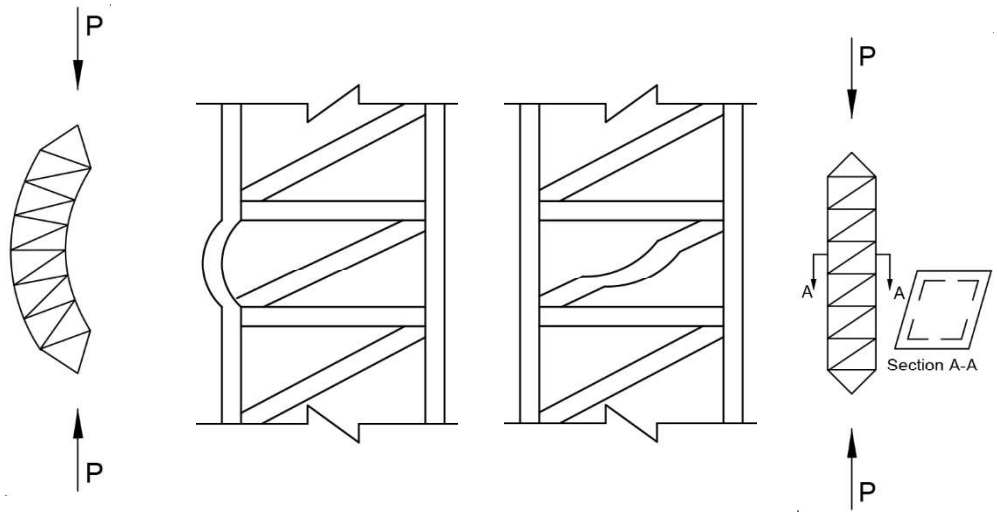
λ_i	لاغری مقطع تک	L_i	فاصله لقمه‌ها
r_i	شعاع ژیراسیون حداقل برای مقطع تک	λ_{max}	لاغری مقطع



شکل ۳-۳۰ اتصال دو قطعه فشاری توسط لقمه یا فیلر

۳-۹-۲ طراحی ستونهای بست‌دار (قید دار یا پیونددار یا مشبک)

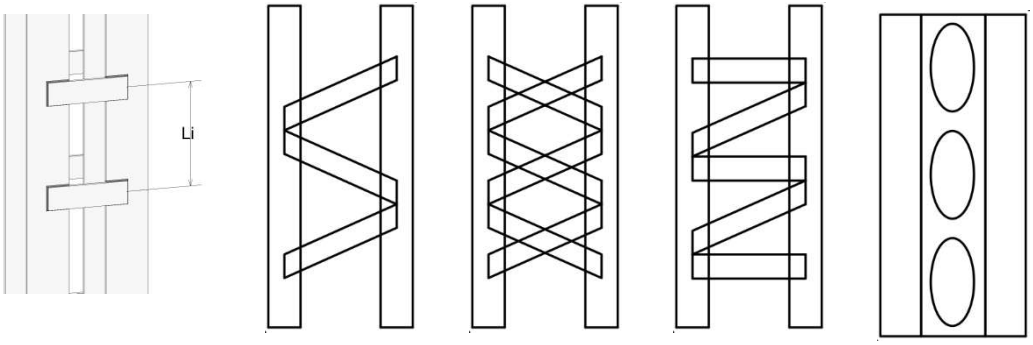
از نظر عملی بستهای موازی بسیار ساده‌تر از حالات دیگر اجرا شده و کاربرد بیشتری دارند. اما از نظر فنی، چون ستونها با بستهای مورب یک سیستم خرپایی ایجاد می‌کنند و در سیستم خرپایی فقط نیروی محوری ایجاد می‌شود، دارای مقاومت و استحکام بیشتری نسبت به ستونها با بستهای موازی خواهند بود. زیرا ستونهای با بست موازی از سیستم قابی استفاده می‌کنند و بستها تحت تأثیر نیروی محوری، برش و لنگر خمشی هستند. در طراحی ستونهای بست‌دار باید کمانش کلی ستون تحت اثر فشار محوری، کمانش هر یک از اعضای اصلی ستون در فاصله بین بستها و مقاومت هر یک از بستها را مورد بررسی قرار داد. اعوجاج مقطع ستون که برای مقاطع باز که در پیچش ضعیف هستند، حائز اهمیت است. موارد فوق در شکل زیر نشان داده شده است.



د-پیچش مقطع ستون ج-کمانش موضعی بست ب-کمانش موضعی تک پروفیل الف-کمانش ستون

شکل ۳-۳۱ ضوابط کلی در طراحی ستونهای مرکب (بست‌دار)

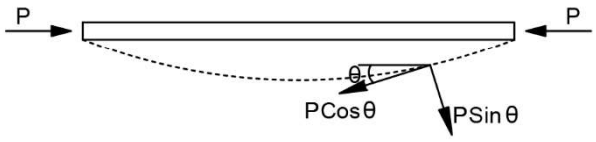
انواع ستونهای بست‌دار در شکل بعد نشان داده شده است.



ه- ستون با مقطع سوراخدار د- ستون با بست افقی و مورب ج- ستون با بست مورب دوبل ب- ستون با بست مورب تکی الف- ستون با بست افقی

شکل ۳-۳۲ انواع ستونهای بست‌دار

وقتی دو یا چند قطعه توسط بستهای مورب (چپ و راست) و یا بست های موازی به یکدیگر متصل می‌شوند، هدف این است که آن دو یا چند قطعه به مانند قطعه واحدی عمل کنند. وقتی قطعه فشاری کمانش پیدا می‌کند، مؤلفه برش نیروی محوری معنا پیدا می‌کند. میزان تأثیر برش در تقلیل مقاومت ستون متناسب با میزان تغییر شکل حاصل از برش در ستون است. این تغییر شکل ناشی از برش در نیمرخهای تک، بسیار کمتر از ستونهای بست‌دار است. در شکل زیر وقتی ستون حول محور طولی خود کمانش پیدا می‌کند، نیروی برشی برابر با $V = Psin\theta$ در مقاطع آن به وجود می‌آید که مؤلفه برشی نیروی P است.

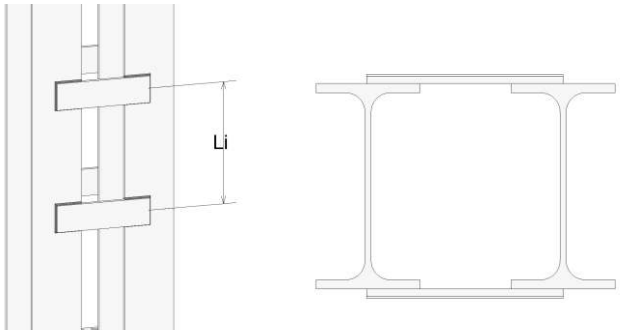


شکل ۳-۳۳ نمایی از نیروی برشی ایجاد شده در مقطع ستون ناشی از بار محوری P

تأثیر برش در کاهش مقاومت ستون به صورت ضریبی در افزایش طول مؤثر آن ظاهر می‌شود. مقاومت کمانشی یک ستون دو سر مفصل را که تحت نیروی فشار محوری واقع شده باشد، با رابطه زیر نشان می‌دهند:

$$f_e = \frac{\pi^2 E}{\lambda_m^2} \geq \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \qquad ۱۱\text{-}۳$$

در این رابطه مقدار لاغری افزایش یافته با λ_m نشان داده می‌شود. در ستونهای با جان پر (نیمرخهای متصل به هم و یا با ورق سراسری) تاثیر کاهش مقاومت ناچیز است ولی در ستونهای بستدار کاهش مقاومت بایستی حتماً در لاغری حول محوری که جان پروفیلها از یکدیگر فاصله دارند، منظور گردد.



شکل ۳-۳۴ مقطع ستونهای بستدار

λ_m به فواصل بستها (L_i) بستگی دارد و هر چه فاصله L_i بیشتر باشد، λ_m نیز افزایش می‌یابد. در صورتی که ستون در هر دو جهت x و y به صورت بستدار اجرا شود، ضابطه λ_m در هر دو جهت محاسبه و منظور می‌گردد. مطابق آیین‌نامه در اعضای فشاری مرکب که اتصال بستهای آنها به صورت جوشی[۱] است، چنانچه نسبت لاغری بیش از ۴۰ باشد، لاغری نسبت به محور عمود بر صفحه بست (محور بدون مصالح) نسبت به مقدار اولیه آن $\lambda = \frac{\mathrm{KL}}{\mathrm{r}}$ مطابق رابطه زیر افزایش می‌یابد.

$$\lambda_m = \begin{cases} \lambda & ; \lambda \leq 40 \\ \sqrt{\lambda^2 + (\frac{K_i L_i}{r_i})^2} & ; \lambda > 40 \end{cases} \qquad ۱۲\text{-}۳$$

$\lambda_m = \frac{KL}{r})_m$ لاغری افزایش یافته مقطع ستون نسبت به محور بدون مصالح

$\lambda = \frac{\mathrm{KL}}{\mathrm{r}}$ لاغری مقطع ستون نسبت به محور بدون مصالح

$\lambda_i = \frac{L_i}{r_i}$ لاغری مقطع تک ستون $\quad r_i$ شعاع ژیراسیون حداقل ستون برای پروفیل تک

[۱] ضوابط مرتبط با اتصال قطعات بست به مقطع به صورت پیچی و با عملکرد اتکایی در بند ۱۰-۲-۴-۷-۱ مبحث دهم ارائه شده است.

L_i فاصله مرکز به مرکز بست‌ها در امتداد طول عضو K_i برای مقاطع متداول[۱] $K_i = 0.86$

در طراحی ستونهای مرکب با بستهای موازی بایستی به نکات زیر توجه نمود:

الف) ورقهای انتهایی که در دو سر عضو فشاری قرار می‌گیرند باید حداقل طولی (در امتداد محور طولی) برابر با فاصله بین مراکز ثقل نیمرخهای تشکیل دهنده عضو فشاری را داشته باشند.

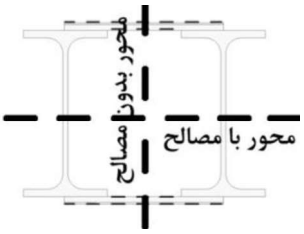
ب) حداقل ضخامت ورق انتهایی $\frac{b}{50}$ در نظر گرفته می‌شود. همچنین این ضخامت نباید از ضخامت سایر بستها کمتر در نظر گرفته شود.

ج) در قسمتهای میانی ستون که نظم بستها به علت تقاطع با عضو دیگر بهم می‌خورد از بست میانی استفاده می‌شود که طول ورقهای بست میانی باید بیشتر از نصف طول بستهای انتهایی باشد. در عمل طول این ورق باید به نحوی انتخاب شود که ارتفاع تیر و ارتفاع اتصال زیر و اتصال بالای آن را جوابگو باشد.

د) در این نوشتار، اندیس زیرنویس cn برای ابعاد بست ستونها (connector) به کار رفته است.

۳-۹-۲-۱ مراحل گام به گام طراحی ستونهای بست‌دار با بست موازی (ستون دوبل I شکل)

ستون دوبل شکل زیر را در نظر بگیرید. از مقاومت مصالح دانسته می‌شود که محور خمش و محور برش بر یکدیگر عمود هستند، بنابراین لنگر خمشی در راستای x برشی در راستای y ایجاد می‌کند که این برش عمود بر بستها بوده و بر روی بستها تاثیری ندارد. بنابراین بستها برای خمش در راستای محور x اثری ندارند و در محاسبه λ_x هیچ‌گونه اصلاحی صورت نمی گیرد و $\lambda_x = \frac{k_x L}{r_x}$ خواهد بود. ولی در کمانش حول محور y برش در راستای محور x وارد می‌شود که لازم است توسط بستهایی که در راستای محور x واقع هستند تحمل شود. بنابراین لاغری برای کمانش نسبت به محور بدون مصالح افزایش خواهد یافت. به این محور اصطلاحا «محور بدون مصالح مقطع ساخته شده» گفته می‌شود.



شکل ۳-۳۵ مقطع ستون با دو محور با مصالح و بدون مصالح

در طراحی ستونهای بست‌دار، ابتدا ابعاد بست براساس ضوابط آیین‌نامه فرض و سپس بر اساس محاسبات کنترل می‌گردد.

گام ۱: در ستونهای ترکیبی، نسبت لاغری کمتر و تنش نهایی بیشتر است، بنابراین فرض می‌شود که ابتدا $\phi_c f_{cr} = 1.8 \frac{ton}{cm^2}$ باشد. این فرض به دلیل جبران ضعف ستون حول محور ضعیف آن، از طریق فاصله میان پروفیلها لحاظ شده است.

گام ۲: با توجه به f_{cr} و با استفاده از رابطه $A_g \geq \frac{P_u}{\phi_c f_{cr}}$، مساحت مقطع به دست می‌آید.

گام ۳: با استفاده از مساحت مورد نیاز برای تک پروفیل، نمره پروفیل از جدول تعیین می‌شود.

[۱] جهت اطلاع از مقدار ضریب K_i برای مقاطع دوبل نبشی و دوبل ناودانی به بند ۱۰-۲-۴-۷-۱ مبحث دهم مراجعه شود.

گام ۴: با فرض اینکه $\lambda_{max} = \lambda_x$ است، مقدار f_{cr} جدید محاسبه می‌شود.

گام ۵: با فرض اینکه $\lambda_m \leq \lambda_x$ باشد، با توجه به اینکه از لحاظ اجرایی مقدار L_i در حدود ۴۰ تا ۶۰ سانتیمتر مناسب می‌باشد، $L_i = 50cm$ فرض می‌شود و مقدار λ_m محاسبه می‌شود. مطابق رابطه زیر r_y را بدست آورده و با جایگذاری در رابطه زیر مقدار b تعیین می‌گردد. با مشخص شدن b مقدار فاصلهٔ پشت تا پشت بالها $b_{col} = b + b_f$ نیز بدست می آید.

$$\lambda_m \leq \frac{KL}{r})_x$$

$$r_y{}^2 = r_{y_i}^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 \qquad \text{۱۳-۳}$$

$$r_x = r_{xi}$$

b فاصله مرکز ثقل تا مرکز ثقل دو نیمرخ است که برابر بعد عرضی بست در نظر گرفته می‌شود.

r_y شعاع ژیراسیون مقطع حول محور بدون مصالح

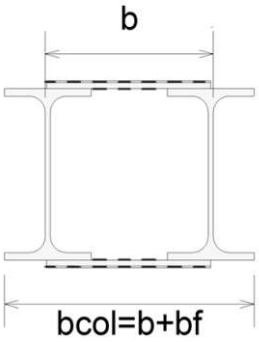
گام ۶: آیین‌نامه ابعاد بست موازی را به صورت زیر محدود نموده است:

$$L_{cn} \geq \frac{1}{2}b \qquad \text{۱۴-۳}$$

$$t_{cn} \geq \frac{b}{50} \qquad \text{۱۵-۳}$$

L_{cn} بعد بست در راستای طول ستون (عرض بست)

t_{cn} ضخامت بست



شکل ۳-۳۶ فاصله ستونها و بعد عرضی ستون

مقدار L_{cn} و t_{cn} باید طوری انتخاب شود که با شرایط اجرایی همخوانی داشته باشد و مطابق شکل زیر مرکز ثقل جوش بست بر مرکز ثقل نیمرخها منطبق باشد. از نظر اجرایی ضخامت بستها (t_{cn}) معمولا ۴،۵،۶،۸،۱۰،۱۲،۱۵ و ۱۸ میلیمتر انتخاب می‌شود.

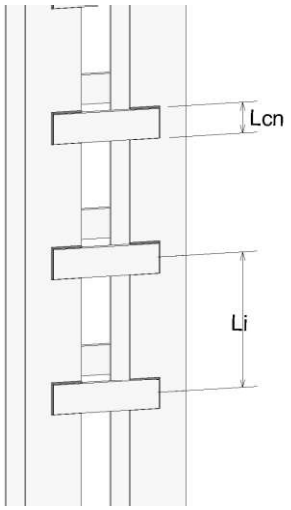
گام ۷: فاصله بین بستهای موازی (L_i) از رابطه زیر تعیین و با L_i فرض شده قبلی کنترل می‌شود:

$$\lambda_i = \frac{L_i}{r_i} \leq \frac{3}{4} * \lambda_{max} \qquad \text{۱۶-۳}$$

L_i فاصله بین مراکز ثقل بستها

λ_{max} نسبت لاغری تعیین کننده کل عضو فشاری

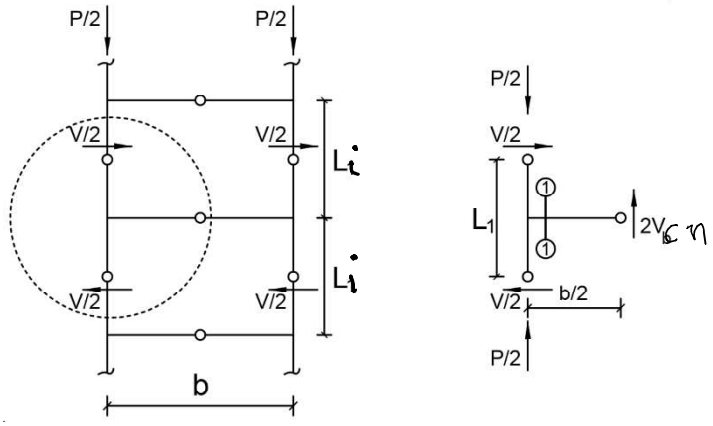
چنانچه L_i فرض شده در ابتدای مسئله (در گام ۵) با L_i حاصل از این مرحله سازگار نبود، لازم است L_i محاسبه شده در این مرحله در گام ۵ قرار گرفته و محاسبات تکرار گردند.



شکل ۳-۳۷ فواصل و ابعاد بستها در ستون با بستهای موازی

گام ۸: ابعاد بست بایستی بر اساس برش و خمش ایجاد شده در مقطع آن کنترل شود.

چنانچه نیروی برش V در امتداد عمود بر محور طولی عضو فشاری به موازات صفحه بستها به ستون وارد شود، تغییر شکل ستون با مقطع مرکب مانند یک قاب پرتال است که با تقریب مناسبی در اواسط بستها و نیز وسط فاصله آزاد هر نیمرخ بین دو بست متوالی مفاصل مجازی مطابق شکل ۳-۳۸ تشکیل می‌شود.



ب- نمایش نیروهای طراحی بستهای موازی الف- نمودار آزاد قسمتی از ستون

شکل ۳-۳۸ محل تشکیل مفاصل مجازی در ستون مرکب با بستهای موازی

$V_{u,cn}$ نیروی برشی ضریبدار موجود در بستهای موازی در وسط آن است و چون در نمودار آزاد شکل ۳-۳۸-ب دو عدد بست در طرفین ستون در تحمل برش مشارکت می‌کنند نیروی برشی به صورت $2V_{u,cn}$ نمایش داده شده است. با نوشتن معادله تعادل لنگر برای نمودار آزاد شکل ۳-۳۸-ب نیروی $V_{u,cn}$ برابر است با:

$$\frac{V_u}{2} \times L_i = 2V_{u,cn} \times \frac{b}{2} \qquad ۱۷-۳$$

$$V_{u,cn} = \frac{L_i}{2b} V_u$$

V_u برش ضریبدار ستون

$V_{u,cn}$ برش ضریبدار بست

لنگر خمشی ضریبدار طراحی بستهای موازی $M_{u,cn}$ برابر است با:

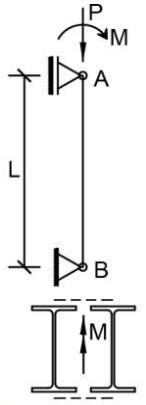
$$M_{u,cn} = V_{u,cn} \frac{b}{2} = \frac{V_u L_i}{4} \qquad ۱۸-۳$$

آیین‌نامه مقدار نیروی برشی حداکثر را در ستون مستقل از نسبت لاغری فرض کرده و برای تمام حالات آن را برابر با دو درصد نیروی محوری ستون به علاوه برش ناشی از نیروهای خارجی (در حالتی که ستون به صورت تیرستون عمل کند) الزام می‌کند.

$$V_u \leq 0.02P_u + V_{EX-u} \qquad ۱۹-۳$$

توجه: در تیر ستونها در صورتی که برش ناشی از لنگر خمشی در راستای بستها قرار گیرد، نیروی برشی آنها نیز باید به $0.02P$ اضافه گردد. به طور مثال در تیر ستون شکل زیر برش ناشی از لنگر خمشی M در ستون برابر با عکس‌العمل تکیه گاه A یعنی $(\frac{M}{L})$ است و این نیروی برشی که عمود بر محور خمش است توسط بستها باید تحمل شود.

V_{EX-u}: برش واقعی ستون ناشی از تحلیل لرزه‌ای سازه می‌باشد. بدیهی است چنانچه اتصالات تیرها به ستون از نوع صلب باشد، این برش موجود خواهد بود و چنانچه اتصالات تیر به ستون مفصلی باشد، برش ناشی از زلزله (در ستون) موجود نیست.



شکل ۳-۳۹ تیر ستون همراه با لنگر خمشی

۳-۹-۳ کنترل برش و خمش در بست

در صورت استفاده از بست با ضخامت t_{cn} و بعد طولی L_{cn} همواره نیروی برشی بست باید از نیروی نهایی کمتر باشد، بنابراین:

$$V_{u,cn} \leq \phi V_{n,cn} = 0.9(0.6f_y)A_{cn} \qquad ۲۰-۳$$

$$A_{cn} = L_{cn} t_{cn}$$

برای کنترل خمش در بست، از رابطه زیر استفاده می‌شود.

$$M_{u,cn} \le \phi M_{n,cn} = 0.9 f_y Z_{cn} \qquad ۲۱\text{-}۳$$

$$Z_{cn} = \frac{L_{cn}^2 t_{cn}}{4}$$

$M_{u,cn}$ لنگر خمشی ضریبدار در هر بست

Z_{cn} اساس مقطع پلاستیک بست مستطیلی نسبت به محور $b-b$ مطابق شکل

گام ۹: اتصال بستها به نیمرخهای اصلی عضو فشاری باید توسط پیچ، پرچ و یا جوش دور تا دور صورت گیرد، به طوری که هر اتصال در مقابل نیروی برشی طولی (عمود بر امتداد بست) $V_{u,cn} = \frac{L_i}{2b} V_u$ و لنگر خمشی $M_{u,cn} = \frac{V_u L_i}{4}$ مقاوم باشد.

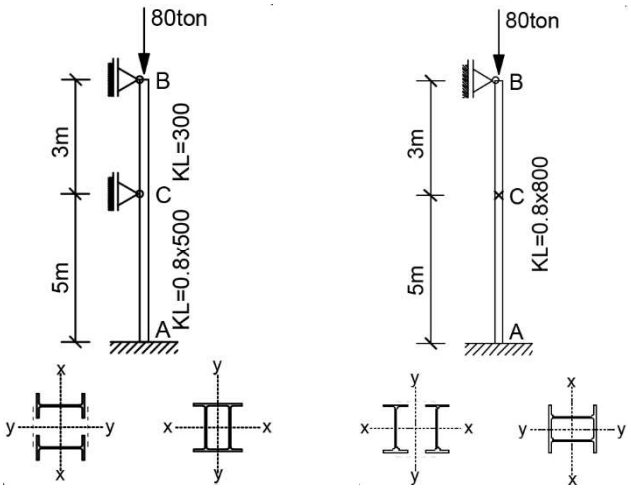
مثال ۸ـ۳

ستونی مطابق شکل زیر در صفحه کاغذ به صورت یکسر گیردار و یک سر مفصل است که در مقطع C خود دارای مهار جانبی کمانشی است. وضعیت این ستون در صفحه عمود، نیز به صورت یک سر مفصل و یک سر گیردار است که مهار جانبی خود به عنوان تکیه‌گاه مفصلی می‌باشد. این ستون تحت اثر بار مرده ۶۰ تن و بار زنده ۳۰ تن قرار دارد. مطلوبست:

الف) انتخاب جهت پروفیل و طرح ستون از $2IPE$ متصل به هم

ب) انتخاب جهت پروفیل و طرح ستون از $2IPE$ فاصله‌دار از هم با استفاده از بستهای موازی

ج) بدون نیاز به انجام محاسبه، دو حالت الف و ب را مقایسه نمایید.



الف) موقعیت ستون در صفحه موجود **ب) موقعیت ستون در صفحه عمود**

شکل ۳-۴۰ وضعیت قرارگیری ستون در دو صفحه عمود برهم

حل الف) طرح ستون از $2IPE$ متصل به هم

گام ۱- تعیین جهت محورهای ستون

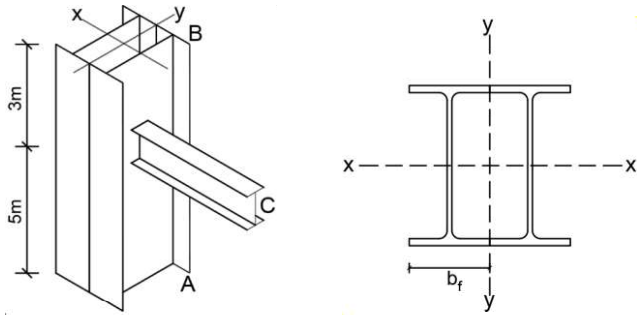
وضعیت ستون در صفحه یک سر گیردار و یک سر فصل $K = 0.8$ و $KL = 640$ سانتیمتر است ولی در صفحه عمود $KL)_{AC} = 400$ و $KL)_{BC} = 300$ سانتیمتر است که KL بیشتر، $KL)_{AC} = 400$ ملاک عمل قرار می‌گیرد.

در انتخاب جهت پروفیل KL بیشتر باید با r بیشتر همراه باشد و چون KL ستون در صفحه بیشتر از KL در صفحه عمود است جهت قوی پروفیل در صفحه و جهت ضعیف آن در صفحه عمود قرار می‌گیرد.

در نتیجه:

$$L_x = 800cm\,,K_x = 0.8 \rightarrow K_xL_x = 640cm$$

$$\left.\begin{matrix} L_y^{AC}=500cm\,,K_y^{AC}=0.8\rightarrow K_yL_y^{AC}=400cm \\ L_y^{BC}=300cm\,,K_y^{BC}=1.0\rightarrow K_yL_y^{BC}=300cm \end{matrix}\right\rangle \rightarrow K_yL_y = 400cm$$



شکل ۳-۴۱ نمایش مقطع ستون

گام ۲- نتایج تحلیل سازه و محاسبه بار محوری ضریبدار ستون

P_u ناشی از ترکیبات بارگذاری طبق ترکیب بار زیر محاسبه می شود:

$$P_u = 1.2P_D + 1.6P_L = 1.2 \times 60 + 1.6 \times 30 = 120\ ton$$

گام ۳- تعیین مقطع اولیه ستون

$$\phi_c f_{cr} = 1.6\frac{ton}{cm^2}$$

$$A_g \geq \frac{P_u}{\phi_c f_{cr}} = \frac{120}{1.8} = 66.66cm^2 \rightarrow A_i \geq 33.33cm^2$$

با سطح مقطع بدست آمده $IPE24$ به عنوان مقطع قابل کنترل انتخاب می گردد.

$$IPE24\text{: } b_f = 12cm, A = 39.1cm^2, r_x = 9.97cm, r_y = 2.69cm$$

گام ٤- محاسبه لاغری دو محور و تعیین لاغری بحرانی

محاسبه مشخصات مقطع ستون در دو محور اصلی

$$r_x = r_{xi} = 9.97cm$$

$$r_y = \sqrt{{r_{yi}}^2 + (\frac{b_f}{2})^2} = \sqrt{2.69^2 + 6^2} = 6.58cm$$

$$\lambda_x = \frac{K_xL_x}{r_x} = \frac{640}{9.97} = 64.2$$

$$\lambda_y = \frac{K_yL_y}{r_y} = \frac{400}{6.58} = 60.8$$

$$\lambda_{max} = \lambda_x = 64.2$$

گام ۵- محاسبه تنش بحرانی

$$\lambda_{max} = 64.2 < \lambda_{cr} = 4.71\sqrt{\frac{E}{f_y}} = 4.71\sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 137.3$$

$$f_e = 4.88\frac{ton}{cm^2} \rightarrow f_{cr} = 1.95\frac{ton}{cm^2} \rightarrow \phi_c f_{cr} = 1.76\frac{ton}{cm^2}$$

فرض اولیه برای $\phi_c f_{cr} \cong 1.8$ مناسب بوده است.

گام ۶- کنترل ظرفیت محوری ستون

$$\phi_c f_{cr} A_g = 0.9 \times 1.95 \times 78.2 = 137.5\ ton$$

$$P_u = 120ton < 137.5\ ton\ O.K.$$

$$\frac{P_u}{\phi_c f_{cr} A_g} = \frac{120}{137.5} = 87\%$$

از ۸۷ درصد ظرفیت محوری ستون استفاده شده و مناسب است.

حل ب) طرح ستون از $2IPE$ فاصله‌دار

گام ۷- تعیین جهت محورهای ستون

در این قسمت با توجه به اینکه KL ستون در صفحه بیشتر از KL ستون درصفحه عمود است، جهت قوی پروفیل در صفحه قرار می‌گیرد. در ستونهای قید دار جهت قوی جهتی است که در آن، جان نیمرخها از هم فاصله دارد. با افزایش این فاصله شعاع ژیراسیون افزایش می‌یابد و KL بیشتر با r بیشتر همراه خواهد بود.

$$\left.\begin{matrix} L_x^{AC}=500cm\ , K_x^{AC}=0.8 \rightarrow K_x L_x^{AC}=400cm \\ L_x^{BC}=300cm\ , K_x^{BC}=1.0 \rightarrow K_x L_x^{BC}=300cm \end{matrix}\right\rangle \rightarrow K_x L_x = 400cm$$

$$L_y = 800cm\ , K_y = 0.8 \rightarrow K_y L_y = 640cm$$

گام ۸- نتایج تحلیل سازه و محاسبه بار محوری ضریبدار ستون

گام ۹- تعیین مقطع اولیه ستون

با فرض $\phi_c f_{cr} = 1.8\frac{ton}{cm^2}$ سطح مقطع اولیه بدست می آید:

$$A_g \geq \frac{P_u}{\phi_c f_{cr}} = \frac{120}{1.8} = 66.66cm^2, A_i \geq 33.33cm^2$$

$$IPE22: A = 33.4cm^2, b_f = 11cm, I_x = 2772cm^4, I_y = 205cm^4, r_x = 9.11cm,$$

$$r_y = 2.48cm, t_w = 0.59cm$$

گام ۱۰- محاسبه لاغری دو محور و تعیین لاغری بحرانی

لاغری ستون حول محور با مصالح:

$$\lambda_x = \frac{K_x L_x}{r_x} = \frac{400}{9.11} = 43.9$$

لاغری فرضی ستون، حول محور بدون مصالح (بدون اعمال اثر نیروی برشی):

$$\lambda_y = \frac{K_y L_y}{r_y} = \frac{1\times 640}{\sqrt{2.48^2+\left(\frac{b}{2}\right)^2}}$$

لاغری افزایش یافته ستون، حول محور بدون مصالح:

$$\lambda_m = \sqrt{\lambda^2 + (\frac{\mathrm{K_i L_i}}{\mathrm{r_i}})^2} = \sqrt{{\lambda_y}^2 + \left(0.86 \times \frac{L_i}{2.48}\right)^2}$$

از آنجا که مقدار λ_m معلوم نیست، لاغری ماکزیمم مقطع برابر لاغری محور با مصالح فرض می‌گردد.

$$\lambda_{max} = \max(\lambda_x, \lambda_m) = \lambda_x = 43.9$$

این فرض در مرحله محاسبه ابعاد بستها، کنترل می‌شود.

گام ۱۱- محاسبه تنش بحرانی

$$\lambda_{max} = 43.9 < \lambda_{cr} = 4.71\sqrt{\frac{E}{f_y}} = 4.71\sqrt{\frac{2040}{2.4}} = 137.3$$

$$f_e = 10.44\frac{ton}{cm^2} \rightarrow f_{cr} = 2.18\frac{ton}{cm^2} \rightarrow \phi_c f_{cr} = 1.96\frac{ton}{cm^2}$$

فرض اولیه برای $\phi_c f_{cr} \cong 1.8$ مناسب بوده است ولی در صورت نیاز، روند اصلاح آن بدین صورت خواهد بود:

$$A_g^* \geq \frac{P_u}{\phi_c f_{cr}} = \frac{120}{1.96} = 61.22cm^2 \rightarrow A_i^* \geq 30.61cm^2\ OK$$

مقطع انتخاب شده قبلی، پاسخگو می‌باشد.

$$IPE22: A = 33.4cm^2, b_f = 11cm, I_x = 2772cm^4, I_y = 205cm^4, r_x = 9.11cm,$$
$$r_y = 2.48cm, t_w = 0.59cm$$

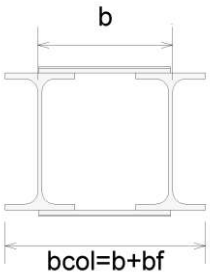
گام ۱۲- کنترل ظرفیت محوری ستون

$$P_u \leq \phi_c f_{cr} A_g$$

$$\phi_c f_{cr} A_g = 0.9 \times 2.18 \times 66.8 = 131.1\ \mathrm{ton}$$

$$P_u = 120ton < \phi_c f_{cr} A_g = 131.1ton\ O.K.$$

گام ۱۳- محاسبه فاصله مقاطع ستون مرکب b



فرض گردید لاغری ماکزیمم مقطع برابر لاغری محور با مصالح است.

$$\lambda_{max} = \max(\lambda_x, \lambda_m) = \lambda_x = 43.9$$

لاغری افزایش یافته ستون حول محور بدون مصالح:

$$\lambda_m = \sqrt{\lambda^2 + (\frac{K_i L_i}{r_i})^2} = \sqrt{{\lambda_y}^2 + \left(\frac{0.86 \times L_i}{2.48}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1 \times 640}{\sqrt{2.48^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2}}\right)^2 + \left(0.86 \times \frac{L_i}{2.48}\right)^2} \leq \lambda_x$$

با فرض مقدار L_i می‌توان مقدار b را محاسبه نمود. فاصله بستها $L_i = 50cm$ فرض می‌شود.

$$L_i = 50cm$$

$$\lambda_m = \sqrt{\frac{640^2}{2.48^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} + \left(0.86 \times \frac{50}{2.48}\right)^2} \leq \lambda_x = 43.9 \rightarrow b \geq 31.3cm$$

$$b_{col} = b + b_f \geq 31.3 + 11 = 42.3 \rightarrow b_{col} = 43cm$$

مقدار پشت تا پشت بال b_{col} به جهت سهولت اجرا، به صورت روند (مضربی از ۱۰ میلیمتر) انتخاب می‌گردد.

$$b = b_{col} - b_f = 43 - 11 = 32cm$$

کنترل لاغری ماکزیمم مقطع:

$$\lambda_m = \sqrt{\frac{640^2}{2.48^2 + \left(\frac{32}{2}\right)^2} + \left(0.86 \times \frac{50}{2.48}\right)^2} = 43.2 \leq \lambda_x = 43.9\ OK$$

گام ۱۴- کنترل ابعاد بست

فاصله بستها $L_i = 50cm$ فرض می‌شود.

$$L_i = 50cm$$

$$\frac{L_i}{r_i} = \frac{50}{2.48} = 20.2 < 40\ OK$$

$$L_{cn} \geq \frac{b}{2} = \frac{32}{2} = 16cm \rightarrow L_{cn} = 16cm$$

$$t_{cn} \geq \frac{b}{50} = \frac{32}{50} = 0.64cm \rightarrow t_{cn} = 0.8cm$$

تعیین فاصله مراکز بستها:

$$\frac{L_i}{r_i} = \frac{50}{2.48} = 20.16 \leq \frac{3}{4}\lambda_{max} = \frac{3}{4} \times 43.9 = 32.92\ OK$$

$$use\ PL\ 29x15x0.6cm\ @\ 50cm$$

گام ۱۵- کنترل بست برای خمش و برش:

با کنترل خمش و برش، نیروی برشی ستون (V_u)، نیروی برشی بست (V_{cn}) و لنگر بست (M_{cn}) بدست می آید:

$$V_u = 0.02P_u = 0.02 \times 120ton = 2.4ton$$

$$V_{u,cn} = \frac{L_i}{2b}V_u = \frac{50}{2 \times 32} \times 2.4 = 1.88ton$$

$$V_{u,cn} \leq 0.9\left(0.6f_y\right)A_{cn} = 0.9 * 0.6f_y * (L_{cn} * t_{cn})$$

$$V_{u,cn} = 1.88ton \leq 0.9 \times 1.440 \times (15 \times 0.6) = 11.66ton\ OK$$

$$M_{u,cn} \leq \phi M_{n,cn} = 0.9 f_y Z_{cn}$$

$$M_{u,cn} = \frac{V_u L_i}{4} = \frac{2.4 \times 50}{4} = 30ton.cm$$

$$Z_{cn} = \frac{L_{cn}^2 t_{cn}}{4} = \frac{16^2 \times 0.8}{4} = 51.2cm^3$$

$$M_{u,cn} = 30ton.cm \leq 0.9 f_y Z_{cn} = 0.9 \times 2.4 \times 51.2 = 110.6\ ton.cm\ OK$$

با توجه به اختلاف نسبتاً زیاد نیروی برشی و مقاومت برشی و همچنین ممان و مقاومت خمشی بستها، می‌توان ابعاد آنها را کاهش داد و یا فواصل بستها را زیاد نمود. در این مسئله چون حداقل ابعاد برای بستها انتخاب شده است، فقط می‌توان فواصل بستها را زیاد نمود.

حل ج)

با مقایسه دو حالت الف و ب نتیجه می‌شود که استفاده از ستون بست‌دار موجب کاهش نمره پروفیل شده است. زیرا با افزایش شعاع ژیراسیون و فاصله پروفیلها از تار خنثی، لاغری کاهش می‌یابد. بنابراین در ستون بست‌دار، از ظرفیت مقطع به نحو بهتری استفاده شده و طرح اقتصادی‌تر است.

۳-۹-۳-۲ مراحل گام به گام طراحی ستون‌های مرکب با بست‌های مورب (ستون دوبل I شکل)

در این قسمت نکات طراحی برای بستهای چپ و راست ساده و بستهای چپ و راست دوبل ارائه می‌شود:

گام ۱: مشابه مراحل طراحی ستونهای مرکب با بست موازی تا گام ۵ پیش رفته و b تعیین می‌شود.

گام ۲: تعیین زاویه امتداد بستها با محور طولی ستون (θ)، که برای بست تکی از ۶۰ درجه و برای بستهای دوبل از ۴۵ درجه نباید کمتر باشد.

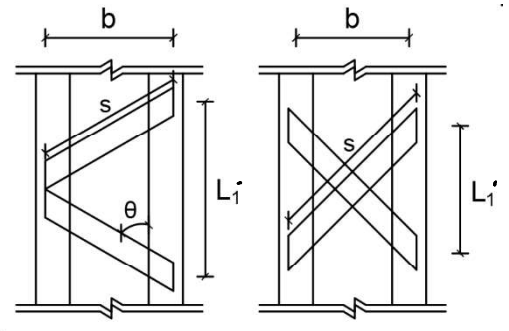
گام ۳: طول بستهای مورب (چه ساده و چه دوبل) از رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$S = \frac{b}{sin\theta} \qquad ۳-۲۲$$

S طول مایل بست

θ زاویه بست با محور ستون

گام ۴: مطابق شکل زیر فواصل بستها در دو حالت ساده و دوبل تعیین می‌شود:



شکل ۳-۴۲ وضعیت بست‌ها در دو حالت ساده و دوبل

برای ستونها با بست چپ و راست ساده، فاصله بین بستها از رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$L_i = 2s\cos\theta \qquad ۳-۲۳$$

برای ستونهای با بست چپ و راست دوبل، فاصله بین بستها از رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$L_i = s\cos\theta \qquad \text{۲۴-۳}$$

فاصله بین بستهای موازی (L_i) از رابطه زیر تعیین و با L_i فرض شده قبلی کنترل می‌شود:

$$\lambda_i = \frac{L_i}{r_i} \le \frac{3}{4} * \lambda_{max} \qquad \text{۲۵-۳}$$

L_i فاصله بین مراکز ثقل بست‌ها

λ_{max} نسبت لاغری تعیین کننده کل عضو فشاری

چنانچه L_i فرض شده در ابتدای مسئله (در گام ۵) با L_i حاصل از این مرحله سازگار نبود، لازم است L_i محاسبه شده در این مرحله در گام ۵ قرار گرفته و محاسبات تکرار گردند. همچنین اگر فاصله بین اتصالات دو سر بست بیش از ۴۰ سانتیمتر باشد، بهتر است که بستها به صورت دوبل در نظر گرفته شوند و یا از نیمرخ نبشی طراحی گردند.

گام ۵: برای تعیین ضخامت بست، آیین‌نامه لاغری بستهای چپ و راست ساده را به ۱۴۰ محدود می‌کند. برای بستهای چپ و راست دوبل این نسبت نباید از ۲۰۰ بیشتر شود.

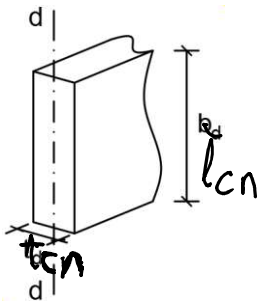
بست چپ و راست ساده:

$$\frac{s}{r_{cn}} \le 140 \qquad \text{۲۶-۳}$$

بست چپ و راست دوبل:

$$\frac{s}{r_{cn}} \le 200 \qquad \text{۲۷-۳}$$

r_{cn} شعاع ژیراسیون بست حول محور ضعیف خود



شکل ۳-۴۳ مقطع بست مورب

$$r_{cn} = \sqrt{\frac{I_{cn}}{A_{cn}}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{12}L_{cn}{t_{cn}}^3}{L_{cn}t_{cn}}} = \sqrt{\frac{1}{12}}\,t_{cn} = 0.29t_{cn} \qquad \text{۲۸-۳}$$

t_{cn} ضخامت بست

r_{cn} شعاع ژیراسیون بست نسبت به محور ضعیف خود یعنی محور d

با استفاده از مقدار بدست آمده از رابطهٔ فوق مقدار t_{cn} بدست می‌آید.

گام ۶: لاغری بست (λ_{cn}) از رابطه زیر تعیین می‌شود. طول آزاد برای محاسبه لاغری بستهای اتصالی که در فشار قرار دارند، در بستهای چپ و راست ساده برابر با فاصله بین اتصالات دو سر آنها به عضو فشاری و در بستهای چپ و راست دوبل ۷۰ درصد این فاصله در نظر گرفته می‌شود.

$$\lambda_{cn} = \frac{K_{cn} \times s}{r_{cn}} \; ; K_{cn} = \begin{cases} 1 & \text{بست ساده} \\ 0.7 & \text{بست دوبل} \end{cases} \qquad \text{۲۹-۳}$$

λ_{cn} لاغری بست

گام ۷: تنش فشاری $f_{cr,cn}$ برای بستها که از جدول یا رابطه تعیین می‌شود.

گام ۸: نیروی فشاری نهایی در هر بست از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$P_{u,cn} = \frac{V_u}{n \sin\theta} \qquad \text{۳۰-۳}$$

V_u برش ضریبدار ستون

$P_{u,cn}$ نیروی فشاری ضریبدار موجود در هر بست

n تعداد بستهای موجود در مقطع ستون، برای بست چپ و راست ساده $n = 2$ و برای بست چپ و راست دوبل $n = 4$

گام ۹: با تعیین نیروی نهایی بستها و مقایسه آن با تنش فشاری طبق رابطه زیر عرض بست تعیین می‌شود.

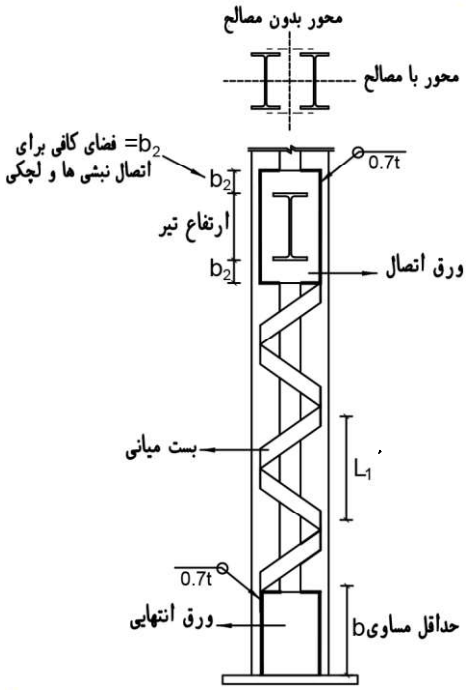
$$P_{u,cn} \le \phi_c P_{n,cn} = \phi_c f_{cr,cn}(t_{cn} L_{cn}) \Rightarrow L_{cn} \ge \frac{P_{u,cn}}{t_{cn}\phi_c f_{cr,cn}} \qquad \text{۳۱-۳}$$

$\phi_c = 0.9$ ضریب کاهش مقاومت

L_{cn} بعد بست در راستای طول ستون (عرض بست)

توجه: در ساختمانهای چند طبقه، بستها برای پایین‌ترین طبقه محاسبه شده و در کل ارتفاع با همان مشخصات استفاده می‌شوند.

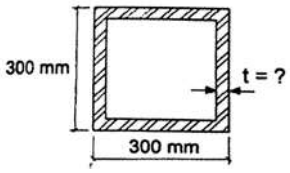
مشخصات ورقهای انتهایی و میانی در این حالت مشابه ستونهای با بست موازی است و ضخامت ورقهای انتهایی نباید از $\frac{1}{40}$ فاصله بین دو خط اتصال دو طرف آن کمتر شود. در شکل زیر نحوه قرارگیری و سایر مشخصات بستهای میانی و انتهایی در یک ستون مرکب با بستهای مورب نشان داده شده است.



شکل ۳-۴۴ چگونگی قرارگیری بست های میانی و انتهایی در ستون‌های با بست چپ و راست

۳-۱۰ تستهای فصل سوم

۱. **ستون فولادی با مقطع جعبه ای مربع شکل با ضخامت یکنواخت به طول ۶ متر که شرایط تکیه گاهی آن دو سر مفصل است. تحت اثر بار نهایی 800KN قرار دارد. با فرض این که پهنای کلی مقطع 300mm است و از فولاد S235 با Fy=235MPa در ساخت آن استفاده شود، حداقل ضخامت لازم برای مقطع تحت اثر بار وارده بر حسب میلیمتر به کدام یک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟ (محاسبات، مهر ۹۸)**

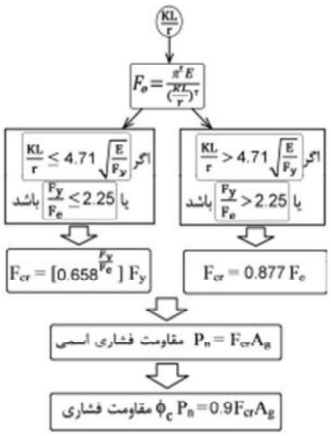


الف) ۴ mm ب) ۶ mm ج) ۸ mm د) ۱۰ mm

گزینه ج

گزینه ۲ و ۳ (سطح سوال متوسط)

اگر مقطع را یک جدارنازک فرض کنیم، ممان اینرسی آن از رابطه $I = \left(\frac{a^4}{12}\right)' = \frac{a^3a'}{3} = \frac{a^3\times 2t}{3} = \frac{2}{3}a^3t$ بدست می آید که در آن a بعد متوسط مقطع می باشد. اگر فرض کنیم پاسخ $8mm$ خواهد بود بعد متوسط برابر $a=300-8=292$ خواهد بود.



$$r=\sqrt{\frac{I}{A}}\cong\sqrt{\frac{\frac{2}{3}\times a^3t}{4\times at}}=\frac{a}{\sqrt{6}}=\frac{292}{\sqrt{6}}=119 \quad\rightarrow \frac{KL}{r}=\frac{1\times 6000}{119}=50.4$$

$$\rightarrow F_e=\frac{3.14^2\times 200000}{50.4^2}=776 \rightarrow F_{cr}=\left[0.658^{\left(\frac{235}{776}\right)}\right]235=207MPa$$

$$\rightarrow \varphi P_{nc}=0.9\times 207\times(4\times 292t)=217598t$$

نیروی وارد بر مقطع باید کمتر از مقاومت آن باشد:

$$P_u<\varphi P_{nc} \quad\rightarrow\quad 800000<217598t \quad\rightarrow\quad \boldsymbol{t>3.67\,mm}$$

ضخامت هایی مانند $4mm$ و یا $6mm$ برای ستون باکس بسیار کم است و در صورت استفاده از این ضخامت ها برای ستونها $300x300$ کمانش موضعی رخ خواهد داد. بنابراین باید کمانش موضعی باید کنترل شود:

جدول ۱۰-۲-۲-۲ نسبت‌های پهنا به ضخامت اجزای فشاری تقویت شده در اعضای تحت اثر فشار محوری

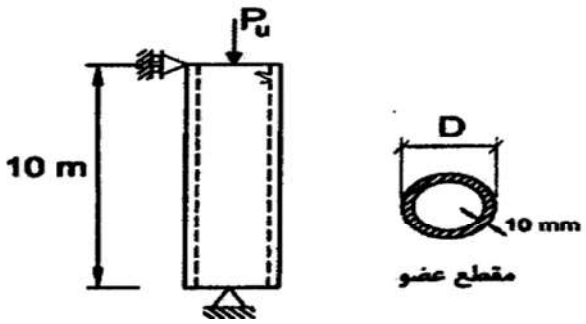
حالت	شرح اجزا	نسبت پهنا به ضخامت	(لاغر/غیرلاغر)	مثال‌های نمونه
۶	بال‌های مقاطع توخالی مستطیلی شکل (HSS) و جعبه‌ای با ضخامت یکنواخت	b/t	$1/40\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	

$$\frac{b}{t}<1.4\sqrt{\frac{E}{F_y}}=40.84 \quad\rightarrow\quad \frac{300-2t}{t}<40.84 \quad\rightarrow\quad t>7\ mm$$

- پاسخ بدست آمده برابر $t_{min}=7\ mm$ می باشد که به هر دو گزینه ۲ و ۳ **به یک میزان نزدیک است!**

۲. در عضو فشاری غیر باربر لرزه ای شکل زیر بدون توجه به میزان بار مرده، حداکثر و حداقل قطر قابل قبول برای مقطع به ترتیب به کدام یک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟ (محاسبات، بهمن ۹۷)

Fy=240MPa E=2*10^5 Mpa Fu=370 MPa



اگر قطر ستون خیلی کم شود، سایز مقطع کاهش یافته و لاغری ستون افزایش می یابد. لاغری ستون نباید از ۲۰۰ فراتر رود:

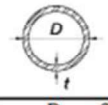
$$\frac{kL}{r} < 200 \rightarrow \frac{1 \times 10000}{r} < 200 \rightarrow r > 50\ mm \rightarrow \sqrt{\frac{I}{A}} > 50$$

$$\rightarrow \sqrt{\frac{\pi R^3 t}{2\pi R t}} > 50 \rightarrow \frac{R}{\sqrt{2}} > 50 \rightarrow R > 70\ mm \rightarrow D_{ave} > 140\ mm$$

$$\rightarrow D = D_{ave} + 10^{mm} \rightarrow D > 150\ mm$$

از طرفی اگر قطر بیش از اندازه افزایش یابد، مقطع غیر فشرده محسوب می شود و کمانش موضعی می کند.

جدول ۱۰-۲-۲-۲ نسبت‌های پهنا به ضخامت اجزای فشاری تقویت شده در اعضای تحت اثر فشار محوری

حالت	شرح اجزا	نسبت پهنا به ضخامت	حداکثر نسبت پهنا به ضخامت λ_r (لاغر/غیرلاغر)	مثال‌های نمونه
۹	مقاطع توخالی دایره‌ای شکل	D/t	$0.11\frac{E}{F_y}$	

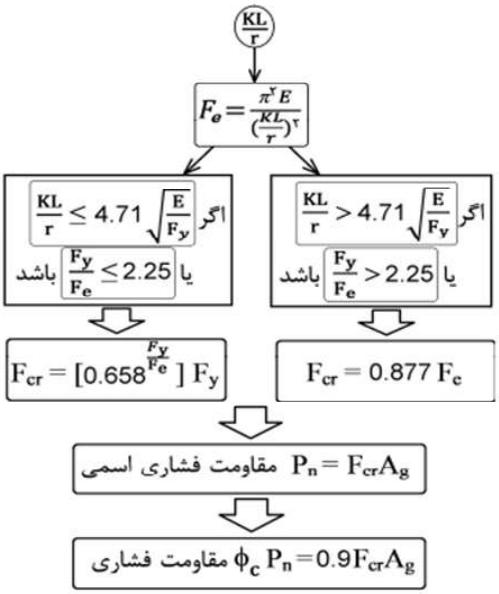
$$\frac{D}{t} < \frac{0.11E}{F_y} = 91.666 \rightarrow D < 916.7\ mm$$

۱) مقدار مقاومت فشاری طراحی اعضای فشاری با مقطع بدون اجزای لاغر، در مرز کمانش خمشی غیر الاستیک و الاستیک به کدام یک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟ (محاسبات، مهر ۹۸)

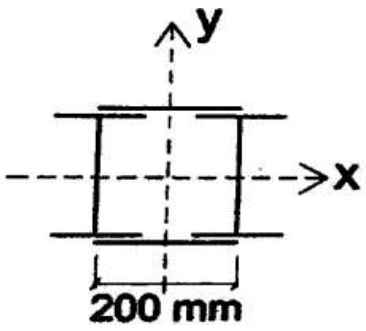
1) $0.35\ A_g F_y$
2) $0.39\ A_g F_y$
3) $0.44 A_g F_y$
4) $0.877 A_g F_y$

$$\frac{kL}{r} = 4.71\sqrt{\frac{E}{F_y}} \rightarrow \quad \varphi P_n = \varphi F_{cr} A_g = 0.9 \times (0.877F_e)A_g = 0.9 \times (0.877 \times 0.4444F_y)A_g \\ F_e = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{KL}{r}\right)^2} = 0.4444F_y \Bigg\} \varphi P_n = 0.35A_g F_y$$

- به جای محاسبات فوق می توان از جداول مربوط به مقاومت فشاری نیز استفاده کرد.



۲) ستونی از مقطع دوبل 2IPE300 که به فاصله ۲۰۰ میلیمتر از هم قرار دارند، با بست های موازی (که با جوش به ستون متصل شده‌اند) با فاصله های محور به محور ۱,۴۰ متر از هم ساخته شده است. طول ستون ۵,۵ متر است و در دو جهت مهار شده است. برای تعیین مقاومت فشاری اسمی ستون ناشی از حالت حدی کمانش خمشی، مقدار نسبت لاغری طراحی ستون به کدام گزینه نزدیکتر می باشد؟ (محاسبات، بهمن ۹۷)



۱) ۳۶ ۲) ۴۴ ۳) ۵۲ ۴) ۶۳

ابتدا باید لاغری ستون حول دو محور محاسبه شود و سپس به جهت بست دارد بودن لاغری حول محور y آن اصلاح شود.

مشخصات مقطع تک IPE300:

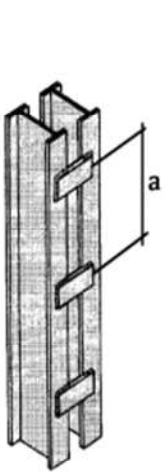
$$A = 5380\ mm^2$$
$$I_x = 8366 \times 10^4\ mm^4$$
$$I_y = 604 \times 10^4\ mm^4$$
$$r_x = 124.6\ mm$$
$$r_y = 33.5\ mm$$

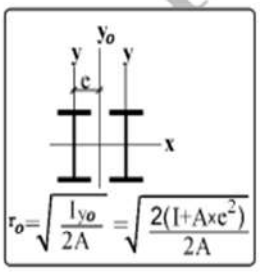
$$r_{yo} = \sqrt{\frac{I_{yo}}{2A}} = \sqrt{\frac{2(604 \times 10^4 + 5380 \times 100^2)}{2 \times 5380}} = 105.46\ mm$$

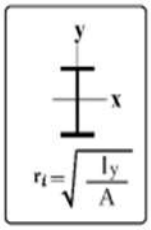
$$\left(\frac{kL}{r}\right)_x = \frac{1 \times 5500}{124.6} = \mathbf{44.14} \qquad \left(\frac{kL}{r}\right)_y = \frac{1 \times 5500}{\sqrt{\frac{I_{yo}}{2A}} = 105.6} = 52.15$$

$$\frac{a}{r_i} = \frac{1400}{33.5} = 41.79 > 40 \rightarrow \left(\frac{kL}{r}\right)_{ym} = \sqrt{52.15^2 + (0.86 \times 41.79)^2} = \mathbf{63.33}$$

$$\frac{kL}{r} = Max\begin{Bmatrix}44.14\\63.22 = 63.33\end{Bmatrix}$$







ب) در اعضای فشاری ساخته‌شده که در آنها اتصال قطعات میانی متصل‌کننده به اجزای مختلف مقطع به صورت جوشی و یا پیچی با عملکرد اصطکاکی می‌باشد، ضریب لاغری نسبت به محور بدون مصالح مقطع ساخته شده (محور عمود بر صفحهٔ بست در اعضای فشاری ساخته شده با بست)، باید از رابطهٔ زیر تعیین شود.

$\frac{a}{r_i} \leq ۴۰ \rightarrow \left(\frac{KL}{r}\right)_m = \left(\frac{KL}{r}\right)_o$ (۲۰-۴-۲-۱۰)

$\frac{a}{r_i} > ۴۰ \rightarrow \left(\frac{KL}{r}\right)_m = \sqrt{\left(\frac{KL}{r}\right)_o^2 + \left(\frac{K_i a}{r_i}\right)^2}$ (۲۱-۴-۲-۱۰)

در روابط فوق:

$\left(\frac{KL}{r}\right)_m$ = ضریب لاغری اصلاح شدهٔ عضو فشاری ساخته شده نسبت به محور بدون مصالح مقطع ساخته‌شده

$\left(\frac{KL}{r}\right)_o$ = ضریب لاغری مقطع ساخته شده نسبت به محور بدون مصالح مقطع ساخته‌شده

K_i = ۰/۵ برای مقطع نبشی پشت به پشت

= ۰/۷۵ برای مقطع ناودانی پشت به پشت

= ۰/۸۶ برای سایر مقاطع

۳) مقاومت فشاری اسمی یک ستون فولادی به طول ۳٫۲ متر از ناودانی UNP300 بر اساس حالت حدی کمانش خمشی – پیچشی بر حسب کیلونیوتن کدام است ؟ ضریب طول مثر این ستون برای کمانش حول محور تقارن مقطع آن برابر ۱٫۸، عمود بر محور تقارن مقطع برابر ۱ و حول محور طولی عضو برابر ۱ است. (محاسبات، بهمن ۹۷)

۱) ۱۰۷۵ ۲) ۹۶۸ ۳) ۷۶۰ ۴) ۶۸۵

گزینه؟ (سطح سوال: سخت). در این سوال Fy ارائه نشده و نمی توان سوال را حل کرد. با فرض Fy=240 خواهیم داشت:

با توجه به اینکه مقطع نور شده می باشد، می توان مشخصات آنرا از جدول اشتایل استخراج کرد.

$$C_{w-UNP300} = 68970 \times 10^6\ mm^6\ , A_g = 5880\ mm^2, y_0 = 54.1\ mm,$$
$$r_x = 117\ mm, \quad r_y = 29\ mm, \quad I_x = 495 \times 10^4, I_y = 8030 \times 10^4, J = 38.7 \times 10^4\ mm^4$$

با توجه به شکل زیر (جزوه فولاد ویرایش ۹۷) داریم:

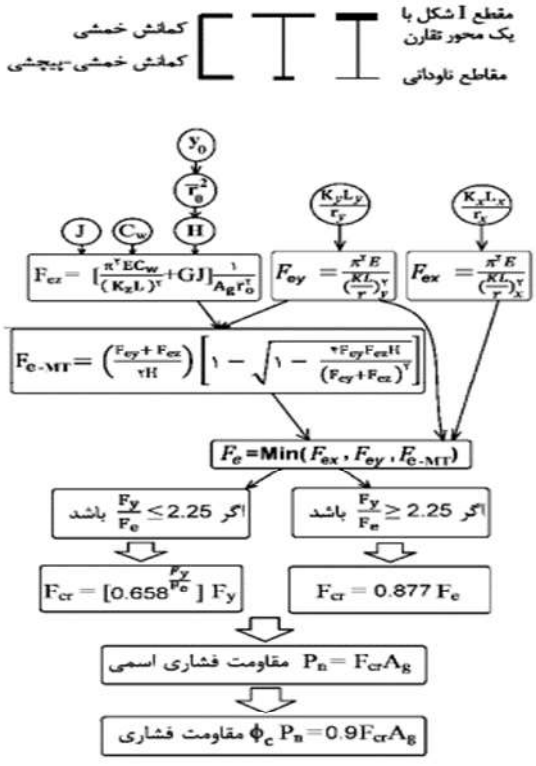
$$r_0^2 = y_0^2 + \frac{I_x + I_y}{A_g} = 17425 \rightarrow \quad H = 1 - \frac{y_0^2}{r_0^2} = 0.83$$

$$\rightarrow F_{ez} = \left[\frac{3.14^2 \times 200000 \times 68970 \times 10^6}{3200^2} + \frac{200000}{2.6} \times 38.7 \times 10^4\right] \frac{1}{5880 \times 17425} = 420\ MPa$$

$$\rightarrow F_{ey} = \frac{3.14^2 \times 200000}{\left(\frac{3200}{29}\right)^2} = 162\ MPa\ , \qquad F_{ex} = \frac{3.14^2 \times 200000}{\left(\frac{1.8 \times 3200}{117}\right)^2} = 814\ MPa$$

$$F_{e-MT} = \frac{162 + 420}{2 \times 0.83}\left[1 - \sqrt{1 - \frac{4 \times 162 \times 420 \times 0.83}{(162 + 420)^2}}\right] = 148\ MPa \qquad \rightarrow F_e = 148 MPa$$

$$F_{cr} = \left(0.658^{F_y/F_e}\right)F_y = 121\ MPa \quad \rightarrow \ P_n = 121 \times 5880 = 716\ kN$$



۱- محاسبه لاغری

$$\lambda = \text{Max}\left(\frac{K_xL}{r_x}, \frac{K_yL}{r_y}\right) < 200$$

۲- محاسبه تنش کمانش خمشی حول محور y و x

$$F_{ey} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{K_yL}{r_y}\right)^2} \quad F_{ex} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{K_xL}{r_x}\right)^2}$$

۳- محاسبه تنش کمانش خمشی - پیچشی

۳-۱- محاسبه ثابت تابیدگی:

$$C_w = \frac{h_0^2 t_f}{12}\left(\frac{b_1^3 b_2^3}{b_1^3 + b_2^3}\right)$$

۳-۲- محاسبه ثابت پیچشی:

$$J = \frac{1}{3}\sum L t^3$$

۳-۳- محاسبه شعاع ژیراسیون قطبی نسبت به مرکز برش و ثابت H:

$$y_0 = h_0 \frac{b_1^3}{b_1^3 + b_2^3} \qquad r_0^2 = y_0^2 + \frac{I_x + I_y}{A_g} \qquad H = 1 - \frac{y_0^2}{r_0^2}$$

۳-۴- محاسبه تنش کمانش پیچشی:

$$F_{ez} = \left[\frac{\pi^2 EC_w}{(K_zL)^2} + GJ\right]\left(\frac{1}{A_g r_0^2}\right)$$

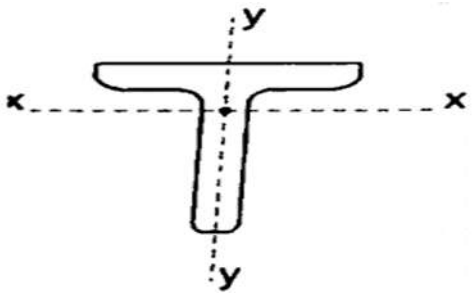
۳-۵- محاسبه تنش کمانش خمشی - پیچشی:

$$F_{e-MT} = \left(\frac{F_{ey} + F_{ez}}{2H}\right)\left[1 - \sqrt{1 - \frac{4F_{ey}F_{ez}H}{(F_{ey} + F_{ez})^2}}\right]$$

۴- محاسبه تنش کمانشی

$$F_e = Min(F_{e-MT}\ ,\ F_{ex},\ \ F_{ey}\ )$$

۴) مقاومت فشاری طراحی یک عضو محوری با مقطع سپری باید بر اساس کوچک ترین مقدار بدست آمده از کدام یک از حالت های حدی زیر تعیین شود؟ (محاسبات اردیبهشت ۹۷)



۱)کمانش خمشی حول محورx و کمانش خمشی – پیچشی حول محورy و z

۲) کمانش خمشی- پیچشی حول محورx، y و z

۳) کمانش خمشی حول محورy و کمانش خمشی- پیچشی حول محورهای x و z

۴) کمانش خمشی حول محورx، کمانش خمشی حول محورy و کمانش پیچشی حول محورz

موارد زیر باید منظور شود:

کمانش خمشی حول محور x کمانش خمشی حول محور y کمانش خمشی – پیچشی حول محورهای y و z

جدول ۱۰-۲-۴-۱ حالت یا حالت‌های حدی حاکم بر طراحی اعضای فشاری برای مقاطع مختلف بدون اجزای لاغر

حالت	نوع مقطع	شکل مقطع	حالت یا حالت‌های حدی حاکم بر طراحی
۱	• مقطع I شکل با دو محور تقارن		• کمانش خمشی • کمانش پیچشی
۲	• مقطع I شکل با یک محور تقارن • مقاطع ناودانی		• کمانش خمشی • کمانش خمشی-پیچشی
۶	• مقاطع سپری		• کمانش خمشی • کمانش خمشی- پیچشی

۱۰-۲-۴-۵ کمانش پیچشی و کمانشی خمشی– پیچشی

الف) برای اعضای فشاری با مقطع سپری و نبشی جفت بر اساس حالت حدی کمانش خمشی- پیچشی

$$F_{cr}=\left(\frac{F_{cry}+F_{crz}}{2H}\right)\left[1-\sqrt{1-\frac{4F_{cry}F_{crz}H}{(F_{cry}+F_{crz})^2}}\right] \qquad (۵-۴-۲-۱۰)$$

ب) برای سایر مقاطع، F_{cr} باید بر اساس روابط ۱۰-۲-۴-۲ یا ۱۰-۲-۴-۳ و تنش کمانش الاستیک (F_e) بر اساس حالت‌های حدی کمانش پیچشی یا کمانش خمشی- پیچشی به شرح زیر تعیین شود.

ب-۱) برای مقاطع دارای دو محور تقارن و بر اساس حالت حدی کمانش پیچشی.

$$F_e=\left[\frac{\pi^2 EC_w}{(K_zL)^2}+GJ\right]\left(\frac{1}{I_x+I_y}\right) \qquad (۷-۴-۲-۱۰)$$

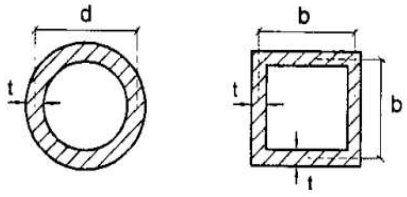
ب-۲) برای مقاطع با یک محور تقارن که محور تقارن آنها y نامگذاری شده است، بر اساس حالت حدی کمانش خمشی- پیچشی

$$F_e=\left(\frac{F_{ey}+F_{ez}}{2H}\right)\left[1-\sqrt{1-\frac{4F_{ey}F_{ez}H}{(F_{ey}+F_{ez})^2}}\right] \qquad (۸-۴-۲-۱۰)$$

ب-۳) برای مقاطع نامتقارن، بر اساس حالت حدی کمانشی خمشی–پیچشی F_e عبارت است از کوچکترین ریشه معادله درجه سوم زیر:

$$(F_e-F_{ex})(F_e-F_{ey})(F_e-F_{ez})-F_e^2(F_e-F_{ey})\left(\frac{x_0}{r_0}\right)^2-F_e^2(F_e-F_{ex})\left(\frac{y_0}{r_0}\right)^2=0 \qquad (۹-۴-۲-۱۰)$$

۵) فرض کنید در یک ستون دو سر مفصل فولادی به طول حالت حدی کمانش خمشی الاستیک تعیین کننده مقاومت محوری فشاری طراحی آن است ($Fe < 0.44Fy$) به ازای کدام یک از مقادیر زیر مقاومت محوری فشاری طراحی عضو مذکور برای هر دو مقطع جدار نازک نشان داده شده در شکل زیر تقریبا یکسان است؟ ($Fy=240\ MPa$) (محاسبات، مهر ۹۶)



1) d= 1.44b

2) d = 1.20 b

3) d = 1.27 b

4) d = 1.33 b

$$(F_{cr}A_g)_{\text{لوله}} = (F_{cr}A_g)_{\text{باکس}} \quad \rightarrow \quad (0.877F_eA_g)_{\text{لوله}} = (0.877F_eA_g)_{\text{باکس}}$$

$$\rightarrow \quad \left(\left(\frac{\pi^2E}{\lambda^2}\right)A_g\right)_{\text{لوله}} = \left(\left(\frac{\pi^2E}{\lambda^2}\right)A_g\right)_{\text{باکس}}$$

$$\left(\frac{A_g}{\lambda^2}\right)_{\text{لوله}} = \left(\frac{A_g}{\lambda^2}\right)_{\text{باکس}} \quad \rightarrow \quad \left(\frac{A_g}{\left(\frac{kL}{r}\right)^2}\right)_{\text{لوله}} = \left(\frac{A_g}{\left(\frac{kL}{r}\right)^2}\right)_{\text{باکس}} \quad \rightarrow \quad (r^2A_g)_{\text{لوله}} = (r^2A_g)_{\text{باکس}}$$

$$\rightarrow \quad \left(\left(\frac{I}{A_g}\right)A_g\right)_{\text{لوله}} = \left(\left(\frac{I}{A_g}\right)A_g\right)_{\text{باکس}} \quad \rightarrow \quad (I)_{\text{لوله}} = (I)_{\text{باکس}}$$

ممان اینرسی مقطع جدارنازک برابر مشتق ممان اینرسی مقطع توپر است:

$$\rightarrow \quad \left(\frac{\pi r^4}{4}\right)' = \left(\frac{b^4}{12}\right)' \quad \rightarrow \quad \pi r^3 r' = \frac{b^3 b'}{3} \quad \rightarrow \quad \pi r^3 t = \frac{b^3(2t)}{3}$$

$$\rightarrow \quad r^3 = \frac{2b^3}{3\pi} \quad \rightarrow \quad r = 0.596b \quad \rightarrow \quad rd = 1.193b$$

۱۰-۲-۴-۴ کمانش خمشی

مقاومت فشاری اسمی اعضای فشاری، P_n ، با مقطع بدون اجزای لاغر بر اساس کمانش خمشی با استفاده از رابطهٔ زیر تعیین می‌شود.

$$P_n = F_{cr}A_g \qquad (۱-۴-۲-۱۰)$$

که در آن:

A_g= سطح مقطع کلی عضو

F_{cr}= تنش فشاری ناشی از کمانش خمشی که از روابط زیر به دست می‌آید.

الف) اگر $\frac{KL}{r} \le ۴/۷۱\sqrt{\frac{E}{F_y}}$ یا $\frac{F_y}{F_e} \le ۲/۲۵$ باشد:

$$F_{cr} = [۰/۶۵۸^{\frac{F_y}{F_e}}]\,F_y \qquad (۲-۴-۲-۱۰)$$

ب) اگر $\frac{KL}{r} > ۴/۷۱\sqrt{\frac{E}{F_y}}$ یا $\frac{F_y}{F_e} > ۲/۲۵$ باشد:

$$F_{cr} = ۰/۸۷۷\,F_e \qquad (۳-۴-۲-۱۰)$$

$$F_e = \frac{\pi^۲E}{(\frac{KL}{r})^۲}$$

۶) حداکثر بار محوری نهایی قابل تحمل توسط یک ستون با مقطع IPE220 تک و دارای ۴ متر و واقع در یک ساختمانی که در هر دو راستای اصلی آن از مهاربند استفاده شده است. فقط از منظر کمانش خمشی، به کدام یک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟ ($Fy = 240\ MPa$)

1) 250KN 2) 200KN 3) 150KN 4) 100kN

۱- محاسبه r (جدول اشتایل)

$$r_x = 91.1 \quad r_y = 24.8$$

۲- محاسبه لاغری

$$\lambda = \text{Max}\left(\frac{K_x L}{r_x},\ \frac{K_y L}{r_y}\right) = \text{Max}\left(\frac{4000}{91.1},\ \frac{4000}{24.8}\right) = 161.29\ mm$$

۳- محاسبه تنش کمانش خمشی

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = 75.8$$

۴- محاسبه تنش فشاری مربوط به کمانش خمشی

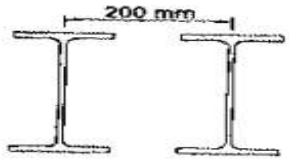
$$\frac{KL}{r} > 4.71\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 135.97 \quad \rightarrow \quad F_{cr} = 0.877 F_e = 0.877 \times 75.8 = 66.47\ MPa$$

۵- محاسبه مقاومت فشاری اسمی مقطع

$$P_n = F_{cr} A_g \quad , \quad \varphi_c = 0.9$$
$$\varphi P_n = 0.9 \times 66.47.33 \times 3340 = 199.83\ kN$$

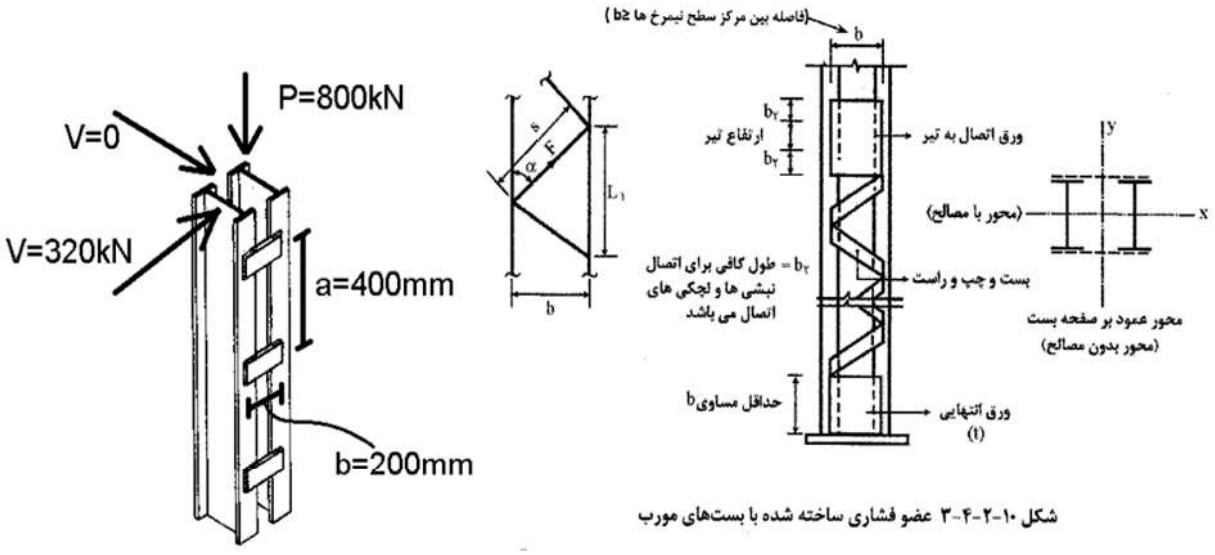
hoseinzadeh.net

۷) یک ستون فولادی با مقطع دوبل تیرآهن IPE200 به فاصله ۲۰۰ میلی متر از هم مفروض است. نیروی محوری نهایی ستون ۸۰۰ کیلونیوتن و نیروی برشی نهایی ستون در امتداد محور با مصالح برابر ۳۲۰ کیلونیوتن است. در صورتی که فاصله مرکز به مرکز ورق بست های موازی ۴۰۰ میلی متر و فاصله مراکز جوش دو طرف ورق بست ۲۰۰ میلی متر باشد. نیروی برشی نهایی وارد ر هر بست برای طراحی ورق بر حسب کیلونیوتن به کدام یک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟ (مقاومت فشاری موجود ستون و نیروی نهایی محوری ستون یکسان بوده و برابر ۸۰۰ کیلونیوتن فرض شود) (محاسبات شهریور ۹۵)



1) 16
2) 32
3) 48
4) 9

$$V = 0.02P + 320 = 0.02 \times 800 + 320 = 336\ kN$$
$$V_{\text{بست}} = \frac{Va}{2b} = \frac{336 \times 400}{2 \times 200} = 336\ kN$$



شکل ۱۰-۲-۴-۳ عضو فشاری ساخته شده با بست‌های مورب

۸) ستون قوطی نورد شده با ابعاد ۵*۱۰۰*۱۰۰ میلی متر به صورت دو سر ساده مفروض است. اگر تنش فشاری اسمی ناشی از کمانش خمشی این ستون برابر ۳۵ درصد تنش تسلیم باشد، طول ستون بر حسب متر به کدام یک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟

مشخصات قوطی به صورت زیر است :

Ag=18.7*10^2mm^2 rx =ry =38.6 mm Fy= 240MPa E=2*10^5 MPa

محاسبات بهمن ۹۴)

$$F_{cr} = 0.35F_y$$

با توجه به اینکه تنش کمانشی پایین است، احتمالا رابطه اول حاکم بوده است. با سعی و خطا کنترل می شود:

$$0.35F_y = 0.877F_e \quad \rightarrow \quad F_e = 95.78\ MPa$$

$$F_e = 95.78 = \frac{\pi^2 \times 200000}{\lambda^2} \quad \rightarrow \quad \lambda = 143.6 \quad \rightarrow \quad \frac{KL}{r} = 143.6 \quad \rightarrow \quad L = 5541\ mm$$

---

۳. نسبت لاغری یک عضو فشاری با مقطع IPE220 از فولاد نوع ST37 و Fu = 370Mpa وFy=240 MPa برابر ۱۰۰ فرض میشود. اگر نسبت لاغری این عضو نصف شود، نسبت افزایش مقاومت طراحی آن به کدام یک از مقادیر زیر نزدیکتر می شود؟ (فرض کنید طول آزاد مهار نشده در برابر پیچش در هر دو حالت کمتر از طول مهار نشده در برابر خمش است . (محاسبات خرداد ۹۳)

$$F_{e1} = \frac{\pi^2 E}{100^2} = 197.19, \quad F_{e2} = \frac{\pi^2 E}{50^2} = 788.77$$

$$\frac{P_{n2}}{P_{n1}} = \frac{0.658^{\left(\frac{240}{788.77}\right)}}{0.658^{\left(\frac{240}{197.19}\right)}} = 1.46$$

۴-۴-۲-۱۰ کمانش خمشی

مقاومت فشاری اسمی اعضای فشاری، P_n ، با مقطع بدون اجزای لاغر بر اساس کمانش خمشی با استفاده از رابطهٔ زیر تعیین می‌شود.

$$P_n = F_{cr} A_g \qquad (۱-۴-۲-۱۰)$$

که در آن:

A_g = سطح مقطع کلی عضو

F_{cr} = تنش فشاری ناشی از کمانش خمشی که از روابط زیر به دست می‌آید.

الف) اگر $\frac{KL}{r} \le ۴/۷۱\sqrt{\frac{E}{F_y}}$ یا $\frac{F_y}{F_e} \le ۲/۲۵$ باشد:

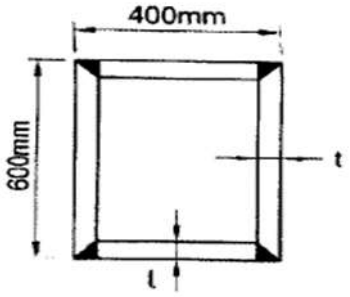
$$F_{cr} = [۰/۶۵۸^{\frac{F_y}{F_e}}]\, F_y \qquad (۲-۴-۲-۱۰)$$

ب) اگر $\frac{KL}{r} > ۴/۷۱\sqrt{\frac{E}{F_y}}$ یا $\frac{F_y}{F_e} > ۲/۲۵$ باشد:

$$F_{cr} = ۰/۸۷۷\, F_e \qquad (۳-۴-۲-۱۰)$$

---

۴. **مقطع زیر برای یکی از ستون های یک ساختمان با سیستم باربر جانبی در هر دو امتداد از نوع قاب خمشی فولادی با شکل پذیری زیاد (ویژه) پیشنهاد شده است. بر اساس کنترل کمانش موضعی حداقل ضخامت قابل قبول برای ورق های تشکیل دهنده ستون کدامیک از مقادیر زیر است؟ Fy=240MPa و E=2*10 است. (مرداد ۹۴)**



الف) 40 mm ب) 35 mm ج) 25 mm د) 20 mm

گزینه ب

نکته: اگر خمش تک محوره داشته باشیم، اضلاع 400mm بال مقطع محسوب شده و اضلاع 600 mm جان مقطع خواهد بود. که در این صورت ضلع ۶۰۰ باید ضوابط فشردگی جان و ضلع ۴۰۰ باید ضوابط فشردگی بال را رعایت کند.

از آنجا که در هر دو جهت قاب خمشی داریم، ستون تحت خمش دو محوره قرار دارد و چهار ضلع آن باید ضوابط "بال" ستونها را ارضا کنند.

با توجه به جدول زیر، برای "ستونها" در سازهای با شکل پذیری زیاد ضخامت بال ستون باید رابطه زیر را ارضا کند تا مقطع فشرده لرزه ای محسوب شود:

$$\frac{b}{t} < 0.6\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 17.32 \quad \rightarrow \quad \frac{600 - t}{17.32} < t$$

حداقل ضخامتی که در رابطه فوق صدق می کند، t=35mm می باشد.

۳-۱۱ مسائل فصل سوم

توجه:

- فولاد مصرفی پروفیلها و ورقها از نوع ST37 می‌باشد.
- پارامتر κ طبق مقادیر اعلام شده فرض می‌شود که در محدوده زیر قرار دارد:

$$15 \leq \kappa \leq 40$$

تمرین ۳-۱

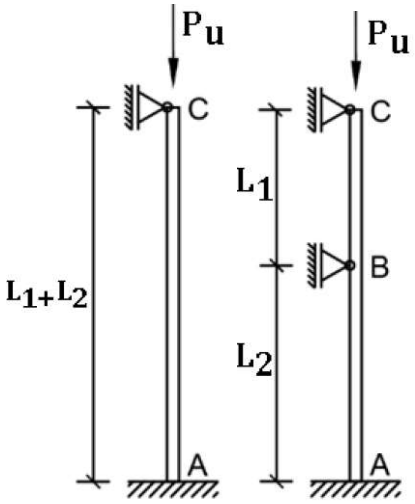
مطلوب است طرح مقطع ستون دو سر مفصل به طول L برای تحمل بار نهایی P_u با مقطع دو پروفایل IPE متصل به هم (بدون فاصله).

$$P_u = 2\kappa\ (ton), L = 0.1\kappa\ (m)$$

تمرین ۳-۲

شرایط تکیه‌گاهی ستون، وضعیت حول محور y (سمت چپ) و محور x (سمت راست) در شکل زیر نشان داده شده است. مقطع ستون را از نیمرخ IPB طرح کنید.

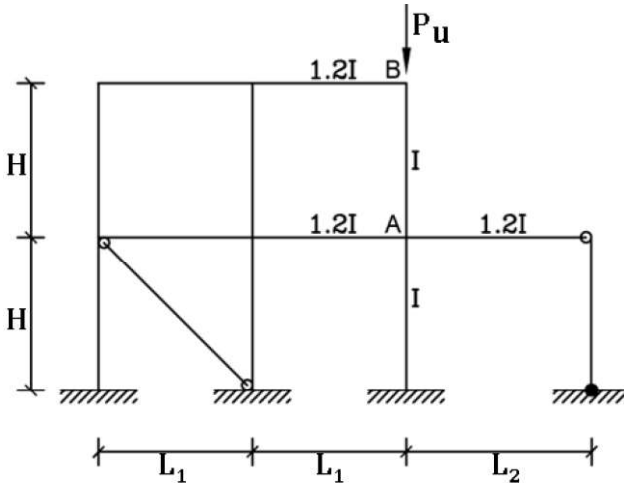
$$P_u = 4\kappa\ (ton), L_1 = 0.1\kappa\ (m), L_2 = 4.0(m)$$



تمرین ۳-۳

ستون AB را که در صفحه عمود دو سر گیردار است، از پروفیل IPB طرح نمایید.

$$P_u = 2\kappa\ (ton), L_1 = 3(m), L_2 = 0.1\kappa\ (m), H = 3.5(m)$$



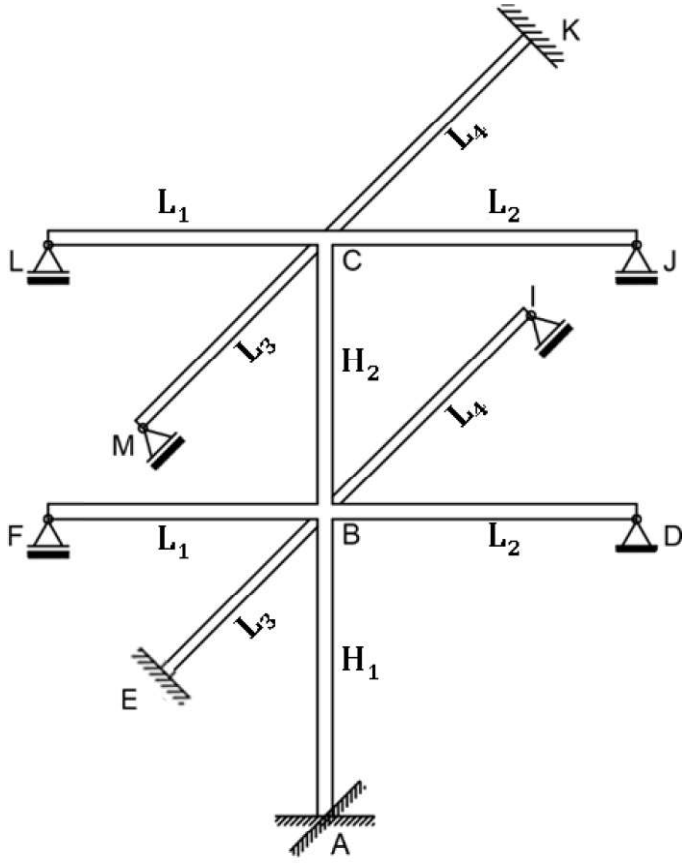
تمرین ۴-۳

در شکل زیر یک قاب سه بعدی ساختمانی (در دو صفحه عمود بر هم) نشان داده شده است. در صورتی که کلیه تیرها $IPE(d_1)$ و کلیه ستونها $IPB(d_2)$ باشد، مطلوبست:

الف) جهت قرار گیری پروفیل ستون BC (با ذکر دلیل).

ب) K_x, K_y را برای ستون BC تعیین کنید.

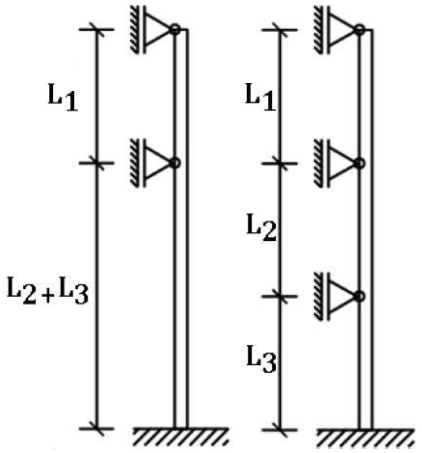
ج) نیروی فشاری قابل تحمل ستون BC را محاسبه کنید

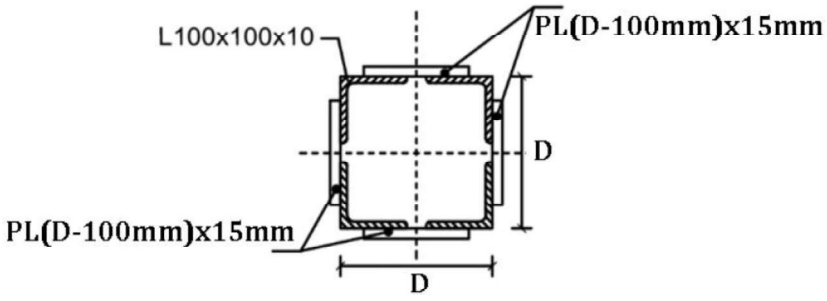


تمرین ۵-۳

شرایط تکیه‌گاهی و مقطع ستون، وضعیت حول محور y (سمت چپ) و محور x (سمت راست) در شکل زیر نشان داده شده است. بار محوری نهایی ستون را محاسبه کنید.

$$P_u = 2\kappa\ (ton), L_1 = 3.5(m), L_2 = 3(m), L_3 = 0.1\kappa\ (m), D = 12\kappa\ (mm)$$





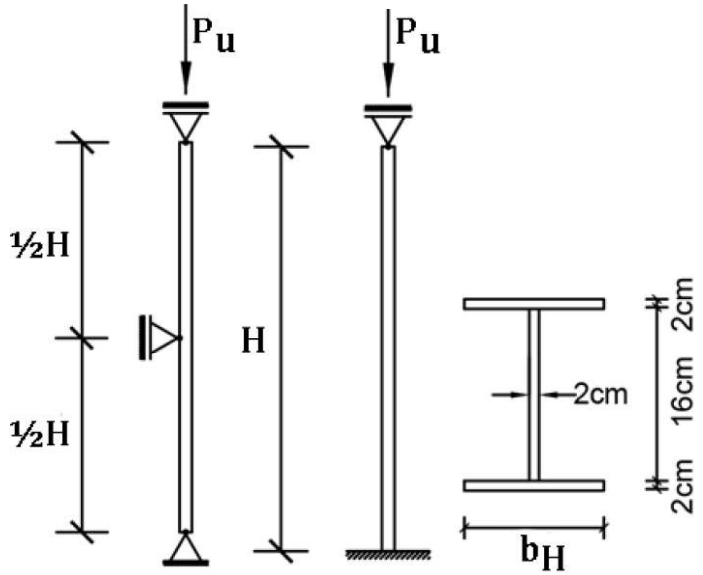
تمرین ۶-۳

شرایط تکیه‌گاهی و مقطع ستون، وضعیت حول محور y (سمت چپ) و محور x (سمت راست) در شکل زیر نشان داده شده است.

الف) مقدار عرض مقطع ستون b را طوری بدست آورید که از ظرفیت حداکثر مقطع استفاده شود ($b_H = ?$)،

ب) با مقطع حالت الف، ظرفیت فشاری مقطع را دست آورید ($P_u \leq ?$).

$$H = 0.2\kappa\ (m)$$



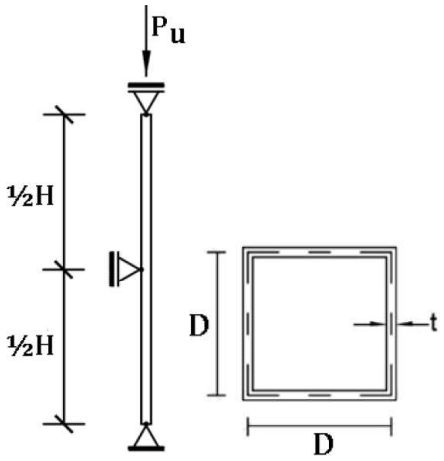
تمرین ۷-۳

شرایط تکیه‌گاهی و وضعیت ستون در شکل زیر نشان داده شده است. مقطع ستون را طرح نمایید.

حداقل ضخامت برابر ۶ میلیمتر در نظر گرفته شود[1]. همچنین $t \geq \frac{D}{40}$ رعایت گردد.

[1] بند ۱۰-۱-۱۲-۴-الف مبحث دهم مقررات ملی ساختمان

$$P_u = \kappa\ (ton), H = 0.2\kappa\ (m)$$



تمرین ۸ـ۳

شرایط تکیه‌گاهی و مقطع ستون، وضعیت حول محور y (سمت چپ) و محور x (سمت راست) در شکل زیر نشان داده شده است. چنانچه ماکزیمم بعد مقطع ستون در امتداد محور x محدود باشد $(D \leq 35cm)$ مطلوبست:

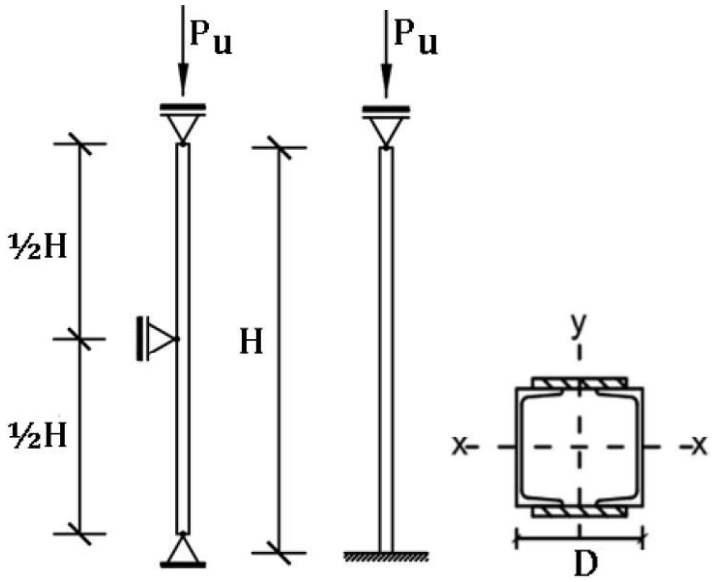
الف- طراحی ستون با بست نردبانی.

ب- طراحی ستون با ورق تقویت سراسری.

ج-چنانچه به بالای این ستون یک بار افقی 10ton ناشی از زلزله نیز وارد شود، قسمت الف مجددا طرح شود.

برای حل این مثال باید از ترکیب بارهای 1.2D+L+E و 1.2D+1.6L استفاده شود.

$$P_u = 5\kappa\ (ton), H = 0.2\kappa\ (m)$$

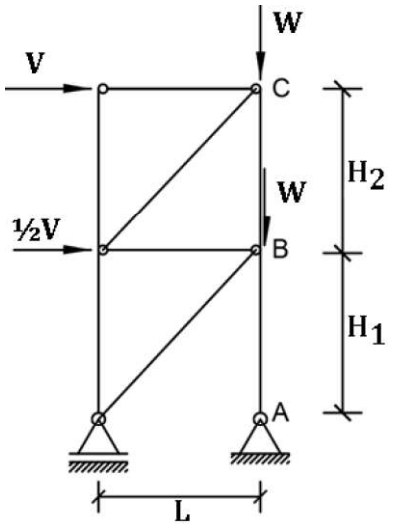


تمرین ۹-۳

سازه شکل زیر تحت بارگذاری ثقلی و جانبی نشان داده شده قرار گرفته است.

$$W = \kappa\ (ton), V = 0.5\kappa\ (ton), L = 5(m), H_1 = 7(m), H_2 = 6(m)$$

مطلوبست:



الف) نیروی ستونهای AB و BC ناشی از بارگذاری ثقلی و بارگذاری جانبی، به صورت مجزا تحلیل و محاسبه شود.

ب) جهت پروفیل ستون AB تعیین شود.

ج) ستون AB از مقطع دوبل پروفیل IPE فاصله‌دار با بست چپ و راست ساده طرح شود.

د) ستون BC از مقطع دوبل پروفیل IPE چسبیده طراحی شود.

ه) ستون AB از مقطع دوبل پروفیل IPE چسبیده (بند د) با ورق تقویت طراحی شود.

برای حل این مثال باید از ترکیب بارهای 1.2D+L+E و 1.2D+1.6L استفاده شود. ضریب لاغری ستونها در صفحه عمود برابر ۲ فرض می‌شود.

جدول ۳-۴ تنش بحرانی f_{cr} بر حسب $(\frac{ton}{cm^2})$ برای فولاد ST37 با $f_y = 2.4 \frac{ton}{cm^2}$

λ	f_{cr}	λ	f_{cr}	λ	f_{cr}	λ	f_{cr}	λ	f_{cr}
1.0	2.400	41.0	2.207	81.0	1.730	121.0	1.156	161.0	0.681
2.0	2.400	42.0	2.198	82.0	1.716	122.0	1.142	162.0	0.673
3.0	2.399	43.0	2.189	83.0	1.702	123.0	1.128	163.0	0.665
4.0	2.398	44.0	2.179	84.0	1.688	124.0	1.114	164.0	0.657
5.0	2.397	45.0	2.169	85.0	1.674	125.0	1.101	165.0	0.649
6.0	2.396	46.0	2.160	86.0	1.659	126.0	1.087	166.0	0.641
7.0	2.394	47.0	2.150	87.0	1.645	127.0	1.073	167.0	0.633
8.0	2.392	48.0	2.139	88.0	1.631	128.0	1.060	168.0	0.626
9.0	2.390	49.0	2.129	89.0	1.617	129.0	1.046	169.0	0.618
10.0	2.388	50.0	2.119	90.0	1.602	130.0	1.033	170.0	0.611
11.0	2.386	51.0	2.108	91.0	1.588	131.0	1.019	171.0	0.604
12.0	2.383	52.0	2.097	92.0	1.573	132.0	1.006	172.0	0.597
13.0	2.380	53.0	2.086	93.0	1.559	133.0	0.993	173.0	0.590
14.0	2.377	54.0	2.075	94.0	1.544	134.0	0.980	174.0	0.583
15.0	2.373	55.0	2.064	95.0	1.530	135.0	0.967	175.0	0.577
16.0	2.370	56.0	2.052	96.0	1.515	136.0	0.954	176.0	0.570
17.0	2.366	57.0	2.041	97.0	1.501	137.3	0.937	177.0	0.564
18.0	2.362	58.0	2.029	98.0	1.486	138.0	0.927	178.0	0.557
19.0	2.357	59.0	2.017	99.0	1.472	139.0	0.914	179.0	0.551
20.0	2.353	60.0	2.005	100.0	1.457	140.0	0.901	180.0	0.545
21.0	2.348	61.0	1.993	101.0	1.443	141.0	0.888	181.0	0.539
22.0	2.343	62.0	1.981	102.0	1.428	142.0	0.876	182.0	0.533
23.0	2.337	63.0	1.969	103.0	1.414	143.0	0.863	183.0	0.527
24.0	2.332	64.0	1.956	104.0	1.399	144.0	0.852	184.0	0.522
25.0	2.326	65.0	1.944	105.0	1.385	145.0	0.840	185.0	0.516
26.0	2.320	66.0	1.931	106.0	1.370	146.0	0.828	186.0	0.510
27.0	2.314	67.0	1.918	107.0	1.356	147.0	0.817	187.0	0.505
28.0	2.308	68.0	1.906	108.0	1.341	148.0	0.806	188.0	0.500
29.0	2.301	69.0	1.893	109.0	1.327	149.0	0.795	189.0	0.494
30.0	2.295	70.0	1.879	110.0	1.312	150.0	0.785	190.0	0.489
31.0	2.288	71.0	1.866	111.0	1.298	151.0	0.774	191.0	0.484
32.0	2.280	72.0	1.853	112.0	1.284	152.0	0.764	192.0	0.479
33.0	2.273	73.0	1.840	113.0	1.269	153.0	0.754	193.0	0.474
34.0	2.265	74.0	1.826	114.0	1.255	154.0	0.745	194.0	0.469
35.0	2.258	75.0	1.813	115.0	1.241	155.0	0.735	195.0	0.464
36.0	2.250	76.0	1.799	116.0	1.226	156.0	0.726	196.0	0.460
37.0	2.242	77.0	1.785	117.0	1.212	157.0	0.716	197.0	0.455
38.0	2.233	78.0	1.772	118.0	1.198	158.0	0.707	198.0	0.450
39.0	2.225	79.0	1.758	119.0	1.184	159.0	0.698	199.0	0.446
40.0	2.216	80.0	1.744	120.0	1.170	160.0	0.690	200.0	0.441

نواحی کمانش ارتجاعی و غیرارتجاعی و مقدار لاغری بحرانی با رنگ مشخص شده است.

جدول ۳-۵ تنش بحرانی f_{cr} بر حسب $(\frac{ton}{cm^2})$ برای فولاد ST52 با $f_y = 3.6 \frac{ton}{cm^2}$

λ	f_{cr}	λ	f_{cr}	λ	f_{cr}	λ	f_{cr}	λ	f_{cr}
1.0	3.700	41.0	3.251	81.0	2.234	121.0	1.206	161.0	0.681
2.0	3.699	42.0	3.231	82.0	2.206	122.0	1.186	162.0	0.673
3.0	3.697	43.0	3.209	83.0	2.178	123.0	1.167	163.0	0.665
4.0	3.695	44.0	3.188	84.0	2.150	124.0	1.148	164.0	0.657
5.0	3.693	45.0	3.166	85.0	2.123	125.0	1.130	165.0	0.649
6.0	3.690	46.0	3.144	86.0	2.095	126.0	1.112	166.0	0.641
7.0	3.686	47.0	3.122	87.0	2.067	127.0	1.095	167.0	0.633
8.0	3.682	48.0	3.099	88.0	2.039	128.0	1.078	168.0	0.626
9.0	3.677	49.0	3.076	89.0	2.012	129.0	1.061	169.0	0.618
10.0	3.672	50.0	3.053	90.0	1.984	130.0	1.045	170.0	0.611
11.0	3.666	51.0	3.029	91.0	1.957	131.0	1.029	171.0	0.604
12.0	3.659	52.0	3.005	92.0	1.930	132.0	1.013	172.0	0.597
13.0	3.652	53.0	2.981	93.0	1.902	133.0	0.998	173.0	0.590
14.0	3.645	54.0	2.957	94.0	1.875	134.0	0.983	174.0	0.583
15.0	3.637	55.0	2.932	95.0	1.848	135.0	0.969	175.0	0.577
16.0	3.628	56.0	2.907	96.0	1.821	136.0	0.955	176.0	0.570
17.0	3.619	57.0	2.882	97.0	1.794	137.0	0.941	177.0	0.564
18.0	3.609	58.0	2.856	98.0	1.768	138.0	0.927	178.0	0.557
19.0	3.599	59.0	2.831	99.0	1.741	139.0	0.914	179.0	0.551
20.0	3.588	60.0	2.805	100.0	1.715	140.0	0.901	180.0	0.545
21.0	3.577	61.0	2.779	101.0	1.688	141.0	0.888	181.0	0.539
22.0	3.565	62.0	2.753	102.0	1.662	142.0	0.876	182.0	0.533
23.0	3.552	63.0	2.727	103.0	1.636	143.0	0.863	183.0	0.527
24.0	3.540	64.0	2.700	104.0	1.610	144.0	0.852	184.0	0.522
25.0	3.526	65.0	2.673	105.0	1.585	145.0	0.840	185.0	0.516
26.0	3.513	66.0	2.647	106.0	1.559	146.0	0.828	186.0	0.510
27.0	3.498	67.0	2.620	107.0	1.534	147.0	0.817	187.0	0.505
28.0	3.483	68.0	2.593	108.0	1.509	148.0	0.806	188.0	0.500
29.0	3.468	69.0	2.565	109.0	1.484	149.0	0.795	189.0	0.494
30.0	3.453	70.0	2.538	110.0	1.459	150.0	0.785	190.0	0.489
31.0	3.436	71.0	2.511	111.0	1.433	151.0	0.774	191.0	0.484
32.0	3.420	72.0	2.483	112.1	1.405	152.0	0.764	192.0	0.479
33.0	3.403	73.0	2.456	113.0	1.383	153.0	0.754	193.0	0.474
34.0	3.385	74.0	2.428	114.0	1.359	154.0	0.745	194.0	0.469
35.0	3.367	75.0	2.401	115.0	1.335	155.0	0.735	195.0	0.464
36.0	3.349	76.0	2.373	116.0	1.312	156.0	0.726	196.0	0.460
37.0	3.330	77.0	2.345	117.0	1.290	157.0	0.716	197.0	0.455
38.0	3.311	78.0	2.317	118.0	1.268	158.0	0.707	198.0	0.450
39.0	3.291	79.0	2.289	119.0	1.247	159.0	0.698	199.0	0.446
40.0	3.272	80.0	2.262	120.0	1.226	160.0	0.690	200.0	0.441

نواحی کمانش ارتجاعی و غیرارتجاعی و مقدار لاغری بحرانی با رنگ مشخص شده است.